

Provided for non-commercial research and educational use.  
Not for reproduction, distribution or commercial use.

# Serdica

## Bulgariacae mathematicae publicationes

---

# Сердика

## Българско математическо списание

---

The attached copy is furnished for non-commercial research and education use only.  
Authors are permitted to post this version of the article to their personal websites or institutional repositories and to share with other researchers in the form of electronic reprints.

Other uses, including reproduction and distribution, or selling or licensing copies, or posting to third party websites are prohibited.

For further information on  
Serdica Bulgaricae Mathematicae Publicationes  
and its new series Serdica Mathematical Journal  
visit the website of the journal <http://www.math.bas.bg/~serdica>  
or contact: Editorial Office  
Serdica Mathematical Journal  
Institute of Mathematics and Informatics  
Bulgarian Academy of Sciences  
Telephone: (+359-2)9792818, FAX:(+359-2)971-36-49  
e-mail: [serdica@math.bas.bg](mailto:serdica@math.bas.bg)

## ЗАДАЧИ ПЛАНИРОВАНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА В СИСТЕМАХ КОЛЛЕКТИВНОГО ПОЛЬЗОВАНИЯ ЭВМ\*

И. В. СЕРГИЕНКО

Сформулированы некоторые задачи, связанные с планированием вычислительного процесса в системах коллективного пользования со звездной топологии и обсуждаются вопросы их решения.

При проектировании систем коллективного пользования (СКП) ЭВМ возникает довольно много различных математических, технических, экономических и других задач, которые требуют комплексного решения. Причем, многие из них в своих математических постановках могут формулироваться в терминах дискретного математического программирования. Ниже мы остановимся на некоторых часто встречающихся задачах из этой области и отметим специфические особенности их решения, уделив основное внимание вопросам формализации. Речь идет о задачах проектирования, в частности, проектирования вычислительного процесса (ВП) в СКП ЭВМ со звездной топологией (предполагается, что СКП этого вида состоит из одной центральной вычислительной системы (ЦВС), соединенной через посредство каналов связи с территориально удаленными пультами различных типов).

Особо следует выделить тот случай, когда СКП ЭВМ используется в качестве технической базы некоторой автоматизированной системы управления (АСУ) сложным производством. При этом в качестве центральной ЭВМ обычно используется вычислительная система большой мощности, а в качестве терминалов — мини-ЭВМ, телеграфные аппараты, пишущие машинки, дисплеи (графические, алфавитно-цифровые), регистраторы производства, датчики, световые табло и т. д. Чем сложнее объект управления, тем более сложной является для него сеть сбора и предварительной обработки данных, а, следовательно, тем более разветвленной и сложной будет СКП ЭВМ, на основе которой должна функционировать АСУ. Поэтому поиск оптимального варианта объединения терминального оборудования в сеть, а также оптимальный выбор в качестве терминалов тех или иных технических средств является довольно сложной проблемой. Исследование этой проблемы часто связано с необходимостью решения сложных задач дискретной оптимизации большой размерности. Прежде чем остановиться на формальных постановках некоторых типичных задач проектирования ВП в СКП ЭВМ, необходимо отметить принципиальные трудности, которые приходится преодолевать разработчикам систем при решении задач рассматриваемого типа.

---

\* Представлена на Конференции по системам информационного обслуживания коллективов профессионально-связанных потребителей, 23—29 мая 1977, Варна.

Эти трудности связаны с тем, что комплексно должны быть прежде всего решены следующие основные вопросы.

1. Вопрос оптимального выбора основного и вспомогательных критериев эффективности (КЭ), которые используются при решении задач проектирования ВП в СКП. При этом необходимо предусматривать также исследование взаимосвязи между критериями.

2. Если проектируется ВП для СКП, используемой в качестве технической базы АСУ уже функционирующим объектом, то необходимо максимально учитывать топографические особенности размещения объекта и уже сложившуюся сеть передачи данных, которую во многих случаях можно выгодно использовать при объединении терминалов. Дело в том, что сроки и стоимость разработки СКП играют, нередко, определяющую роль.

