Serdica

Bulgariacae mathematicae publicationes

Сердика

Българско математическо списание

ПРОСТРАНСТВА С ТОРЗИОННЫМИ ГОМОЛОГИЯМИ СТИНРОДА — СИТНИКОВА

СТАНИСЛАВА В. ПЕТКОВА

В работе показано, что если группа гомологий Стинрода — Ситникова $H_n(X, A, G)$ некоторой локально компактной метризуемой пары (X, A) с коэффициентами в G — торзионная, то она совпадает с группой $H_n(X, A, G)$ индуцированных гомологий Чеха в следующих случаях:

$\check{H}_c^{n+1}(X, A)$ — торзионная группа ($\check{H}_c^*$ — когомологии Чеха с компактными носителями);

$\check{H}_c^{n+1}(X, A)$ имеет делимую торзионно свободную компоненту (тогда G — которзионная).

Фактор $G/{}^+G$ группы G по ее торзионной подгруппе ${}^+G$ — счетен (тогда $H_n(X, A, {}^+G) = \check{H}_n(X, A, {}^+G)$ и $H_n(X, A, G/{}^+G) = \check{H}_n(X, A, G/{}^+G)$). В частности $H_n(X, A, G) = \check{H}_n(X, A, G)$, если G — торзионная группа.

Если $H_n(X, A, Z)$ — торзионная, то $H_n(X, A, G) = \check{H}_n(X, A, G)$ для всех торзионно свободных урпп G.
г

Пусть $\gamma_*: H_* \to \check{H}_*$ — естественный эпиморфизм гомологий Стинрода — Ситникова (или точных, канонических, гомологий II рода, [1]—[5]) в индуцированных ими гомологиях Чеха на категории локально компактных метризуемых пространств и их собственных отображений ($\check{H}_*(X, A, G)$ определяется как обратный предел гомологий Стинрода — Ситникова нервов покрытий (X, A)).

Известно, что $\gamma_*: H_* \to \check{H}_*$ не всегда мономорфизм. Например, можно построить компактное метризуемое пространство X, такое, что $\gamma_*(X, Z)$ — изоморфизм, а $\gamma_*(X, T)$ не является изоморфизмом для надлежащим образом выбранной группы T, [6].

Напомним, что для компактной пары (X, A), $\gamma_n(X, A, G)$ — изоморфизм для всех групп коэффициентов G тогда и только тогда, когда группа $\check{H}^{n+1}(X, A)$ является прямой суммой циклических групп, [10], [6].

Для γ_* верны следующие предложения:

П р е д л о ж е н и е 1, [7], [10]. Пусть (X, A) — компактная пара. Если группа $\check{H}^{n+1}(X, A)$ или группа G — без торзии, тогда $\operatorname{Ker}\gamma_n(X, A, G)$ — делима.

П р е д л о ж е н и е 2, [7], [11]. Пусть (X, A) — компактная пара, G — группа без торзии, а r_0 — ранг без торзии группы $\check{H}^n(X, A)$. Тогда:

а) Если $r_0 = 0$ (т. е. $\check{H}^n(X, A)$ — торзионная), то $\operatorname{Ker}\gamma_n(X, A, G)$ — максимальная делимая подгруппа в $H_n(X, A, G)$;

б) Если $r_0 > 0$, $\operatorname{Ker}\gamma_n(X, A, G)$—максимальная делимая подгруппа в $H_n(X, A, G)$ тогда и только тогда, когда G — редуцированная.

Следовательно, если G — торзионно свободная редуцированная группа, $\gamma_n(X, A, G)$— изоморфизм тогда и только тогда, когда $H_n(X, A, G)$ — редуцированная.

Приведем несколько случаев, когда γ_* — изоморфизм.

П р е д л о ж е н и е 3, [7]. Пусть (X, A) — локально компактная метризуемая пара. Тогда $\gamma_n(X, A, G)$ изоморфизм, если выполнено одно из условий:

а) $\check{H}_c^{n+1}(X, A)$ — торзионная, G — без торзии;

б) $\check{H}_c^{n+1}(X, A)$ — торзионная без элементов бесконечной высоты.

В связи с условием а) отметим, что, как показано в [7] на примерах, γ_* может быть и не быть изоморфизмом в следующих случаях: $\check{H}_c^{n+1}(X, A)$ — без торзии, G — торзионная; $\check{H}_c^{n+1}(X, A)$ и G — торзионные; $\check{H}_c^{n+1}(X, A)$ и G оба без торзии.

