

МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 1999
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 1999
Proceedings of Twenty Eighth Spring Conference of
the Union of Bulgarian Mathematicians
Montana, April 5–8, 1999

**АНАЛИЗ НА РАЗЛИЧНИ ЛИТЕРАТУРНИ ИЗТОЧНИЦИ
ОТНОСНО ПРОБЛЕМА „ТЕКСТОВИТЕ ЗАДАЧИ
В УЧИЛИЩНИЯ КУРС ПО МАТЕМАТИКА“**

Юлия Димитрова Нинова, Теменуга Здравкова Миланова

В съобщението се представят някои изводи, получени в резултат на теоретичен анализ на различни литературни източници по проблеми, свързани с текстовите задачи. Основният извод, който се налага, е че в анализиранияте статии се третира някои по-активни и нетрадиционни подходи към този проблем, които подходи все още не са намерили място и отражение върху реализацията на това знание в нашата учебна документация.

В изложението терминът „текстова задача“ се използва в традиционно приетия му в учебната практика смисъл и като негов синоними се среща термина „практическа задача“. Тази позиция е приета, тъй като целта на анализа на литературните източници е да се открият, съпоставят и обобщят различни аспекти, касаещи най-общо работата върху текстовите задачи в училищния курс по математика. Последните заслужават това внимание поради факта, че решаването на такива задачи се среща в целия курс на обучение по математика и поради затрудненията, които изпитват учениците при тяхното решаване.

Анализирани са статии, учебници и други литературни източници.

1. Анализът на статиите показва, че в тях се третира следните проблеми, свързани с текстовите задачи:

- 1.1. характеристика на училищните практически (текстови) задачи;
- 1.2. методи за решаването им;
- 1.3. средства за моделирането им;
- 1.4. типизирането им;
- 1.5. етапи за решаването им и свързаните с тези етапи дейности (на учителя и на учениците);
- 1.6. възможностите им за развитие на учениците и за създаване на интерес към учебния предмет.

Ще опишем накратко изводите по посочените пунктове, до които изводи се достига в резултат на теоретичния анализ на статии, отпечатани през последните десетина години в български или руски периодични издания.

1.1. Учебните практически (текстови) задачи се характеризират със следните особености:

- очевидна условност;

- чрез тях не могат да се решават реални проблеми;
- описват ситуацията в завършен вид;
- описват ситуацията еднозначно;
- не изпълняват дидактическите си функции за осъществяване на връзката на математиката с живота;
- отсъствува реалната постановка на проблема;
- етапът на моделиране е опростен поради прекаления формализъм.

1.2. Традиционно познати са следните два метода за решаване на текстови задачи – аритметичен и алгебричен. Аритметичен е този метод, при който текстовата задача се свежда до аритметична задача, т.е. решаването ѝ се свежда до изпълняване на четирите аритметични операции в множеството на рационалните числа или до използване на пропорции и техните свойства. При алгебричния метод текстовата задача се свежда до алгебрична задача, т.е. решаването ѝ се свежда до решаване на уравнение, неравенство, система уравнения или система неравенства. В различни статии се описват предимствата и недостатъците на тези два метода, съпоставят се при решаване на конкретни задачи. Казаното по този въпрос може да се обобщи по следния начин.

Алгебричният метод има следните предимства пред аритметичния:

- оформянето на решението е по-кратко;
- реализира се икономия на време, на сили, на енергия, на „мислене“;
- няма дълги разсъждения;

Недостатъците на този метод са:

- не се формират умения за разчленяване на задачата на подзадачи;
- не се провеждат поетапни логически разсъждения.

Аритметичният метод е освободен от тези недостатъци, но той изисква повече време за реализация.

Посочва се, че е възможно разумно съчетаване на двата метода, но първо е добре да се започне с аритметичния метод и неговите образно-геометрични опори и постепенно да се засилва формализацията, за да се подготвят учениците за смисленото използване на по-рационалния в техническо отношение алгебричен метод. Отделеното време в полза на първия от посочените методи е за сметка на разбирането и осмислянето на поведението на ученика по време на решаване на текстови задачи.

