Serdica

Bulgariacae mathematicae publicationes

Сердика

Българско математическо списание

SERDICA — Bulgaricae mathematicae publicationes
19 (1993) 153-160

Mathematical Structures - Informatics - Mathematical Modelling
Papers dedicated to Academician L. Iliev on the Occasion of his Eightieth Birthday

PHYSIQUE ET MATHÉMATIQUES
Avant 1870

MAURICE LOI

Dedicated to Academician Ljubomir Iliev on the Occasion of his Eightieth Birthday

Les rapports de la physique et des mathématiques se devaient de figurer au programme du Séminaire de Philosophie et Mathématiques qui ne s'intéresse pas seulement aux rapports de la philosophie et des mathématiques en tant que telles, mais aussi aux applications et aux influences des matématiques dans les domaines les plus divers car elles éclairent la véritable philosophie des mathématiques. Par application je n'entends pas seulement les mathématiques appliquées qu'on essaie de distinguer des mathématiques pures, distinction quelquefois difficile. Certes, il y a les mathématiques de l'ingénieur, mais le géomètre ou le topologue qui utilisent la théorie des groupes font de la théorie des groupes appliquée! Quant aux physiciens, ils ont souvent besoin des mathématiques les plus abstraites et les plus élaborées, comme nous le verrons au cours de ce colloque.

Le Séminaire de Philosophie et Mathématiques créé en novembre 1972, a consacré, ã la date d'aujourd'hui 56 séances à la physique. La première, faite par Jean-Marc Lévy-Leblond, le 9 décembre 1974, avait justement pour titre: «Physique et Mathématiques ». Au colloque de Luxembourg, en mai 1986, sur la phylisophie des sciences d'Henri Poincaré, la physique occupa une large place. Aussi songions-nous depuis longtemps à organiser un colloque sur ce sujet. C'est la rencontre de Michel Hulin qui a permis de réaliser ce projet et de tenir ce colloque aujourd'hui au Palais de la Découverte. Je tiens, en ouvrant cette séance à la remercier tout particulièrement ainsi que Jean Brette, dont le dévouement a contribué au succès de l'entreprise.

Les mathématiques ont les liens particuliers avec la physique depuis le XVII^e siècle et même les mathématicien étaient aussi physiciens jusqu'à le fin du XIX^e siècle. L'exemple le plus célèbre, et un des derniers en date, étant celui d'Henri Poincaré.

Mais pour les Grecs, l'idée d'une science du mouvement n'allait pas de soi. Pour eux, la science ne peut être qu'un savoir inébranlable et qui doit porter sur des réalités inébranlables. Le mouvement échappe donc à ce savoir. La première condition nécessaire à la création de la géométrie n'est-elle pas l'existence d'objets qui sont immobiles à nos yeux, c'est-à-dire qui restent sensiblement invariables lorsque nous les observons à notre échelle? Et s'il y eut une physique grecque il ne pouvait être question d'y utiliser les mathématiques . Aristote refuse explicitement le mathématisme platonicien et se rapproche des physiciens antérieurs, et notamment d'Empédocle (V^e siècle avant J.-C.), qui avaient retenu les quatre éléments comme les constituants naturels et universels des choses. Mais les Grecs, et Aristote en particulier, avaient un grand souci de la causalité, à savoir: ce dont une chose est faite, la forme définissable, le moteur ou l'agent, la raison ou la fin. Souci qui a disparu chez les physiciens modernes devant l'incroyable efficacité des mathématiques depuis Galilée. Certes, les Grecs n'avaient pas l'outillage mathématique nécessaire à l'étude du mouvement et du changement qui est né avec les débuts de la cinématique. Mais ils ont donné l'élan à la pensée scientifique moderne.