Предложение 4, [7], [8], [9], [10]. Пусть (X, A) — локально компактная метризуемая пара и $H_n(X, A, G)$ — счетная. Тогда $\gamma_n(X, A, G)$ — изоморфизм, если выполнено одно из условий:

а) Z — прямое слагаемое в G;

б) G — свободная группа;

в) $\check{H}_c^{n+1}(X, A)$ — торзионная;

г) G — торзионная;

д) $\check{H}_c^{n+1}(X, A)$ — без торзии, а G — торзионная с конечным числом p-компонент (p — простое число);

е) Фактор $G/{}^+G$, где ${}^+G$ — торзионная часть G — счетен. Тогда $\gamma_n(X, A, {}^+G)$ и $\gamma_n(X, A, G/{}^+G)$ тоже изоморфизмы;

ж) Если $G/{}^+G$ — счетная, неделимая на никаком простом p группа, то $\gamma_n(X, A, B)$ изоморфизм для каждой группы B;

Отметим, что если для группы G с условием из ж) известно, что $\gamma_n(X, A, G)$ — изоморфизм (без предположении о счетности $H_n(X, A, G)$), тогда $\gamma_n(X, A, G)$ — изоморфизм для каждой торзионно свободной группы B. В частности, заключения из ж) верны при $G=Z$.

з) Если пара (X, A) — компактная и $\check{H}^{n+1}(X, A)$ имеет торзионно свободную делимую подгруппу, тогда $\gamma_n(X, A, G)$ изоморфизм тогда и только тогда, когда G — которзионная.

Отметим еще, что если группа $H_n(X, A, G)$ счетная для компактной пары (X, A), то группа $\operatorname{Ker}\gamma_n(X, A, G)$ — делима, [9].

Известно, что для компактной пары (X, A), $\operatorname{Ker}\gamma_n(X, A, G) = \operatorname{Pext}(\check{H}^{n+1}(X, A), G)$. Кроме этого, если $\gamma_n(\dot{X}, \dot{A}, G)$, где $(\dot{X}, \dot{A})$ одноточечная компактификация локально компактной пары (X, A) — изоморфизм, то $\gamma_n(X, A, G)$ — тоже изоморфизм. Следовательно, изучение $\gamma_n(X, A, G)$ сводится к изучению группы $\operatorname{Pext}(\check{H}^{n+1}(X, A), G)$ сервантных расширений группы G при помощи группы $\check{H}^{n+1}(X, A)$.

Начнем с доказательства нескольких алгебраических лемм.

Лемма 1. Пусть $\operatorname{Ext}({}^+H, G)$ — *торзионная, где* ${}^+H$ — *торзионная, а* G — *редуцированная. Тогда группа* $\operatorname{Hom}({}^+H, G)$ — *ограниченная.*

Доказательство. Пусть $C = \sum_{p,k} Z(p^k)$ — базисная подгруппа группы ${}^+H$. Тогда в точной последовательности

$$0 \to \sum_{p,k} Z(p^k) \to {}^+H \to D \to 0$$

D — делимая группа. Рассмотрим индуцированную точную последовательность

$$0 \to \operatorname{Hom}(D, G) \to \operatorname{Hom}({}^+H, G) \to \operatorname{Hom}(\sum_{p,k} Z(p^k), G) \to \dots$$

В ней $\operatorname{Hom}(D, G) = 0$, а $\operatorname{Hom}(\sum_{p,k} Z(p^k), G) = \prod_{p,k} G[p^k])$. Следовательно,

$$\operatorname{Hom}({}^+H, G) \subset \prod_{p,k} G[p^k].$$

С другой стороны, группа $\operatorname{Ext}({}^+H, G)$ — торзионная, которзионная и редуцированная (${}^+H$ — торзионная), [12]. Тогда, по теореме Харрисона, [13], она ограниченная. Из $0 \to \sum_{p,k} Z(p^k) \to {}^+H$, однако, следует, что $\operatorname{Ext}({}^+H, G) \to \operatorname{Ext}(\sum_{p,k} Z(p^k), G) \to 0$, где $\operatorname{Ext}(\sum_{p,k} Z(p^k), G) = \prod_{p,k} G/p^kG$. Таким образом, группа $\prod_{p,k} G/p^kG$ тоже ограниченная.