3. Вопросы рационального выбора методов для решения задач оптимизации, возникающих как в процессе проектирования ВП в СКП, так и в процессе эксплуатации системы. Необходимо учитывать то, что часть задач в системе будет иметь большую размерность (сотни переменных и ограничений) и к тому же эти задачи необходимо будет решать в условиях ограниченных временных ресурсов (это важно, например, тогда, когда СКП используется в АСУ объектом, работающим в реальном масштабе времени). Поэтому предпочтение должно отдаваться тем алгоритмам решения задач в СКП, которые обладают рядом специфических особенностей [1].

4. Проблема максимального учета при проектировании ВП в СКП имеющегося в распоряжении разработчиков технического оборудования и математического обеспечения ЭВМ, которые могут быть использованы в качестве типового обеспечения проектируемой системы (при этом, разумеется, расчетная производительность системы и ее надежностные характеристики должны находиться в соответствующих пределах).

Задача 1. Пусть терминальные процессоры (ТП) таковы, что с их помощью можно выполнять операции накопления передачи данных, контроль данных, первичную обработку данных и т. д. Требуется разделить выполнение всех вспомогательных функций обмена и обработки данных между ТП различных уровней и ЦВС. Каждое устройство в системе имеет определенный резерв времени, характеризуется своей производительностью выполнения определенных функций и заданной стоимостью обработки. Задача состоит в том, чтобы, используя имеющиеся резервы времени, выполнить обработку данных с минимальной суммарной стоимостью. В формальной постановке эта задача запишется таким образом. Пусть  $a_j (j=1, \dots, m)$  резерв времени  $j$ -го устройства,  $b_i (i=1, \dots, n)$  — количество функций обработки,  $i$ -го вида,  $t_{ij}$  и  $c_{ij}$  — соответственно время и стоимость выполнения  $i$ -го вида обработки на  $j$ -ом устройстве,  $x_{ij}$  — количество функций обработки  $i$ -го вида, выделяемых для выполнения на  $j$ -ом устройстве. Требуется найти минимум функции

$$(1) \quad F(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij}$$

при выполнении ограничений

$$(2) \quad \sum_{i=1}^n t_{ij} x_{ij} \leq a_j \quad (j=1, \dots, m),$$

$$(3) \quad \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_i \quad (i=1, \dots, n),$$

$$(4) \quad x_{ij} \geq 0. \quad x_{ij} \text{ — целые} \quad (i=1, \dots, n; \quad j=1, \dots, m).$$

Решая задачу (1)—(4) перед каждым планируемым периодом времени (например, сменой), можно оптимально перестраивать план обработки данных в зависимости от того множества задач, которые реально поступили для решения на этом промежутке времени.

**Задача 2.** Пусть  $B_1, \dots, B_p$  — абоненты СКП, которые подключены через посредство каналов связи к мощной ЭВМ  $R$ , работающей в однопрограммном режиме (нетрудно убедиться, что путем добавления ряда условий в рассматриваемой ниже модели можно предусмотреть и случай, когда ЭВМ  $R$  работает в многопрограммном режиме, но нами для наглядности выбран более простой случай). Абоненты  $B_i (i=\overline{1, p})$  могут использовать центральный процессор  $R$ , например, в режиме *on line* (сеансами связи с ЭВМ).

Представим промежуток времени  $T$  для обслуживания абонентов с помощью ЭВМ  $R$  в виде  $q$  непересекающихся промежутков времени (через  $\mu_j$  и  $\mu_{j+1}$ , обозначим соответственно моменты начала и конца  $j$ -го промежутка, а через  $\gamma_j$  — стоимость единицы времени работы ЭВМ в  $j$ -ом ( $j=1, \dots, q$ ) промежутке времени). Пусть каждому абоненту  $B_i$  в течение времени  $T$  требуется решить одну задачу (если это не так, то можно при постановке задачи формально увеличить число абонентов, чтобы это условие выполнялось. Тех абонентов  $B_i$ , которые в рассматриваемом периоде времени  $T$  не нуждаются в обслуживании системой, мы не рассматриваем).