Platon raconte (Phédon 99-c, 100-d) comment Socrate se décida, pour résoudre les problèmes physiques, à laisser entièrement de côté les réalités données par la vue ou les autres sensations, et à tenter, dans une «seconde traversée», d'employer la méthode déjà indiquée dans le Ménon, c'est-à-dire de «poser par hypothèse la formule que je jugerais être la plus solide, plus de poser comme vrai ce qui s'accordera avec cette formule, comme non vrai ce qui ne s'accordera pas avec elle». On songe, en lisant cette phrase, à la déduction, à la logique que devait créer Aristote; mais les Grecs avaient aussi le plus grand souci de la vie de l'esprit et quand un problème était résolu, ils aimaient à dire comme Platon qu'il fallait «tenir la blessure ouverte», c'est-à-dire garder le contact avec les difficultés originelles même quand elles ont été surmontées, afin que l'esprit garde son élan pour aller plus loin. Aristote, fidéle à son maître sur ce point, n'écrit pas autre chose dans sa *Métaphysique* (982-10): «C'est effet, l'étonnement qui poussa, comme aujourd'hui, les premiers penseurs aux spéculations philosophiques». Il emprunte d'ailleurs cette idée à Platon (Théétète, 155d). Ce souci de garder la vivacité de l'esprit pour éviter le sommeil du dogmatisme et faciliter la création, l'invention, fut celui du génial Archimède qui commença à utiliser les mathématiques en physique et pressentit le calcul différentiel et intégral. C'est vraiment la fleur du génie grec, et plus encore pour la méthode et l'esprit que pour les résultats. Certes, il ne négligeait pas la rigueur, ni le mécanisme logique d'Aristote, mais savait préserver le ressort inventif toujours présent dans la dialectique platonicienne. Toute la science moderne (mathématique, mécanique et physique), au XVI^e et XVII^e siècles, est créée dans la méditation de son oeuvre (Viète, Galilée, Fermat, Descartes).

Archimède a développé dans son traité sur *«la Méthode»*, des procédés d'invention. Sa très grande originalité, son coup de génie, c'est d'avoir montré qu'a côté des trouvailles purement fortuites, il y avait en mathématiques , des filons inventifs qu'on pouvait, qu'on devait exploiter rationnellement aussi. Voilà précisément l'objet de son traité sur *«la Méthode»*. Il n'y a pas de doute que la méthode ait, comme chez Descartes, commandé à tout le reste. Et toujours comme chez Descartes, c'est une méthode de recherche, d'invention et de découverte, mais elle n'est pas probative, dit Archimède dans son préambule. Nécessaire elle n'est pas suiffisant, car il n'y a qu'une méthode qui garantisse la vérité, c'est la méthode démonstrative traditionnelle, celle de Pythagore, de Platon et d'Euclide. Sa méthode inventive est double: d'abord elle introduit les considération mécaniques, quitte à les éliminer une fois la solution trouvée, ainsi que l'exigeaient Platon et la science des seules constructions claires et distinctes pour ce temps, celle de la règle et du compas, parce que reposant seules sur des définitions claires et distinctes, droite et cercle. Ensuite, Archimède a l'audace d'introduire la considération de l'infini dont les Grecs avaient horreur. En effet, ce que nous présente Archimède dans son principe d'exhaustion, nous permet de le considérer comme le premier fondateur du calcul infinitésimal. Mais ce qui a fait aussi d'Archimède le plus moderne des savants grecs, l'annonciateur de Galilée, de Descartes et de nos phisiciens, c'est d'avoir fait de la mécanique une science démonstrative.

En dehors d'idées vagues et générales sur le mouvement destiné à séparer les qualités dans la physique qualitative: mouvement en cercle (Anaximandre, les tourbillons de l'atomisme; le mouvement circulaire des astres est un pur repérage descriptif jusqu'à Eudoxe), mouvement de brassage de haut en bas (Anaximène, Anaxagore, Héraclite qui le combine avec le prêstêr[1]) ou plus, indéterminée et chaotique, la chôra platonicienne, le mouvement primitif des atomes de Démocrite, il ne nous est pas parvenu, jusqu'à Aristote, de propositions vraiment scientifiques sur le mouvement.