Рассмотрим следующие возможности:

1. Существует бесконечное число разных простых чисел p_i и натуральных чисел k_i, $i=1, 2, 3, \ldots$, таких, что группы $Z(p_i^{k_i})$ участвуют в базисной подгруппе группы ${}^+H$. В таком случае p_i-компоненты ${}^+G_{p_i}$ группы ${}^+G$ равны нулю почти для всех p_i. (Напомним, что ${}^+G$ — торзионная часть G.)

Действительно, $G/p_i^{k_i}G=0$ почти для всех p_i, так как группа $\prod\limits_{p,k} G/p^kG$ ограниченная. Оказалось, что G делится на почти все p_i. Но если p_i/G, то ${}^+G_{p_i}$ — делимая группа, откуда следует, что ${}^+G_{p_i}=0$ (напомним, что G — редуцированная).

2. Для фиксированного простого p существует последовательность чисел $k_1<k_2<k_3<\ldots$, таких, что группы $Z(p^{k_i})$, $i=1, 2, 3, \ldots$ принадлежат базисной подгруппе группы ${}^+H$. Покажем, что в этом случае ${}^+G_p$ — ограниченная.

Действительно, если p/G, то ${}^+G_p=0$. Пусть теперь p не делит G, т. е. $G/p^{k_i}G\neq 0$ для $i=1, 2, 3, \ldots$ и пусть p^{t_i} — период группы $G/p^{k_i}G$, $t_i\leqq k_i$. Но так как группа $\prod\limits_{p,k} G/p^kG$ ограниченная, то существует индекс s, такой, что $t_s<k_s$. Для него $p^{t_s}G=p^{k_s}G$ и $t_s<k_s$, откуда видно, что p делит группу $p^{t_s}G$, а следовательно и группу $p^{t_s}{}^+G_p$. Таким образом $p^{t_s}{}^+G_p$ — делимая группа. Оказалось, что $p^{t_s}{}^+G_p=0$, т. е. что G_p — ограниченная.

Отметим еще, что $G[p^k]\subseteq{}^+G_p$.

Итак, из 1. и 2. следует, что $G[p^k]\neq 0$ только для конечного числа простых p из базисной подгруппы группы ${}^+H$. Кроме этого, если число групп $G[p^k]$ для фиксированного p бесконечное, то они ограничены периодом группы ${}^+G_p$. Следовательно, группа $\prod\limits_{p,k} G[p^k]$, а вместе с ней и группа $\mathrm{Hom}({}^+H, G)$ — ограниченные. Этим лемма 1. доказана.

Лемма 2. *Если группа* $\mathrm{Ext}(H, G)$, *где* G — *редуцированная группа, торзионная, то* $\mathrm{Hom}({}^+H, G)$ — *ограниченная.*

Действительно, из $0\to{}^+H\to H$ следует, что $\mathrm{Ext}(H, G)\to\mathrm{Ext}({}^+H, G)\to 0$, откуда видно, что $\mathrm{Ext}({}^+H, G)$ тоже торзионная. Тогда, по лемме 1., группа $\mathrm{Hom}({}^+H, G)$ — ограниченная.

Лемма 3. *Пусть* $\mathrm{Ext}(H, G)$ — *торзионная группа. Тогда* $\mathrm{Ext}(H/{}^+H, G)$ *тоже торзионная и* $\mathrm{Pext}(H, G)=0$ *тогда и только тогда, когда* $\mathrm{Ext}(H/{}^+H, G)=0$.

Доказательство. Из сервантно точной последовательности $0\to{}^+H\to H\to H/{}^+H\to 0$ получаем точную последовательность

$$\ldots\mathrm{Hom}({}^+H, G)\to\mathrm{Pext}(H/{}^+H, G)\to\mathrm{Pext}(H, G)\to\mathrm{Pext}({}^+H, G)\to 0.$$

В ней $\mathrm{Pext}({}^+H, G)=0$, так как группа $\mathrm{Ext}({}^+H, G)$ торзионная, редуцированная и которзионная, следовательно ограниченная. Кроме этого, можем предполагать, что G — редуцированная. Тогда в рассматриваемой последовательности

$$\ldots\mathrm{Hom}({}^+H, G)\to\mathrm{Pext}(H/{}^+H, G)\to\mathrm{Pext}(H, G)\to 0$$

группа $\mathrm{Hom}({}^+H, G)$ — ограниченная (по лемме 2), а $\mathrm{Pext}(H, G)$ — торзионная. Следовательно, группа $\mathrm{Ext}(H/{}^+H, G)=\mathrm{Pext}(H/{}^+H, G)$ тоже торзионная.

