МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 1999
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 1999
Proceedings of Twenty Eighth Spring Conference of the Union of Bulgarian Mathematicians
Montana, April 5–8, 1999

ВЪРХУ КОМПОЗИРАНЕТО НА ТЕМИ ПО МАТЕМАТИКА ЗА ПРИЕМНИ ИЗПИТИ ВЪВ ВУЗ

Йордан Н. Иванов

В тази статия са посочени някои по-характерни грешки, допускани при композирането на темите по математика в последните години, вероятните причини за тях, както и някои проблеми пред съставителите на такива теми.

Както е известно, от 1990 г. висшите учебни заведения (ВУЗ) имат право (след приемането на закона за автономия на ВУЗ) сами да композират темите за приемните изпити за всички специалности. Тук ще се спрем на някои по-характерни грешки, допускани при композирането на темите по математика в последните години, вероятните причини за тях, както и някои проблеми пред съставителите на такива теми. Първо ще разгледаме темата (вж. Приложение):

Приложение

ТЕМА
за конкурсен изпит по математика за кандидати
за курсанти във ВВУАПВО „П.Волов“ – гр. Шумен през 1998 година
(вариант 2)

Задача 1. Решете:
а) уравнението $\sqrt{x+7}-\sqrt{x-2}=1$
б) системата $\left|\begin{array}{l}(x-2)^2+(y-1)^2=4\\ x+3y=7\end{array}\right.$
в) неравенството $\lg(3x+5)-\lg(2x+1)>1-\lg 5$

Задача 2. Дадено е квадратното уравнение $x^2+(m-2)\,x+4=0$, където m е реален параметър и x_1 и x_2 са негови корени.

а) Да се намерят стойностите на m, за които даденото уравнение има 2 различни реални корена.

б) Да се определят интервалите на растене и намаляване на функцията $y=x_1^2+x_2^2$ и нейната най-малка и най-голяма стойност за $x\in[2;4]$.

Задача 3. Дължината на голямата основа на един трапец е 50 см., а дължината на едното бедро е 30 см. Диагоналът, който минава през общата точка на голямата основа и даденото бедро, разполовява ъгъла, заключен между тях, а другият диагонал на трапеца е перпендикулярен на даденото бедро.

а) Да се намери лицето на трапеца.

б) Да се намери разстоянието от пресечната точка на бедрата на трапеца до голямата му основа.

Задача 4. Дължината на основния ръб на правилна триъгълна пирамида е равна на b, а ъгълът, образуван между две околни стени, е равен на α. Определете обема на конуса, описан около пирамидата.

Задача 1 в същност представлява три отделни задачи, несвързани помежду си. В задача 2б може би е допусната техническа грешка: не x, а $m \in [2,4]$. От условието на задача 2 е ясно, че а) и б) са независими една от друга. Но даже и в този случай б) е безсмислена, тъй като комплексните числа не се изучават в средното училище. Вярно е, че формулите на Виет за корените на квадратното уравнение са верни и в случая на комплексни корени, но такава теорема не е доказана в училище. При $m \in [-2;6]$, x_1 и x_2 са комплексни числа! Задача 3б е неясно формулирана. Бедрата на трапеца не се пресичат и търсената отсечка (разстояние) не съществува! Може би се има предвид пресечната точка на продълженията на бедрата?

В задача 4 понятието „конус, описан около пирамида“ не съществува в учебника по стереометрия за средното училище. Тук неявно се има предвид следното: пирамидата и конусът имат общ връх и основата на пирамидата е вписана в окръжността на основата на конуса. За цялата тема можем да кажем, че формулировката на Задача 2 е безсмислена, а формулировките на задачи 3 и 4 са неясни! Разбира се, не винаги грешки се допускат във формулировките на всички задачи от дадена тема. Най-често това са 1–2 грешки, но с различна тежест.

Ще илюстрираме казаното с няколко примера. Задачите са номерирани според реда им в съответната тема.