Dans Aristote, les propositions sont encore toutes mêlées aux considérations de la physique qualitive et à la classification des mouvements en circulaires et rectilignes. Il reste loin de notre mécanique alors qu'Archimède en est près.

Le but poursuivi par Arcimède est, sans doute, la théorie des machines qui, en ce temps, se réduisaient aux machines simples et à quelques instruments hydrauliques. Les machines simples sont d'ailleurs, de beaucoup, les plus importantes au point de vue de la technique de ces temps. Elles sont aussi les plus importantes au point de la vue sicentifique, car leur travail se dessine en quelque sorte de façon géométrique. Elle élèvent un poids entre deux points de l'espace, et la ligne qui unit ces deux points et qui stabilise le déplacement opéré par la machine est une ligne géométrique. A ce déplacement correspond un autre déplacement dans l'espace qui, dans la balance, puis dans le levier sous une forme un peu plus compliquée seulement, est la contrepartie du premier déplacement. Ce second déplacement est produit par une force qui se laisse de son côté représenter par un autre poids en rapport avec le premier.

On a lá la première grande réussite d'une mathématisation de l'expérience, en dehors de ces expériences, trés lointaines et très vagues, qui ont pu influencer arithmètique et géométrie. Cette mathématisation, bien plus que la description métrique

[1]Voir l'article Héraclite dans l'Encyclopaedia Universalis, volume 8, p. 347.

réalités inébranlables. Le mouvement échappe donc à ce savoir. La première condition nécessaire à la création de la géométrie n'est-elle pas l'existence d'objets qui sont immobiles à nos yeux, c'est-à-dire qui restent sensiblement invariables lorsque nous les observons à notre échelle? Et s'il y eut une physique grecque il ne pouvait être question d'y utiliser les mathématiques . Aristote refuse explicitement le mathématisme platonicien et se rapproche des physiciens antérieurs, et notamment d'Empédocle (Ve siècle avant J.-C.), qui avaient retenu les quatre éléments comme les constituants naturels et universels des choses. Mais les Grecs, et Aristote en particulier, avaient un grand souci de la causalité, à savoir: ce dont une chose est faite, la forme définissable, le moteur ou l'agent, la raison ou la fin. Souci qui a disparu chez les physiciens modernes devant l'incroyable efficacité des mathématiques depuis Galilée. Certes, les Grecs n'avaient pas l'outillage mathématique nécessaire à l'étude du mouvement et du changement qui est né avec les débuts de la cinématique. Mais ils ont donné l'élan à la pensée scientifique moderne.

Platon raconte (Phédon 99-c, 100-d) comment Socrate se décida, pour résoudre les problèmes physiques, à laisser entièrement de côté les réalités données par la vue ou les autres sensations, et à tenter, dans une «seconde traversée», d'employer la méthode déjà indiquée dans le Ménon, c'est-à-dire de «poser par hypothèse la formule que je jugerais être la plus solide, plus de poser comme vrai ce qui s'accordera avec cette formule, comme non vrai ce qui ne s'accordera pas avec elle». On songe, en lisant cette phrase, à la déduction, à la logique que devait créer Aristote; mais les Grecs avaient aussi le plus grand souci de la vie de l'esprit et quand un problème était résolu, ils aimaient à dire comme Platon qu'il fallait «tenir la blessure ouverte», c'est-à-dire garder le contact avec les difficultés originelles même quand elles ont été surmontées, afin que l'esprit garde son élan pour aller plus loin. Aristote, fidéle à son maître sur ce point, n'écrit pas autre chose dans sa *Métaphysique* (982-10): «C'est effet, l'étonnement qui poussa, comme aujourd'hui, les premiers penseurs aux spéculations philosophiques». Il emprunte d'ailleurs cette idée à Platon (Théétète, 155d). Ce souci de garder la vivacité de l'esprit pour éviter le sommeil du dogmatisme et faciliter la création, l'invention, fut celui du génial Archimède qui commença à utiliser les mathématiques en physique et pressentit le calcul différentiel et intégral. C'est vraiment la fleur du génie grec, et plus encore pour la méthode et l'esprit que pour les résultats. Certes, il ne négligeait pas la rigueur, ni le mécanisme logique d'Aristote, mais savait préserver le ressort inventif toujours présent dans la dialectique platonicienne. Toute la science moderne (mathématique, mécanique et physique), au XVIe et XVIIe siècles, est créée dans la méditation de son oeuvre (Viète, Galilée, Fermat, Descartes).