Осталось показать, что $\mathrm{Pext}(H, G)=0$ тогда и только тогда, когда $\mathrm{Ext}(H/{}^+H, G)=0$.

Пусть, сначала, $\mathrm{Pext}(H, G)=0$. Тогда

$$\ldots\mathrm{Hom}({}^+H, G)\to\mathrm{Ext}(H/{}^+H, G)\to 0,$$

где группа $\mathrm{Hom}({}^+H, G)$ — ограниченная. Следовательно, группа $\mathrm{Ext}(H/{}^+H, G)$ — тоже ограниченная. Так как она и делимая, то $\mathrm{Ext}(H/{}^+H, G)=0$.

Пусть, обратно, $\mathrm{Ext}(H/^{+}H, G)=0$. Тогда, из рассматриваемой точной последовательности следует, что $\mathrm{Pext}(H, G)=0$.

Как следствие леммы 3 получаем следующее утверждение:

Лемма 4. *Если* $\mathrm{Ext}(H, G)$ — *торзионная и* H *имеет торзионно свободную делимую компоненту, то* G — *которзионная и* $\mathrm{Pext}(H, G)=0$.

Действительно, по лемме 3, $\mathrm{Ext}(H/^{+}H, G)$ торзионная и $\mathrm{Pext}(H, G)=0 \Leftrightarrow \mathrm{Ext}(H/^{+}H\ G)=0$. Но группа $H/^{+}H$ содержит как компоненту группу рациональных чисел Q, следовательно $\mathrm{Ext}(Q, G)$ — торзионная. С другой стороны, Q — торзионно свободная и делимая, следовательно [12] $\mathrm{Ext}(Q, G)$ — тоже торзионно свободная и делимая. Оказалось, что $\mathrm{Ext}(Q, G)=0$, т. е. что G — которзионная группа. Тогда $\mathrm{Ext}(H/^{+}H, G)=0$, т. е. $\mathrm{Pext}(H, G)=0$.

Лемма 5. *Пусть* $\mathrm{Ext}(H, G)$ — *торзионная, а* H *и* G — *счетные, торзионно свободные группы. Тогда* $\mathrm{Ext}(H, G)=0$.

Действительно, [14], [15], [16], [4], если $\mathrm{Ext}(H, G)\neq 0$, то, при условиях леммы 5, число прямых слагаемых в $\mathrm{Ext}(H, G)$ типа Q континуально.

Лемма 6. *Пусть* $\mathrm{Ext}(H, G)$ *торзионная, а* H *и* $G/^{+}G$ — *счетные группы. Тогда* $\mathrm{Pext}(H, {}^{+}G)=\mathrm{Pext}(H, G)=\mathrm{Pext}(H, G/^{+}G)=0$.

Доказательство. Покажем сначала, что $\mathrm{Pext}(H, G/^{+}G)=0$. Действительно, если $\mathrm{Ext}(H, G)$ — торзионная, то из $\mathrm{Ext}(H, G)\to\mathrm{Ext}(H, G/^{+}G)\to 0$ следует, что $\mathrm{Ext}(H, G/^{+}G)$ тоже торзионная. Но тогда, по лемме 3, $\mathrm{Ext}(H/^{+}H, G/^{+}G)$ торзионная и $\mathrm{Pext}(H, G/^{+}G)=0$ тогда и только тогда, когда $\mathrm{Ext}(H/^{+}H, G/^{+}G)=0$. Последнее равенство выполнено в силу леммы 5.

Покажем теперь, что $\mathrm{Pext}(H, {}^{+}G)=0$. Рассмотрим с этой целью точную последовательность

$$\ldots\ \mathrm{Pext}(H/^{+}H, {}^{+}G)\to\mathrm{Pext}(H, {}^{+}G)\to\mathrm{Pext}({}^{+}H, {}^{+}G)\to 0,$$

индуцированную сервантно точной последовательностью $0\to{}^{+}H\to H\to H/^{+}H\to 0$. Покажем, что в ней $\mathrm{Pext}(H/^{+}H, {}^{+}G)=\mathrm{Pext}({}^{+}H, {}^{+}G)=0$, откуда будет следовать, что $\mathrm{Pext}(H, {}^{+}G)=0$.