Обозначим через  $\lambda_i$  необходимое время для решения задачи абонента  $B_i$ , через  $\theta_{ij}$  и  $v_{ij}$  — соответственно время и стоимость единицы времени использования абонентом  $B_i$  канала связи с процессором  $R$  в  $j$ -ом интервале времени, через  $Z_{ij}$  булевы переменные, значение которых определяется согласно формуле

$$Z_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если абонент } B_i \text{ использует } j\text{-й} \\ & \text{промежуток времени работы ЭВМ,} \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Тогда задача минимизации суммарной стоимости работ по обслуживанию абонентов  $B_i$  может быть описана такой моделью.

Найти минимум функции

$$(5) \quad F(Z) = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q (\gamma_j \lambda_i + v_{ij} \theta_{ij}) Z_{ij}$$

при ограничениях

$$(6) \quad \sum_{j=1}^q Z_{ij} = 1 \quad (i=1, \dots, p),$$

$$(7) \quad \sum_{i=1}^p \lambda_i Z_{ij} \leq \mu_{j+1} - \mu_j \quad (j=1, \dots, q),$$

$$(8) \quad Z_{ij} = 0 \quad \text{или} \quad 1 \quad (i=1, \dots, p; \quad j=1, \dots, q).$$

Ограничения (6) реализуют требование, состоящее в том, что абонент  $B_i$  обязательно должен быть обслужен полностью в течение одного из  $j$ -х промежутков времени. Если обнаружится, что по каким-либо причинам (например, продолжительности ни одного из  $j$ -х промежутков времени недостаточно для полного решения задачи абонента  $B_i$ , нельзя полностью обслужить абонента  $B_i$  с помощью только одного  $j$ -го промежутка времени, то в задаче (5)—(8) это можно учесть по-разному. В некоторых случаях можно, например, такую задачу абонента  $B_i$  искусственно разбить на несколько подзадач и формально увеличить число абонентов с тем, чтобы по-прежнему каждому из них соответствовала одна задача. Время  $\lambda_i$ , естественно, должно быть при этом разбито на такие части, чтобы каждой новой дополнительной задаче соответствовало необходимое время ее решения на ЭВМ  $Q$  с учетом дополнительных расходов его в каждом  $j$ -ом промежутке времени на выполнение операций, связанных с обеспечением возможности разумного предложения решения задачи в последующих промежутках времени (запоминание, если это необходимо, промежуточных данных; пересылка данных на другие виды носителей информации и т. д.). Можно также использовать и другой путь для учета того, что абонент решает свою задачу в различные промежутки времени. Вместо условия (6) можно использовать ограничение

$$(6') \quad \sum_{j=1}^q Z_{ij} \geq 1 \quad (i=1, \dots, p),$$

и в формулы (5), (7) внести соответствующие изменения, касающиеся величины  $\lambda_i$ . Вид задачи (5)—(8) от этого не изменится, и поэтому подробнее мы на этих изменениях останавливаться не будем.

К задаче вида (5)—(8) сводится, например, такая важная задача проектирования сети сбора и обработки данных, как задача оптимального размещения терминалов, ТП и центрального процессора (ЦП), когда известны стоимость подключения (и установки терминалов) к ТП, число ТП, через которые должен быть подключен к ЦП каждый из терминалов, а также максимально возможное число терминалов, подключаемых каждому из ТП. Эта задача возникает тогда, когда, например, требуется с минимальными затратами построить на предприятии систему сбора и обработки данных.