Archimède a développé dans son traité sur *«la Méthode»*, des procédés d'invention. Sa très grande originalité, son coup de génie, c'est d'avoir montré qu'a côté des trouvailles purement fortuites, il y avait en mathématiques , des filons inventifs qu'on pouvait, qu'on devait exploiter rationnellement aussi. Voilà précisément l'objet de son traité sur *«la Méthode»*. Il n'y a pas de doute que la méthode ait, comme chez Descartes, commandé à tout le reste. Et toujours comme chez Descartes, c'est une méthode de recherche, d'invention et de découverte, mais elle n'est pas probative, dit Archimède dans son préambule. Nécessaire elle n'est pas suiffisant, car il n'y a qu'une méthode qui garantisse la vérité, c'est la méthode démonstrative traditionnelle, celle de Pythagore, de Platon et d'Euclide. Sa méthode inventive est double: d'abord elle introduit les considération mécaniques, quitte à les éliminer une fois la solution trouvée, ainsi que l'exigeaient Platon et la science des seules constructions claires et distinctes pour ce temps, celle de la règle et du compas, parce que reposant seules sur des définitions claires et distinctes, droite et cercle. Ensuite, Archimède a l'audace d'introduire la considération de l'infini dont les Grecs avaient horreur. En effet, ce que nous présente Archimède dans son principe d'exhaustion, nous permet de le considérer comme le premier fondateur du calcul infinitésimal. Mais ce qui a fait aussi d'Archimède le plus moderne des savants grecs, l'annonciateur de Galilée, de Descartes et de nos phisiciens, c'est d'avoir fait de la mécanique une science démonstrative.

En dehors d'idées vagues et générales sur le mouvement destiné à séparer les qualités dans la physique qualitative: mouvement en cercle (Anaximandre, les tourbillons de l'atomisme; le mouvement circulaire des astres est un pur repérage descriptif jusqu'à Eudoxe), mouvement de brassage de haut en bas (Anaximène, Anaxagore, Héraclite qui le combine avec le prêstêr[1]) ou plus, indéterminée et chaotique, la chôra platonicienne, le mouvement primitif des atomes de Démocrite, il ne nous est pas parvenu, jusqu'à Aristote, de propositions vraiment scientifiques sur le mouvement.

Dans Aristote, les propositions sont encore toutes mêlées aux considérations de la physique qualitive et à la classification des mouvements en circulaires et rectilignes. Il reste loin de notre mécanique alors qu'Archimède en est près.

Le but poursuivi par Arcimède est, sans doute, la théorie des machines qui, en ce temps, se réduisaient aux machines simples et à quelques instruments hydrauliques. Les machines simples sont d'ailleurs, de beaucoup, les plus importantes au point de vue de la technique de ces temps. Elles sont aussi les plus importantes au point de la vue sicentifique, car leur travail se dessine en quelque sorte de façon géométrique. Elle élèvent un poids entre deux points de l'espace, et la ligne qui unit ces deux points et qui stabilise le déplacement opéré par la machine est une ligne géométrique. A ce déplacement correspond un autre déplacement dans l'espace qui, dans la balance, puis dans le levier sous une forme un peu plus compliquée seulement, est la contrepartie du premier déplacement. Ce second déplacement est produit par une force qui se laisse de son côté représenter par un autre poids en rapport avec le premier.