Покажем сначала, что $\mathrm{Pext}({}^{+}H, {}^{+}G)=0$. Это видно из последовательности

$$\ldots\ \mathrm{Hom}({}^{+}H, G/^{+}G)\to\mathrm{Pext}({}^{+}H, {}^{+}G)\to\mathrm{Pext}({}^{+}H, G)\to\ \ldots,$$

индуцированной последовательностью $0\to{}^{+}G\to G\to G/^{+}G\to 0$. В ней $\mathrm{Hom}({}^{+}H, G/^{+}G)=0$ и $\mathrm{Pext}({}^{+}H, G)=0$ ($\mathrm{Ext}({}^{+}H, G)$ — ограниченная), следовательно $\mathrm{Pext}({}^{+}H, {}^{+}G)=0$.

Теперь покажем, что $\mathrm{Pext}(H/^{+}H, {}^{+}G)=0$. Но так как $H/^{+}H$ — торзионно свободная, а ${}^{+}H$ — торзионная, то, [9], это выполнено тогда и только тогда, когда $\mathrm{Pext}(L, {}^{+}G)=0$ для подгрупп L группы $H/^{+}H$, таких, что $r_0(L)<\infty$.

Рассмотрим точную последовательность для некоторого L с указанным выше условием:

$$\ldots\ \mathrm{Hom}(L, G/^{+}G)\to\mathrm{Ext}(L, {}^{+}G)\to\mathrm{Ext}(L, G)\to\ldots$$

В ней $\mathrm{Hom}(L, G/^{+}G)$ — счетная группа, а $\mathrm{Ext}(L, G)$ — торзионная, как эпиморфный образ торзионной, по лемме 3, группы $\mathrm{Ext}(H/^{+}H, G)$. Отсюда следует, что $\mathrm{Ext}(L, {}^{+}G)=0$, так как в противном случае она будет торзионно свободной делимой группой мощностью $2^{\aleph_0}$. Таким образом, $\mathrm{Ext}(H/^{+}H, {}^{+}G)=0$, а следовательно и $\mathrm{Pext}(H, {}^{+}G)=0$.

Теперь равенство $\mathrm{Pext}(H, G)=0$ следует из точной последовательности

$$\ldots\ \mathrm{Pext}(H, {}^{+}G)\to\mathrm{Pext}(H, G)\to\mathrm{Pext}(H, G/^{+}G)\to 0$$

и из равенств $\mathrm{Pext}(H, {}^{+}G)=0$, $\mathrm{Pext}(H, G/^{+}G)=0$. Этим лемма доказана.

Теорема 1. *Пусть* (X, A) — *локально компактная метризуемая пара и* $H_n(X, A, G)$ *и* $\breve{H}_c^{n+1}(X, A)$ — *торзионные группы. Тогда* $\gamma_n(X, A, G)$ — *изоморфизм.*

Доказательство. Как мы уже отметили, можем считать, что пара (X, A) компактная. Тогда $\operatorname{Ker}\gamma_n(X, A, G) = \operatorname{Pext}(\breve{H}^{n+1}(X, A), G)$. Кроме того, из формулы универсальных коэффициентов

$$0 \to \operatorname{Ext}(\breve{H}^{n+1}(X, A), G) \to H_n(X, A, G) \to \operatorname{Hom}(\breve{H}^n(X, A), G) \to 0,$$

выполненной для гомологий Стинрода — Ситникова, следует, что группа $\operatorname{Ext}(\breve{H}^{n+1}(X, A), G)$ — торзионная. Тогда, по лемме 3, $\operatorname{Pext}(\breve{H}^{n+1}(X, A), G) = 0 \Leftrightarrow \operatorname{Ext}(\breve{H}^{n+1}(X, A)/{}^{+}\breve{H}^{n+1}(X, A), G) = 0$. Последнее равенство верно в силу торзионности группы $H^{n+1}(X, A)$.

