Serdica

Bulgariacae mathematicae publicationes

Сердика

Българско математическо списание

ПРОГРАММНЫЕ МАШИНЫ И ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ ДЕРЕВЬЕВ

АНАТОЛИЙ О. БУДА

В настоящей работе приводится полное доказательство одного из результатов, анонсированных в работе [1]. А именно, устанавливается равенство семейства языков программных шин и образов регулярных языков монадических деревьев при детерминированном конечном преобразовании деревьев.

Понятие конечного преобразователя введено в работе [2]. Основная область приложения теории преобразователей деревьев — методы синтаксически-ориентированной трансляции языков программирования, описанные в работах [3—5]. Образы регулярных языков монадических деревьев при детерминированном конечном преобразовании составляют интересное для изучения семейство языков деревьев ввиду связей, установленных в работе [6].

1. Полугруппа деревьев. Пусть N — множество натуральных чисел. Множество функциональных символов — это конечное множество F и отображение $d: F \to N$. Число $d(f)$ называется арностью символа $f \in F$. Для произвольного $k \geqq 0$ через F_k обозначим множество символов из F арности k. Множество переменных $\{x_1, \ldots, x_n\}$ обозначим X_n.

Множество деревьев $T_{n,F}$ есть наименьшее множество U такое, что

(i) $X_n \subseteq U$;

(ii) если $t_1, \ldots, t_k \in U$, $f \in F_k$, $k \geqq 0$, то $f(t_1, \ldots, t_p) \in U$

(при $k=0$ $f(t_1, \ldots, t_k)$ обозначает f).

Пусть $t, t_1, \ldots, t_n \in T_{n,F}$. Подстановка $t[t_1/x_1, \ldots, t_n/x_n]$ определяется по индукции:

(i) если $t = x_i \in X_n$, то $t[t_1/x_1, \ldots, t_n/x_n] = t$;

(ii) если $t \in F_0$, то $t[t_1/x_1, \ldots, t_n/x_n] = t$;

(iii) если $t = f(t'_1, \ldots, t'_k)$, $t_i' \in T_{n,F} (i=1, \ldots, k)$, $f \in F_k$, то

$$t[t_1/x_1, \ldots, t_n/x_n] = f(t'_1[t_1/x_1, \ldots, t_n/x_n], \ldots, t'_k[t_1/x_1, \ldots, t_n/x_n]).$$

Множество всех n-ок $(t_1, \ldots, t_n)$, таких, что $t_1, \ldots, t_n \in T_{n,F}$, назовем множеством вектор-деревьев и обозначим $\mathfrak{T}_{n,F}$. Бинарную операцию произведения вектор-деревьев определим на $\mathfrak{T}_{n,F}$ следующим образом. Пусть $\tau_1 = (t_1^1, \ldots, t_n^1)$, $\tau_2 = (t_1^2, \ldots, t_n^2)$ — произвольные вектор-деревья из $\mathfrak{T}_{n,F}$. Тогда произведением $\tau = \tau_1 \circ \tau_2$ назовем вектор-дерево $(t_1, \ldots, t_n)$ такое, что $t_i = t_i^2[t_1^1/x_1, \ldots, t_n^1/x_n]$, $i = 1, \ldots, n$.

Можно показать, что пара $(\mathfrak{T}_{n,F}, \circ)$ образует полугруппу с единицей, которую назовем полугруппой деревьев. Единицей этой полугруппы является вектор-дерево $e_n = (x_1, \ldots, x_n)$.

СЕРДИКА Българско математическо списание. Том 6, 1980, с. 56—62.

Операция обратного произведения определяется на $\mathfrak{T}_{n,F}$ аналогично, а именно, пусть $\tau_1=(t_1^1, \ldots, t_n^1)$, $\tau_2=(t_1^2, \ldots, t_n^2)$ — произвольные вектор-деревья. Тогда обратным произведением $\tau=\tau_1\times\tau_2$ назовем вектор-дерево $(t_1, \ldots, t_n)$ такое, что $t_i=t_i^1[t_1^2/x_1, \ldots, t_n^2/x_n]$, $i=1, \ldots, n$. Так как $\tau_1\times\tau_2=\tau_2\circ\tau_1$, то пара $(\mathfrak{T}_{n,F},\times)$ также образует полугруппу с единицей, которую назовем обратной полугруппой деревьев.

2. Определение программной машины. Пусть $(\mathfrak{T}_{n,F}, \circ)$ — полугруппа деревьев, Σ^* — свободная полугруппа над конечным алфавитом Σ с единицей e.