On a lá la première grande réussite d'une mathématisation de l'expérience, en dehors de ces expériences, trés lointaines et très vagues, qui ont pu influencer arithmètique et géométrie. Cette mathématisation, bien plus que la description métrique

[1] Voir l'article Héraclite dans l'Encyclopaedia Universalis, volume 8, p. 347.

des Chaldéens, ou géométrique des Grecs, relative à la marche des astres, et qui n'est qu'un repérage – déjà admirable en soi – de l'observation, est vraiment la première *grande* théorie physique dans toute la force du terme, pris en son sens actuel, par la mathématisation de l'expérience. Non point une expérience commune, mais des résultats expérimentaux obtenus par des mesures aussi précises que possible sur des appareils qui analysent, par leur construction même, les rapports des effets et des causes ou des conditions. C'est ainsi que le traité des «Équilibres», bien qu'il soit loin encore, sauf dans les propositions liminaires, de notre statique proprement dite et de la théorie des machines, établit démonstrativement des propositions, qui nous achemineront à ces études et à la recherche des centres de gravité.

Archimède commence par poser, comme l'Euclide authentique, des demandes (postulats). Ce sont les hypothèses fondamentales qui jouent, pourrait-on dire, pour l'ensemble des démonstrations, un rôle analogue à celui de l'hypothèse dans chaque démonstration. Elles conditionnent le système. Si elles sont acceptées, la suite des théorèmes est valide, de même que, sous les conditions posées dans l'hypothèse, la démonstration est valide. Les postulats d'Archimède sont évidemment tirés de l'expérience dont ils sont la traduction fidèle. Il ne peut s'agir d'axiomatique pure et simple, mais d'une axiomatique de l'expérience, et nous sommes en face de la première réussite consciente de la mathématisation des faits de la nature, de l'analyse mathématique appliquée à ceux-ci et qui s'y adapte si étroitement qu'on pourrait la croire exigée par cette nature, bref, à la limite, faisant corps avec elle: non point une abstraction conceptuelle de l'esprit, mais une abstraction réelle qui n'est qu'une structure naturelle, aussi bien qu'intellectuelle, dans une coïncidence, une harmonie, une unité parfaites; nous sommes bien en face de l'effort qui, tel quel, sera continué non seulement dans la mécanique, mais aussi dans toute la physique des modernes.

L'expérience dont part Archimède, est une expérience scientifique qu'il faut distinguer de celle du sens commun et de l'empirisme vulgaire voire philosophique, c'est l'expérience technique et scientifique, spécification intelligente de l'autre, et qui est toujours découverte et invention d'une structure. Il est évident qu'Archimède a regardé une balance et un levier, mais il n'en est pas resté à l'expérience commune qu'on en avait prise depuis longtemps. Il a cherché à mesurer, donc un procédé de mesure, mais ceci est banal et s'arrêter là c'est ne pas dire grand-chose, peut-être ne rien dire de l'effort scientifique. La mesure ne peut être appliquée que par une analyse des données qualitatives qui aboutit à établir une structure. C'est en cela, et seulement en cela, que la mesure est possible, de façon nécessaire et universelle, donc que l'expérience, la nature, est mathématisable, le comment devenant fonction du pourquoi. Elle est mathématisable parce qu'elle a une srtucture, qu'elle est un entrelacs de relations: «ces longues chaînes de raisons» dont parlera Descartes. La mathématique s'applique à la nature, dans la mesure où celle-ci peut se laisser construire, et ce sera la mesure dans laquelle nous pourrons tendre vers une connaissance exacte à la limite, c'est-à-dire faire la science.

Cette méthode choisit avant tout des faits particuliers privilégiés par leur simplicité. Ainsi la balance, la structure du levier se ramenant à celle de la balance, le passage était trouvé entre les deux. Arcuimède sait faire l'association d'idées lointaines et peu communes. La légende lui faisant dire à Hiéron: «qu'on me donne un point d'appui et je soulèverai la terre» ne fait qu'exprimer la recherche de la structure causale dans l'étude du mouvement et la force. Il ne s'est pas contenté de fonder la méchanique rationelle des solides, il va créer aussi l'hydrostatique, le problème de l'équilibre précédant toujours celui du mouvement, peut-être à cause du génie grec plus ou moins parménidéen.