Теорема 2. *Пусть* (X, A) — *локально компактная метризуемая пара,* $H_n(X, A, G)$ — *торзионная и группа* $\breve{H}_c^{n+1}(X, A)$ *имеет торзионно свободную делимую компоненту. Тогда группа коэффициентов* G — *которзионная, а* $\gamma_n(X, A, G)$ — *изоморфизм.*

Теорема следует из леммы 4.

Теорема 3. *Пусть* (X, A) — *локально компактная метризуемая пара,* $H_n(X, A, G)$ — *торзионная, а группа* $G/{}^{+}G$ — *счетная. Тогда* $\gamma_n(X, A, {}^{+}G)$, $\gamma_n(X, A, G)$ и $\gamma_n(X, A, G/{}^{+}G)$ — *изоморфизмы.*

Теорема следует из леммы 6 и из того факта, что группа $\breve{H}_c^{n+1}(X, A)$ — счетная.

Следствие. Пусть (X, A) — локально компактная пара, а группы $H_n(X, A, G)$ и G — торзионные. Тогда $\gamma_n(X, A, G)$ — изоморфизм.

Теорема 4. *Пусть для локально компактной метризуемой пары* (X, A) *группа* $H_n(X, A, Z)$ — *торзионная. Тогда* $\gamma_n(X, A, G)$ — *изоморфизм для каждой торзионно свободной группы* G.

Действительно, из теоремы 3 следует, что $\gamma_n(X, A, Z)$ — изоморфизм. Но тогда (предложение 4ж), $\gamma_n(X, A, G)$ — изоморфизм для каждой торзионно свободной группы G.

Отметим, что доказанные теоремы будут верны, если предположим, что группа $\operatorname{Ext}(\breve{H}_c^{n+1}(X, A), G)$ (а не группа $H_n(X, A, G)$) — торзионная.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. Г. Скляренко. Теория гомологий и аксиома точности. *Успехи мат. наук*, **24**, 1968, № 5 (149), 87-140.
2. Е. Г. Скляренко. Теоремы единственности в теории гомологий. *Матем. сб.*, **85**, (127), 1971, № 2 (6), 201-223.
3. Е. Г. Скляренко. К теории гомологий, ассоциированной с когомологиями Александрова — Чеха *Успехи мат. наук*, **34**, 1979, № 6, 90—110.
4. Е. Г. Скляренко. Некоторые применения функтора $\varprojlim^1$. *Матем. сб.*, **123** (165), 1984, № 3 369-390.
5. У. С. Масси. Теория гомологий и когомологий. Москва, 1981.
6. С. В. Петкова. О соотношении точных и Чеховских гомологий. *Доклады БАН*, **35**, 1982, № 3, 281-284.
7. С. В. Петкова. О совпадении точных и Чеховских гомологий. *Плиска*, **6**, 1983, 95-104.
8. С. В. Петкова. Некоторые случаи совпадения гомологий Стинрода — Ситникова с гомологиями Александрова — Чеха. *Доклады БАН*, **37**, 1984, № 7, 847-850.
9. С. В. Петкова. Пространства со счетными точными гомологиями с торзионной группой коэффициентов. *Сердика, Бълг. мат. сп.*, **11**, 1985, 48-53.

10. В. И. Кузьминов, И. А. Шведов. Гипергомологии предела прямого спектра комплексов и группы когомологий топологических пространств. *Сиб. мат. ж.*, **16**, 1975, 62-74.
11. В. Г. Мирюк. Гомологии и когомологии множеств и их окрестностей. *Матем. сб.*, **92**, 1973, 306-318.
12. Л. Фукс. Бесконечные абелевы группы. Москва, т. 1, 1974.
13. D. K. Harrison. Infinite abelian groups and homological methods. *Ann. Math.*, **69**, 1959, 366-391.
14. R. J. Nunke. Modules of extension over Dedekind rings. *Illin. J. Math.*, 3, 1959, 222-241.
15. P. S. Eklof, M. Huber. Abelian group extensions and the axiom of constructibility. *Comment. Math. Helv.*, **54**, 1979, 440-457.
16. C. U. Jensen. Les foncteurs derives de lim et leurs applications en theorie des modules. *Lecture Notes in Math., Vol. 256.* Berlin, 1972.

Поступила 04. 04. 89 г.

Математический институт
Болгарской академии наук
1090 София п. я. 373
Болгария