**Задача 3.** Пусть СКП ЭВМ включает множество ЭВМ  $n$  типов, расположенных как в головном вычислительном центре (ГВЦ), так и в ряде периферийных ВЦ (ПВЦ), а также множество абонентов  $A = \{A_i \mid i=1, \dots, m\}$ . Связь абонентов с ГВЦ и ПВЦ, а также ПВЦ с ГВЦ осуществляется с помощью каналов связи различных типов. Одна часть абонентов имеет в своем распоряжении ПВЦ, другая — нет. Условимся, что каждый абонент, не имеющий собственного ПВЦ, непосредственно связан каналами связи только с одним ПВЦ и уже через его посредство может связываться с другими ПВЦ и ГВЦ. Пусть плановый период  $T$  работы СКП разбит на  $l$  частей и задано суммарное время  $T_j^2$ , выделяемое ГВЦ в  $r$ -м ( $r=1, 2, \dots, l$ ) промежутке времени для обслуживания абонентов системы машинами типа  $M_j$  ( $j=1, \dots, n$ ). Задано также: 1) время работы ЭВМ типа  $M_j$  ГВЦ, которое может быть выделено абоненту  $A_j$  согласно его заявки; 2) отпускная цена единицы времени работы ЭВМ типа  $M_j$ ; 3) себестоимость единицы времени работы ЭВМ типа  $M_j$ , находящейся в распоряжении абонента  $A_j$ ; 4) стоимости единицы времени использования абонентом  $A_j$  канала для

связи с ГВЦ и ПВЦ соответственно; 5) характеристики потока задач абонента  $A_i$  в плановом периоде и ряд других данных.

Задача состоит в том, чтобы найти такой план работы СКП рассмотренного типа, который обеспечил бы минимум суммарных стоимостных затрат по системе в плановом периоде при условии удовлетворения потребностей абонентов в решении заданного множества  $Q$  их задач. Если множество  $Q$  меняется от одного периода планирования к другому, или некоторые ЭВМ системы (или ее абоненты) по каким-либо причинам выбывают из строя (или появляются новые), то и план, естественно, должен пересчитываться. В работе [3] показано, что задача такого типа может быть сведена к следующей задаче.

Найти минимум функции

$$(9) \quad F(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

при условиях

$$(10) \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i=1, \dots, m,$$

$$(11) \quad x_j \geq 0, \quad j=1, \dots, n,$$

$$(12) \quad x_j - \text{целые}, \quad j=1, \dots, p (p < n),$$

$$(13) \quad x_j = 0 \text{ или } 1; \quad j=p+1, \dots, n.$$

Задача (9)–(13) при достаточно большом количестве переменных  $x_j$  и ограничений (10)–(13) является весьма сложной.

Рассмотренные задачи довольно часто требуется решать при планировании вычислительного процесса в СКП. Это зависит от многих причин: меняется поток задач у абонентов, меняется конфигурация самой системы или пересматриваются стоимостные характеристики отдельных ее элементов, подключаются новые абоненты и технические средства, и т. п. Поэтому математические методы решения описанных задач должны позволять эффективно решать их в условиях ограниченных ресурсов (например, в смысле отпускаемого времени и памяти ЭВМ на их решение). Такие методы предложены в [1–4]. Их вычислительные схемы базируются на использовании основной идеи метода вектора спада [1], предназначенного для решения задач дискретной оптимизации, и максимальном учете специфики постановки задачи оптимизации. Эти методы являются процедурами итерационного типа, а это позволяет с их помощью находить решения задач тем более близкие к точным, чем больше отпускаемый рекурс времени на их решение. Они также могут быть удачно применены для решения задач в режиме диалога человека с машиной.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. И. В. Сергиенко. Вопросы разработки одного подхода к решению дискретных задач оптимизации в системах обработки данных и АСУ. *Управляющие системы и машины*, 1974, № 6.

2. Т. Т. Архипова, И. В. Сергиенко. О формализации и решении некоторых задач организации вычислительного процесса в системах обработки данных. *Кибернетика*, 1973, № 5.
3. Т. Т. Архипова, В. А. Рощин, И. В. Сергиенко. Применение метода вектора спада для решения некоторых задач организации вычислительного процесса в системах коллективного пользования ЭВМ. *Кибернетика*, 1975, № 2.
4. А. А. Михайлишин, А. А. Морозов, И. В. Сергиенко. Вопросы формализации и решения некоторых задач проектирования систем сбора и обработки данных в АСУ. *Управляющие системы и машины*, 1977, № 1.

*Институт кибернетики АН УССР  
Киев, Проспект Науки 109, СССР*

*Поступила 13. 9. 1977*