C'est en suivant les conséquences du principe de l'équilibre à travers l'expérience – la légende là aussi est bien parlante –, qu'Archimède a formulé son fameux principe qui devait, lui aussi, faire aboutir de son côté Galilée à la loi de chute des corps, et a commandé à toute la promotion de la physique quantitative de la Renaissance. En réalité, ce principe est un théorème, la proposition VII du livre I du traité: *«Des corps flottants»*, l'un des derniers ouvrages (le huitième sur dix) qui nous soit parvenu. «Un solide plus lourd que le fluide où il plonge va au fond du fluide et s'il est posé dans le fluide, sera plus léger que son vrai poids, d'un poids égal au fluide déplacé.» C'est en appliquant ce principe qu'Archimède aurait trouvé (eurêka, eurêka !) sans la briser, que la couronne d'or d'Hiéron renfermait à son intérieur de l'argent moins dense que l'or, et détermina sa quantité.

Vraiment, sa faculté créatrice est allée dans toutes les directions où elle était capable de faire pressentir la mathématique moderne. On la retrouve aussi à propos de l'instrument premier de la science des grandeurs: la numération. Il est certain que la numération écrite de la Grèce reste un peu, come le restera la romaine, du côté du graphisme hiéroglyphique, les lettres de l'alphabet. C'est à propos d'astronomie qu'Archimède sentit l'imperfection de sa numération et qu'il en créa une nouvelle dans son ouvrage: *«l'Arénaire»*. Il s'agit de compléter la numération hellène par un système qui permette de donner le nombre de grains de sable qui pourraient remplir l'univers. La nouvelle unité était la myriade de myriades, $10\,000^2$ (la myriade dix mille était ce à quoi s'arrêtait la numeration parlée ordinaire, les Grecs n'ayant pas de mots pour les ordres supérieurs). Ce dernier nombre sera pris à son tour pour l'unité du 2ᵉ ordre et ainsi de suite.

La Grèce a été grande en inventant les méthodes qui ont fait notre science et en créant l'esprit, l'ésprit rationnel, lequel n'est autre que la pensée scientifique ellemême, qui s'est épanoui avec la révolution scientifique du XVIIᵉ avec Galilée, Descartes, Leibniz et Newton.

Cette révolution scientifique est caractérisée par le triomphe du point de vue du mathématicien sur celui des empiristes. Conséquence qui n'a pas toujours retenu l'attention des philosophes, ni modifié notre culture colporteuse d'idées surannées.

Aussi n'estime-t-on pas toujours à sa juste valeur le rôle des mathématiques dans la pensée scientifique. Or, désormais elle est tout entière présente dans son effort mathématique, ou pour mieux dire, comme Gaston Bachelard, c'est l'effort mathématique qui forme l'axe de la découverte. C'est souvent l'expression algébrique qui permet de penser le phénomène, comme si l'esprit acquerrait des facultés nouvelles en la maniant, rendant possible le mouvement spirituel de découverte. On peut citer de nombreux exemples du rôle heuristique des mathématiques dans l'oeuvre de théorisation, de réflexion et définition des concepts: algèbre stellaire, géometrie symplectique, théorie des groupes, etc. C'est un aspect essentiel des mathématiques d'être devenues une source d'idées qui permettent la compréhension et la maîtrise des phénomènes, comme l'avait rêvé Descartes dans sa philosophie, pratique et conquérante: saisir par l'intelligence les vrais principes qui donnent la lumière intellectuelle. Telle est sa mathématique où il n'oppose pas induction et déduction comme le font certains de nos contemporains qui voient, en général, dans l'induction la source unique des inventions et considèrent la «sèche» déduction comme un simple moyen de preuve et d'exposition de résultats déjà trouvés. Or, la conquête de vérités importantes ne peut être effectuée par la simlpe observation passive, mais exige l'exercice d'activités mentales bien plus élevées et compliquées. Dans la plupart des cas, les expériences ou les observations sont de simple vérifications de conclusions auxquelles les expérimentateurs sont déjà arrivés indépendamment d'elles: «Je fus d'abord persuadé par la raison avant d'être assuré par les sens» écrivait Galilée (Dialogues des grands systèmes, seconde journée). Pasteur ou Claude Bernard ont justement défini l'expérimentation comme une observation guidée par des idées déjà élaborées, c'est-à-dire en d'autres termes, une observation précédée et accompagnée de processus déductifs.