Программная машина (п-машина) M над Σ, X_n, F содержит:

1) конечное множество состояний S;
2) начальное состояние $s_0 \in S$;
3) множество заключительных состояний $S'\subseteq S$;
4) однозначную функцию переходов $\mu : S\times\Sigma \to S$;
5) однозначную функцию выходов $\lambda : S\times\Sigma \to \mathfrak{T}_{n,F}$.

Упорядоченную четверку (S, s_0, S', μ) будем называть автоматом п-машины M.

Функции μ, λ распространяются на $S\times\Sigma^*$ обычным образом:

(i) $\mu(s, e)=s$; $\lambda(s, e)=e_n$;

(ii) если $u=u'\sigma$, $u' \in \Sigma^*$, $\sigma \in \Sigma$, то

$$\mu(s, u)=\mu(\mu(s, u'), \sigma),$$
$$\lambda(s, u)=\lambda(s, u') \circ \lambda(\mu(s, u'), \sigma), \tag{1}$$

П-машина M вычисляет частичную функцию $F_M : \Sigma^* \to \mathfrak{T}_{n,F}$, определяемую соотношением $F_M(u)=\lambda(s_0, u)$ для всех $u \in \Sigma^*$, таких, что $\mu(s_0, u) \in S'$; областью определения этой функции является множество $\mathrm{Def}(F_M) =\{u \in \Sigma^* \mid \mu(s_0, u) \in S'\}$.

Обратная программная мащина (рп-машина) над Σ, X_n, F отличается от п-машины лишь способом распространения функции выходов. Определение рп-машины получается из определения п-машины заменой соотношения (1) на соотношение $\lambda(s, u)=\lambda(s, u')\times\lambda(\mu(s, u'), \sigma)$.

3. Определение языка программной машины. Подмножество $T_{0,F}$ множества $T_{n,F}$, состоящее из всех деревьев, не содержащих символов из X_n, будем обозначать T_F. Если вектор-дерево $\tau \in \mathfrak{T}_{n,F}$ имеет вид $(t_1, \ldots, t_n)$, то его i-ую компоненту будем обозначать $\mathrm{pr}_i\,\tau$.

Введем одно естественное с точки зрения программирования дополнительное требование для программных машин. Пусть $M=(S, s_0, S', \mu, \lambda)$ — некоторая п- или рп-машина над Σ, X_n, F в обозначениях п. 2. Если u — произвольное слово в алфавите Σ, такое, что $\mu(s_0, u) \in S'$, то результатом работы машины M на слове u будем называть не вектор-дерево $\lambda(s_0, u)$, а дерево $\mathrm{pr}_1\lambda(s_0, u)$ из $T_{n,F}$. То есть результатом работы машины будем считать заключительное состояние только одной выделенной переменной памяти, а именно x_1. Будем говорить, что для машины M имеет место замкнутость информационных маршрутов, если для каждого слова u из области определения функции F_M результат работы машины M на слове u не содержит символов из X_n, то есть $\mathrm{pr}_1\,\lambda(s_0, u) \in T_F$. Интуитивно это означает, что результат работы машины не должен зависеть от начального состояния памяти. В дальнейшем мы будем рассматривать только такие п- и рп-машины, для которых имеет место замкнутость информационных маршрутов.

Пусть M — некоторая машина над Σ, X_n, F. Языком машины M будем называть множество $\mathbf{L}(M)=\{\mathrm{pr}_1 F_M(u) \mid u \in \mathrm{Def}(F_M)\}$. Очевидно, что $\mathbf{L}(M)$ есть подмножество множества деревьев T_F.

4. Монадические преобразователи деревьев. Пусть F, G — непересекающиеся алфавиты функциональных символов, причем $G=G_0 \cup G_1$, то есть алфавит G содержит только нульарные и унарные функциональные символы.

Монадический преобразователь деревьев D (мд-преобразователь) над G, F содержит:

1) конечное множество состояний $X_n=\{x_1, \ldots, x_n\}$;

2) начальное состояние $x_1 \in X_n$;

3) однозначную функцию $\pi: X_n \times G \to T_{n,F}$, такую, что если $g \in G_0$, то для всех $x \in X_n$ $\pi(x, g) \in T_F$.

Функция π обобщается на $X_n \times T_G$ следующим образом. Пусть $x \in X_n$, $t \in T_G$, $g \in G_1$, тогда $\pi(x, g(t))=\pi(x, g)[\pi(x_1, t)/x_1, \ldots, \pi(x_n, t)/x_n]$.