Задача 1. Да се реши уравнението $\lg^2 x^3 - \lg\left(0,1x^{10}\right) = 0$. Ако p е най-големият корен на това уравнение, да се намерят стойностите на реалния параметър q, за които функцията $f\left(x\right) = \dfrac{1}{x^2 + \dfrac{p}{2}x + q}$ има най-голяма стойност, равна на $-\dfrac{4}{9}$. При така намерените стойности на p и q да се реши неравенството $\dfrac{1}{f\left(x\right)} < \dfrac{p}{2}\sqrt{\dfrac{1}{f\left(x\right)} + (p+q)}$

(ШУ, 1993 г.)

Тук $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$, където x_0 е корен на уравнението $x^2 + \dfrac{p}{2}x + q = 0$ не е числото $-\dfrac{4}{9}$, а може да е $+\infty$! Ето защо част от формулировката на задачата трябва да се измени така: „..., да се намерят стойностите на реалния параметър q, за които функцията $f(x) = \dfrac{1}{x^2 + \dfrac{p}{2}x + q}$ има локален максимум, равен на $-\dfrac{4}{9}\ldots$“. За съжаление тази грешка не е техническа, а математическа.

Задача 4. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ е куб с дължина на ръба a. Точката M лежи на A_1D_1, а N – на D_1C_1 и $\dfrac{MD_1}{MA_1} = \dfrac{ND_1}{NC_1} = \dfrac{1}{3}$. Ръбът AA_1 пробожда равнината α, определена от точките B, M и N в точка P.

а) Намерете лицето на сечението на α с куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$;

б) В какво отношение точката P разделя отсечката AA_1?

(ШУ, 1995 г.)

Тъй като точките M и N могат да делят или вътрешно или външно съответно отсечките A_1D_1 и D_1C_1, то в решението трябва да се разгледат 4 случая! Двусмислието във формулировката усложнява 4 пъти решението! Би могло да се каже: „Точката M лежи на ръба (отсечката) A_1D_1, а N – на ръба (отсечката) D_1C_1 и ...“.

Задача 2. Дължините на бедрата на трапец са 6 см. и 14 см. Средната му основа го дели на две части, лицата на които се отнасят както $\frac{7}{13}$. Намерете радиуса на вписаната окръжност.

(ВВУАПВО, 1984 г.)

Задачата е неопределена. В условието трябва да се добави, че в трапеца може да се впише окръжност!

Задача 3. В правилна триъгълна пирамида големината на ъгъла между основния и околния ръб е α, а обемът на пирамидата е V. Намерете лицето на околната повърхнина на пирамидата.

(ВВУАПВО, 1987 г.)

Формулировката на тази задача е неясна, тъй като има два възможни случая.

Задача 3. Основата $ABCD$ на пирамидата $FABCD$ е ромб, за който $\sphericalangle BAD = 60°$. Ортогоналната проекция O на върха F върху равнината на основата е центъра на вписаната в $\triangle ABD$ окръжност с радиус r. Ако острият ъгъл, който равнината BDF сключва с основата е два пъти по-голям от ъгъла, който FC сключва с основата, да се намерят обема и лицето на пълната повърхнина на пирамидата.

(ШУ, 1996 г.)

В учебника по стереометрия под ъгъл между две равнини се разбира по-малкият от ъглите между двете равнини. Поради това прилагателното „острият“ във формулировката е излишно. За щастие, то не е в противоречие с останалите съждения в условието.

От разгледаните до тук примери както и от направеният от нас преглед на всички теми за ВУЗ през последните 15 години се вижда, че след 1990 г. рязко се увеличава броят на задачите с не прецизни формулировки. На най-масовите случай от тях – езикови и стилни, в това число неправилна употреба на пълния член, точки, запетаи и т.н. поради липса на място не се спираме. Техническите грешки, допускани по вина (евентуално) на нематематици също няма да обсъждаме. Както видяхме съществуват и чисто математически непрецизни формулировки:

а) използване (неизползване) на понятия невъведени (въведени) в училищния курс по математика;

б) двусмисленост при формулиране на частите а), б), в) на една задача – често не е ясно те едновременно или поотделно трябва да се разглеждат;

в) неопределени или преопределени задачи.

Според нас основни причини за допускане на грешки от вида на посочените е непознаването на съвременния училищен курс по математика от авторите на теми или липса на перфектен специалист в съответната област в даден ВУЗ. Причините могат да бъдат и обективни – например, липса на време за композиране (ако задачата за композиране на тема например се постави от днес за утре сутринта).