Descartes avait d'ailleurs le souci d'une logique féconde qui serve non seulement à exposer mais à découvrir. Les mathématiques lui ont donné ses idées clés: toute vérité est un degré auquel on accède en partant du précédent et qui donne accès aux suivants. Ainsi la science, au lieu d'être une contemplation d'objets idéaux, se présentera comme une création de l'esprit, une composition synthétique. La tâche essentielle du savant sera donc, non pas d'apporter une collection de résultats, mais de mettre sur pied de bons instruments de synthèse, de constituer une méthode puissante et efficace. L'algèbra sera alors un outil essentiel, tel est le but que se propose Descartes avant toute chose. La physionomie nouvelle que va prendre la science c'est la géométrie qui la définit, et en donne une vision concrète: par l'algèbre nouvelle il est vrai, clarifiée et perfectionnée, il est possible de résoudre les problèmes d'une façon sûre et régulière. La sƒeté et la régularité de la méthode, voilà ce qui est foundamental aux yeux de Descartes, voilà ce qui doit distinguer la science moderne de la géométrie ancienne, ce champ clos où les virtuoses pouvaient seuls se mouvoir et accomplir leurs prouesses. C'est en ce sens que Descartes est un précurseur, pour ainsi dire, de Bourbaki: l'algèbre, pour lui, n'est pas un recueil de formules, c'est une technique, c'est une méthode de construction et de combinaison. Par le simple jeu du mécanisme algèbrique nous faisons surgir un monde géometrique illimité que nous aurait jamais révélé la simple observation. En réhabilitant le calcul délaissé par les Grecs, Descartes prépare la route à la mathématique moderne. Tous les scrupules des géométres grecs touchant la définition des courbes s'évanouissent, et les détours qu'ils employaient pour y échapper perdent leur raison d'être. La théorie de la construction géométrique devient inutile, ainsi remplacée par cette synthèse créatrice, autrement féconde qu'elle.

Sous le vêtement de la notion de courbe apparaît (bien sûr il faudra la fin du XVII^{e} siècle pour le mot apparaisses et que l'idée soit précisée par Leibniz) la notion de fonction, grosse de toutes les questions qui bientôt surgiront à sa suite. Cette notion n'a pas seulement constitué un perfectionnement des mathématiques, elle a marqué un changement radical dans leur orientation et permit le développement de la physique.

La transformation ne fut pas totale du premier coup. L'Analyse ne fit pas d'un seul coup le saut qu'elle allait être obligée de faire et garda un pied sur la rive qu'elle devait quitter. C'est seulement au XIX^{e} siècle avec Fourier, Dirichlet, Cauchy, Riemann, que la notion de fonction prit son sens moderne et toute sa portée. Cette fois la nouvelle tendance de la mathématique ne pouvait manquer de prendre conscience d'elle-même. Non seulement le concept de fonction fut à l'origine des travaux de Cantor et il devient le véritable objet du calcul fonctionnel, mais il peut être pris comme notion fondamentale et primitive. C'est lui qui sous des noms divers: application, homomorphisme, homéomorphisme, morphisme, isomorphisme, transformation, interprétation, représentation, opérateur, foncteur, etc., est si souvent utilisé. Ces divers mots suggèrent une activité féconde tissant l'unité profonde des mathématiques qui décuplent leurs possibilités d'applications.