Если L — некоторый язык в T_G (подмножество T_G), то образом языка L при преобразовании D назовем язык $D(L)$ в T_F, в который определяется следующим соотношением:

$$D(L)=\{t' \in T_F \mid \text{для некоторого } t \in L \ \pi(x_1, t)=t'\}.$$

Монадическим деревом называется дерево, содержащее только нульарные и унарные функциональные символы. Сравнивая определения детерминированного конечного преобразователя деревьев из работы [2] и мд-преобразователя, легко показать следующее утверждение.

Утверждение 1. *Пусть L — некоторый язык в T_G. Тогда*

А) *Для любого мд-преобразователя D существует конечный детерминированный преобразователь D', такой, что $D'(L)=D(L)$.*

Б) *Для любого детерминированного конечного преобразователя D существует мд-преобразователь D', такой, что $D'(L)=D(L)$.*

Другими словами, работа детерминированного конечного преобразователя, на вход которого подаются только монадические деревья, полностью моделируются некоторым мд-преобразователем.

Заметим, что любое дерево из T_G может быть представлено как строка функциональных символов. Таким образом, языки в T_G могут рассматриваться как языки в свободной полугруппе G^*.

5. Характеризация языков программных машин. Зафиксируем алфавит функциональных символов F.

Утверждение 2. *Пусть G — алфавит функциональных символов, непересекающийся с F и содержащий только нульарные и унарные символы. Пусть $D=(X_n, x_1, \pi)$ — мд-преобразователь над G, F, а L — регулярный язык в T_G. Тогда существует рп-машина M, такая, что $\mathbf{L}(M)=D(L)$.*

Доказательство. В силу регулярности языка L существует конечный автомат над G, который распознает язык L и который имеет вид $A=(S, s_0, S', \mu)$, где S — множество состояний, s_0 — начальное состояние, $S' \subseteq S$ — множество заключительных состояний, $\mu: S \times G \to S$ — функция переходов, которая обычным образом обобщается на G^*.

Рассмотрим рп-машину $M=(S, s_0, S', \mu, \lambda)$ над G, X_n, F, автомат которой равен автомату A, а функция выходов $\lambda: S \times G \to \mathfrak{T}_{n,F}$ определяется соотношением

$$\lambda(s, g) = (\pi(x_1, g), \ldots, \pi(x_n, g)) \text{ для всех } s \in S,\ g \in G.$$

Покажем, что для произвольного дерева $t \in T_G$ справедливо соотношение

$$(2) \qquad \pi(x_i, t) = \mathrm{pr}_i\, \lambda(s_0, t),\ i = 1, \ldots, n.$$

Доказательство индукцией по высоте дерева t.

1) Пусть $t = g \in G_0$. Очевидно.

2) Пусть $t = g(t')$ и для дерева t' соотношение (2) доказано. Введем обозначения $t_i = \mathrm{pr}_i\, \lambda(\mu(s_0, g), t')$, $i = 1, \ldots, n$. По определению рп-машины и ассоциативности операции обратного произведения имеем

$$\mathrm{pr}_i\, \lambda(s_0, t) = \mathrm{pr}_i\, (\lambda(s_0, g) \times \lambda(\mu(s_0, g), t') = \mathrm{pr}_i\, \lambda(s_0, g)\, [t_1/x_1, \ldots, t_n/x_n],$$

что по определению функции λ и по предположению индукции равно

$$\pi(x_i, g)\, [\pi(x_1, t')/x_1, \ldots, \pi(x_n, t')/x_n] = \pi(x_i, g(t')) = \pi(x_i, t).$$

Теперь, пусть $t' \in D(L)$, тогда по определению языка $D(L)$ дерево t' равно $\pi(x_1, t)$, где $t \in L$. Но так как $t \in \mathrm{Def}(F_M)$, то

$$\pi(x_1, t) = \mathrm{pr}_1\, \lambda(s_0, t) = \mathrm{pr}_1\, F_M(t),$$

то есть $t \in \mathbf{L}(M)$. Аналогично показывается обратное включение.

Утверждение 3. Пусть $M = (S, s_0, S', \mu, \lambda)$ — *рп-машина над* Σ, X_n, F. *Тогда существует мд-преобразователь* D *и регулярный язык монадических деревьев* L, *такие, что* $\mathbf{L}(M) = D(L)$.