До тук се спряхме на прецизността на формулировките на отделните задачи в темите. Посочихме също, че подусловията на една задача могат да бъдат свързани помежду си или не. Според нас това трябва да е достатъчно ясно или да се посочи точно, ако не е ясно.

Основен проблем пред авторите при композирането на теми е: какво (кое) да се проверява?

Във всички ВУЗ има съставени програми за изпита по математика, в които са включени почти всички теми изучавани в средния курс (VIII – XII клас). Но тежестта на отделните теми е различна. Някои са изучавани с повече часове и по-задълбочено, други – информативно, а някои теми даже са изпадали от програмата за конкретни години.

Напоследък в някои ВУЗ много се наблята на елементите на анализа – граници, производни, екстремуми и т.н. и се дават по две задачи с такова съдържание (ШУ, 1998 г.; ВВОВУ, 1998 г.). Часовете, които са отделени за изследване на функциите чрез производни например в техникумите са много малко.

Всички ли понятия и твърдения от средния курс трябва да се проверяват или само тези от тях, които ще са нужни за обучението по математика в I курс на ВУЗ? В този случай необходим ли е специален подготвителен кандидат-студентски курс? Ако е необходим защо в I курс елементите на анализа се изучават отново? В I курс почти не се използват понятия и твърдения от стереометрията? Трябва ли да има такива задачи?

Според нас е необходимо да се направи списък с по-важните твърдения и понятия от училищния курс по математика, които са изучени с поне минимален брой часове (например 10). В темите за приемен изпит за специалностите Математика в университетите могат да се предвидят и понятия и теореми, изучавани в СИП и ЗИП.

При по-внимателно обсъждане на въпроса: какво (кое) да се проверява можем да стигнем до идеята, че всъщност се проверяват само актуални знания, дали кандидат-студентът знае (не знае) някакъв факт и може (не може) да реши задача), т.е. до каква степен у него вече е развито продуктивното мислене.

Дали е възможно обаче да се проверят (оценят) интелектуалните възможности за развитие на бъдещия студент и специалист, т.е. може ли да се оцени зоната на близкото му развитие (ЗБР, както казват психолозите). Как да се композира тема, така че с нея да се определи ЗБР – това, което кандидатът сам не може да направи, да реши, но може да го стори с малко или повече помощ!

Как тази идея може да се реализира не е съвсем ясно. Може би с една – две задачи, снабдени с подходящи подсказки (запечатани), които кандидатът ще отваря (получава) според нуждата си от тях? Това могат да бъдат и специални тестове, които да съдържат такива подсказки в неявен вид, или адаптирани компютърни програми за диалог с кандидата! За сега това са въпроси с неясни отговори.

От всичко изложено до тук следва, че авторите на теми трябва отлично да познават училищния курс по математика, да знаят точните определения на понятията и точните формулировки на теоремите, особено добре да са наясно с „тънките“ и „трудни“ моменти в задачите (формулировки и решения).

Те трябва да знаят отлично българския език, да имат усет към математически стил на изразяване, да са добри математици в своята област и да имат достатъчно време за композиране на теми.

Накрая ще признаем, че двата въпроса: **1. Какво (кое) да се проверява?** и **2. Кой и как да композира тема по математика?**, отговорите на които търсихме, съвсем не са всички възможни въпроси върху композирането на теми. Те обаче са достатъчни за предизвикване на дискусия с цел да се подобри процесът на композиране на темите и резултатът от този процес – самите теми.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Г. Воденически и др. Сборник конкурсни задачи по математика за постъпване във ВВУАПВО „П.Волов“ – гр. Шумен, Шумен, 1993.
[2] К. Чакърян, Пл. Сидеров. Кандидат-студентски конкурси по математика, УИ „Св. Климент Охридски“, София, 1995.

Факултет по математика, информатика и икономика
Шуменски университет „Еп. К. Преславски“
9712 Шумен

ABOUT THE COMPOSING OF ITEMS IN MATHEMATICS FOR THE ENTRANCE EXAMINATION IN THE UNIVERSITES

Jordan N. Ivanov

In this article are examined some common defects in the composing of the items for the entrance exams in the universites during the recent years. There are shown the reasons which led to them and some problems starting before the items autors.