Ce développement impétueux des mathématiques - Diedonné a pu le souligner dans son avant-propos à l'oeuvre d'Albert Lautnan: «On peut dire sans exagération qu'il y a eu plus de problèmes mathémathiques fondamentaux résolus depuis 1940 que de Thalès à 1940.» – s'est souvent fait en liaison étroite avec la physique, surtout au XIX^{e} siècle, chaque science s'enrichissant l'une l'autre. Ces rapports sont toujours vivaces et féconds, même pour les mathématiques, et les travaux d'Alain Connes le montrent tout particulièrement ainsi que les rencontres régulières entre physiciens théoriciens et mathématicients tant à Strasbourg qu'aux Houches.

Gaston Bachelard s'est exprimé dans plusieurs de ses ouvrages sur la philosophie de ces rapports. Dès la primière page de *«La Formation de l'esprit scientifique»* publié en 1938, il note que «Le rôle des mathématiques dans la Physique contemporaine dépasse donc singulièrement la simple description géométrique. Le mathématisme est non plus descriptif mais formateur. La science de la réalité ne se contente plus du comment phénoménologique elle cherche le pourquoi mathématique.» Car le concret n'est correctement analysé que par l'abstrait, c'est pourquoi il faut poser l'abstraction comme la démarche normale et féconde de l'esprit scientifique. Le philosophe champenois fixe très exactement l'ère du nouvel esprit scientitfique en 1905, au moment où la Relativité einsteinienne vient transformer des concepts primordiaux que l'on croyait à jamais immobiles. C'est bien pourquoi il s'agit non pas d'acquérir une culture expérimentale, mais bien de changer de culture expérimentale, de renverser les obstacles amoncelés par la vie quotidienne; malheureusement cette notion d'obstacle épistémologique est généralement méconnue. Alors qu'une véritable catharsis intellectuelle est indispensable, les livres de physique n'y contribuent par toujours en enseignant souvent une science bien immobilisée; on se laisse se constituer une sorte d'inconscient de l'esprit scientifique qu'il sera ensuite difficile d'exorciser. En effet, quelle n'est pas notre mauvaise humeur quand on vient contredire nos connaissances élémentaires, quand on vient toucher à ce trésor puéril gagné nos efforts scolaires. On croit échapper à la discussion en se référant à un fait qu'on croit ne pas interpréter alors même qu'on lui donne une valeur déclarative primordiale. Le Père Louis Castel écrivait fort bien en 1740: «La méthode des faites, pleine d'autourité et d'empire, s'arroge un air de divinité qui tyrannise notre créance, et impose à notre raison. Un homme qui raisonne, qui démontre même, me prend pour un homme: je raisonne avec lui, il me laisse la liberté de jugement, et ne me force que par ma propre raison. Celui qui crie voilà un fait, me prend pour un esclave.»[2] Ce qui entrave la pensée scientifique c'est l'attachement aux intuitions usuelles, c'est l'expérience commune. Il s'agit alors de rompre avec des habitudes, car la mathématisation est entravée, et non pas aidée, par les images familières et l'hostilité aux mathématiques est toujours un mauvais signe car elle témoigne d'une prétention à saisir directement les phénomènes scientifiques. N'est-ce pas l'interminable polémique du rationalisme et de l'empirisme? Lalande proposait d'étudier systématiquement les périodes où la raison éprouve des satisfactions et les périodes où elle éprouve des embarras. Cette satisfaction rationnelle doit être renouvelée pour donner un véritable dynamisme à l'esprit. Balzac disait que les célibataires remplacent les sentiments par des habitudes. Contre cette indolence intellectuelle qui nous prive peu à peu de notre sens des nouveautés spirituelles, l'enseignement des découvertes le long de l'histoire scientifique est d'un grand secours. Il faut constamment inquiéter la raison et déranger les habitudes, car la science réclame ces mutations psychologiques décisives. La Formation de l'esprit scientifique est une oeuvre difficile qui exige l'intégration de la science dans la culture.

68 Rue des Ècoles, Bat. A318
93300 Aubervilliers
FRANCE

[2]L'optique des couleurs, Paris, 1740, page 411.