Доказательство. Напомним, что бесконечным состоянием называется такое состояние $z \in S$, что $\mu(z, \sigma) = z$ для произвольного $\sigma \in \Sigma$. Без ограничения общности можно считать, что машина M обладает следующими тремя свойствами, где z — бесконечное состояние.

1) S' содержит точно одно заключительное состояние, которое будем обозначать s^*, причем для любых $\sigma \in \Sigma$ $\mu(s^*, \sigma) = z$. Существует такое $\Sigma_0 \subseteq \Sigma$, что для любых $s \in S$, $\sigma \in \Sigma$:

а) если $\mu(s, \sigma) = s^*$, то $\sigma \in \Sigma_0$;

б) если $\sigma \in \Sigma_0$, то либо $\mu(s, \sigma) = s^*$, либо $\mu(s, \sigma) = z$.

2) Для любых $s \in S$, $\sigma \in \Sigma$, $i = 1, \ldots, n$ выполняется соотношение

$$\mathrm{pr}_i\, \lambda(s, \sigma) \in T_F \Leftrightarrow \mu(s, \sigma) = s^*;$$

3) Для произвольных $\sigma \in \Sigma$, $s_1 \neq s_2 \in S$, либо $\mu(s_1, \sigma) = z$, либо $\mu(s_2, \sigma) = z$.

Действительно, для того чтобы обеспечить 1), достаточно перейти к рассмотрению рп-машины $M' = \{S \cup \{s^*, z\}, s_0, \{s^*\}, \mu', \lambda'\}$ над $\Sigma \cup \{\sigma^*\}$, X_n, F, функции μ', λ' для которой определяются следующим образом:

$$\mu'(s, \sigma) = \begin{cases} \mu(s, \sigma), \text{ если } s \in S,\ \sigma \in \Sigma, \\ s^*, \text{ если } s \in S',\ \sigma = \sigma^*, \\ z, \text{ в остальных случаях;} \end{cases} \qquad \lambda'(s, \sigma) = \begin{cases} \lambda(s, \sigma), \text{если } s \in S, \sigma \in \Sigma \\ e_n, \text{ в остальных} \\ \text{случаях.} \end{cases}$$

Так как для произвольного $u \in \Sigma^*$ справедливы утверждения

а) $\mu(s_0, u) \in S' \Leftrightarrow \mu'(s_0, u\sigma^*) = s^*$;

б) если $\mu(s_0, u) \in S$, то $\lambda'(s_0, u\sigma^*) = \lambda(s_0, u) \times e_n = \lambda(s_0, u)$, то $\mathbf{L}(M') = \mathbf{L}(M)$.

Пусть рп-машина M уже обладает свойством 1), а также следующим свойством: для произвольных $s \in S$ и $\sigma \in \Sigma_0$ $\lambda(s, \sigma) = e_n$, которое очевидно выполняется для только что построенной рп-машины M'. Выполнения свойства 2) можно добиться, переходя к рассмотрению рп-машины $M_1=(S, s_0, \{s^*\}, \mu, \lambda_1)$ над Σ, X_{n+m}, F, где m — число троек (s, σ, i) для рп-машины M со свойством

(3) $$\mathrm{pr}_i \lambda(s, \sigma) \in T_F,$$

а функция λ_1 определяется следующим образом.

Занумеруем все тройки (s, σ, i) рп-машины M, для которых выполняется (3), натуральными числами из множества $\{1, \ldots, m\}$, причем номер тройки будем обозначать $N(s, \sigma, i)$. Если для тройки (s, σ, i) не выполняется (3), то положим $N(s, \sigma, i)=0$. Символами $t_j (j=1, \ldots, m)$ обозначим деревья $\mathrm{pr}_i \lambda(s, \sigma) \in T_F$, где $j=N(s, \sigma, i)$. Пусть также f_0 — некоторый фиксированный нульарный символ из F_0. Для того, чтобы определить функцию λ_1, достаточно определить все ее проекции $\mathrm{pr}_i \lambda_1$ для $i=1, \ldots, n+m$.

Для всех $s \in S$, $\sigma \in \Sigma$, для которых $\mu(s, \sigma) \neq s^*$, положим

$$\mathrm{pr}_i \lambda_1(s, \sigma)=\begin{cases} \mathrm{pr}_i \lambda(s, \sigma), \text{ если } N(s, \sigma, i)=0, \\ x_{n+j}, \text{ если } N(s, \sigma, i)=j \neq 0, \end{cases}$$

при $i=1, \ldots, n$;

$$\mathrm{pr}_{n+j} \lambda_1(s, \sigma)=x_{n+j}, \text{ при } j=1, \ldots, m:$$

для остальных $s \in S$, $\sigma \in \Sigma$ положим:

$$\mathrm{pr}_i \lambda_1(s, \sigma)=f_0, \text{ при } i=1, \ldots, n;$$

$$\mathrm{pr}_{n+j} \lambda_1(s, \sigma)=t_j, \text{ при } j=1, \ldots, m.$$

Так как для M_1 также выполняется свойство 1), то непосредственно из определения операции обратного произведения следует справедливость соотношения

$$\mathrm{pr}_1 \lambda(s_0, u)=\mathrm{pr}_1 \lambda_1(s_0, u)\,[t_1/x_{n+1}, \ldots, t_m/x_{n+m}],$$

для всех таких $u \in \Sigma^*$ и $\sigma \in \Sigma_0$, что $\mu(s_0, u\sigma)=s^*$ ($t_1, \ldots, t_m$ — деревья, которые входят в определение функции λ_1). Поэтому, если $\mu(s_0, u\sigma)=s^*$, то

$$\begin{aligned} \mathrm{pr}_1 \lambda_1(s_0, u\sigma)&=\mathrm{pr}_1[\lambda_1(s_0, u)\times\lambda_1(\mu(s_0, u), \sigma)] \\ &=\mathrm{pr}_1 \lambda_1(s_0, u)\,[f_0/x_1, \ldots, f_0/x_n, t_1/x_{n+1}, \ldots, t_m/x_{n+m}] \\ &=\mathrm{pr}_1 \lambda(s_0, u)=\mathrm{pr}_1[\lambda(s_0, u)\times e_n]=\mathrm{pr}_1 \lambda(s_0, u\sigma) \end{aligned}$$

(так как из требования $t \in \mathbf{L}(M) \Longrightarrow t \in T_F$, в силу $\lambda(\mu(s_0, u), \sigma)=e_n$ следует $\mathrm{pr}_1 \lambda(s_0, u) \in T_F$, то $\mathrm{pr}_1 \lambda_1(s_0, u)$ н зависит от переменных $x_1, \ldots, x_n$). Следовательно, $\mathbf{L}(M_1)=\mathbf{L}(M)$.

Пусть M уже обладает свойствами 1), 2). Выполнения свойства 3) можно добиться, переходя к рассмотрению рп-машины $M^S=(S, s_0, \{s^*\}, \mu^S, \lambda^S)$ над $S\times\Sigma$, X_n, F, где

$$\mu^S(s, (s', \sigma))=\begin{cases} \mu(s, \sigma), \text{ если } s'=s, s\neq z, \\ z, \text{ в остальных случаях;} \end{cases}$$

$$\lambda^S(s, (s' \sigma))=\begin{cases} \lambda(s, \sigma), \text{ если } s'=s, s\neq z, \\ e_n, \text{ в остальных случаях.} \end{cases}$$

Непосредственно из определения рп-машины M^S следует, что слово $u=\sigma_1 \ldots \sigma_k \sigma \in \Sigma^*$ распознается на пути $s_0, s_1, \ldots, s_k, s^*$ в машине M (то есть

$\mu(s_0, \sigma_1 \ldots \sigma_i) = s_i (i = 1, \ldots, k)$, $\mu(s_0, u) = s^*$) точно тогда, когда слово $v = (s_0, \sigma_1)(s_1, \sigma_2) \ldots (s_{k-1}, \sigma_k)(s_k \sigma) \in S \times \Sigma$ распознается на том же пути в машине M^S. Причем $\lambda^S(s_0, v) = \lambda(s_0, u)$. Поэтому $\mathbf{L}(M^S) = \mathbf{L}(M)$. В дальнейшем будем предполагать, что машина M уже обладает свойствами 1) — 3).

Входной алфавит Σ рп-машины M можно рассматривать как алфавит функциональных символов, причем элементы из Σ_0 будем считать нульарными, а все остальные — унарными символами. Таким образом, принимая во внимание свойство 1), язык $L = \mathrm{Def}(F_M)$ можно рассматривать как регулярный язык монадических деревьев в T_Σ. Мд-преобразователь D над Σ, F определим следующим образом:

1) множество состояний равно $X_n = \{x_1, \ldots, x_n\}$;

1) начальное состояние — $x_1 \in X_n$;

2) функция $\pi : X_n \times \Sigma \to T_{n,F}$ определяется соотношением $\pi(x_1, \sigma) = \mathrm{pr}_i \lambda(s, \sigma)$, где s такое состояние, что $\mu(s, \sigma) \neq z$ (если для σ такого s не существует, то $\pi(x_i, \sigma$ определяется произвольно). Однозначность функции π обеспечивается свойством 3). Из свойства 2) следует, что, если $\mu(s, \sigma) = s^*$, то $\pi(x_i, \sigma) \in T_F$.

Покажем следующее утверждение. *Пусть u — монадическое дерево из T_Σ. Тогда для любого s из S, для которого $\mu(s, u) = s^*$, имеем*

$$\mathrm{pr}_i \lambda(s, u) = \pi(x_i, u), \; i = 1, \ldots, n. \tag{4}$$

Доказательство индукцией по высоте дерева u.

1) Пусть $u = \sigma \in \Sigma_0$, $\mu(s, \sigma) = s^*$. Тогда (4) следует непосредственно из определения функции π.

2) Пусть $u = \sigma u'$, $\mu(s, u) = s^*$, $\sigma \in \Sigma$, $u' \in T_\Sigma$ и дерево u' обладает доказываемым свойством. Положим $\mu(s, \sigma) = s'$. Тогда $\mu(s', u') = s^*$. Введем обозначения: $t_i = \mathrm{pr}_i \lambda(s', u')$, $i = 1, \ldots, n$.
Из определения функции λ следует, что

$$\mathrm{pr}_i \lambda(s, u) = \mathrm{pr}_i [\lambda(s, \sigma) \times \lambda(s', u')] = \mathrm{pr}_i \lambda(s, \sigma) [t_1/x_1, \ldots, t_n/x_n],$$

что по предположению индукции и определению π равно

$$\pi(x_i, \sigma) [\pi(x_1, u')/x_1, \ldots, \pi(x_n, u')/x_n] = \pi(x_i, u).$$

Пусть теперь $t \in \mathbf{L}(M)$, тогда $t = \mathrm{pr}_1 \lambda(s_0, u)$, где $u \in L$ и $\mu(s_0, u) = s^*$. В силу (4), $\pi(x_1, u) = t$, то есть $t \in D(L)$. Аналогично показывается обратное включение.

Непосредственно из утверждений 1, 2, 3, получаем следующую теорему.

Теорема 1. *Семейство языков рп-машин в точности совпадает с семейством языков, являющихся образами регулярных языков монадических деревьев при детерминированном преобразовании деревьев.*

В заключение заметим, что семейство языков п-машин совпадает с семейством языков рп-машин. Доказательство этого факта, нестрого говоря, состоит в переходе от рп-машины M к рп-машине M^S и обращении последней. Под обращением рп-машины $M = \{S, s_0, \{s^*\}, \mu, \lambda\}$ над Σ, X_n, F, обладающей свойст ами 1) —3), понимается п-машина $M^\varrho = \{S, s_*, \{s_0\}, \mu^\varrho, \lambda^\varrho\}$ над Σ, X_n, F, функции μ^ϱ, λ^ϱ для которой определяются следующим образом:

$$\mu^\varrho(s, \sigma) = \begin{cases} s', \text{ если } s \neq z \text{ и } \mu(s', \sigma) = s, \\ z, \text{ в остальных случаях,} \end{cases}$$

$$\lambda^{\varrho}(s, \sigma)=\begin{cases} \lambda(s', \sigma), & \text{если } s\neq z \text{ и } \mu(s', \sigma)=s, \\ z, & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$$

где z — бесконечное состояние.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Буда. О языках программных машин. *Доклады БАН*, **31**, 1978, 1543—1544.
2. J. W. Thatcher. Generalized sequential machine maps. *J. Comp. Syst., Sci.*, **4**, 1970, 339—367.
3. E. T. Irons. A. syntax directed compiler for ALGOL 60. *Comm. ACM*, **4**, 1961, 51—55
4. P. W. Lewis, R. E. Stearns. Syntax directed transductions. *J. Assoc. Comput. Mach.*, **15**, 1968, 465—488,
5. A. V. Aho, J. D. Ullman. Translating on contex-free grammar. *Proc. ACM Symp. Theory of Computing*, 1968, 93—112.
6. A. Arnold, M. Dauchet. Transductions de forets reconnaisables monadiques, forets coregulieres. *Rev. franc. automat. inform. et rech. opér.* **10**, 1976, 3, 5—28

Единый центр математики и механики
1090 София П. Я. 373

Поступила 19. 10.1978;
в переработанном виде 14. 11. 1979