В анализираните статии се препоръчва по-широко използване на онагледяването на условието на задачата с различни невербални средства, преди да се премине към по-формалния алгебричен метод за решаване на такива задачи, т.е. препоръчва се прехода: *вербални средства – невербални средства – аналитични средства* за представяне на една практическа ситуация. Забелязва се, че все по-осезаемо се отделя мястото на междинния етап. Невербалните средства на този преходен период са образните модели – таблици, рисунки, схеми, диаграми (едномерни или двумерни), графики или чертежи. За да се осъществи този преход често пъти образното моделиране се комбинира с аритметичния или алгебричния способ и затова за именуването му се използват термините „графичен метод“ или „геометричен метод“. Предимствата на този комбиниран подход са, че той дава възможност на учениците да възприемат задачата като едно цяло с всичките ѝ данни и връзките между тях, осигурява се качествен анализ на ситуацията, осигурява се осъзнато търсене на решението ѝ, осигурява се обоснован избор на използваните в решението операции,

осигурява се откриването на различни решения, възпрепятствува се допускането на някои грешки от учениците, точно се определя началото на действията на ученика, спомага за провеждане на анализ на задачата, разширява се областта на използване на знанията за геометричните фигури, осигурява се нагледност.

Решаването на текстовата задача по този начин изисква още следните допълнителни умения:

- построяване на образен модел на задачата;
- решаване на получената геометрична задача;
- превод на полученото решение от геометричен език на естествения език или на някакъв изкуствен език.

Защитава се възгледа за погрешност на схващането, че нагледността е необходима само в началния етап на обучаване в решаване на текстови задачи, а с развитие на абстрактното мислене – тя губи своето значение. Оформя се идеята, че предметното и графичното моделиране трябва да пронизват целия училищен курс по математика с необходимата последователност и системност.

Само чрез формиране на умения у учениците за моделиране на дадена ситуация по различни начини може да се осигури съзнателен и доказателствен избор на дейностите и операциите, които те използват при решаване на дадената задача.

Друг извод, който се налага е, че развиването на умения за математическо моделиране не заема необходимото място сред целите на обучение.

1.3. Типична грешка на новото време е подчертаното акцентирание върху абстрактно-логическата страна на изложение на знанията по математика и пренебрегване на нагледно-интуитивната му страна при третиране на един или друг дидактически проблем. Ранният преход от единия подход към другия води до формализъм. Този формализъм и схоластика са опасни, защото поставят ударението върху тривиалното, върху рутинното, върху алгоритмизацията и това убива въображението, води до неразбиране на същността на нещата и тази неяснота влече след себе си загуба на интереса към темата и към учебната дисциплина. С този въпрос е пряко свързан и въпроса за избор на методи (виж 1.2.) и средства за решаване на текстови задачи.

В разглежданите статии се предлагат освен по-нови методи и по-нови средства за решаване на текстови задачи, различни от традиционно установилите се и познати ни от училищната практика. Както вече бе отбелязано, препоръчва се използване на повече образни средства за моделиране на такива задачи като опора за постепенен преход от конкретно-образното към абстрактно-дедуктивното изложение на знания. Обучаването на учениците в решаване на текстови задачи трябва да се извършва в хармонично съчетаване на тези два подхода. Това го изискват още и възрастовите особености на учениците от средната училищна възраст, където основно се формират тези умения.

Формирането на умения у учениците да използват различни методи и средства за решаване на текстови задачи води до осъществяване на един от принципите на евристичното мислене, а именно принципа за „свободен избор на подход (на методи и средства)“.

1.4. Типизирането на задачите става според сюжетните линии или според средствата за решаването им.

От статиите, които правят исторически преглед на сюжетните линии, ясно се

вижда, че тези линии имат относително устойчив характер, но те са и конюнктурно зависими.

Забелязва се тенденция за типизиране на практическите задачи според средствата (технически или теоретически), които се използват за тяхното решаване, а не според фабулата.

Например:

- задачи, които се решават с използване на производни;
- задачи, които са свързани с намиране на екстремум на функция;
- задачи, в които се използва определен интеграл;
- задачи, при решаването на които се използват диференциални уравнения и др.

1.5. Описани са традиционно познатите ни етапи, през които преминава решаването на една текстова задача.

Първи етап – четене и осмисляне на текста на задачата, разграничаване на дадените и търсените величини, установяване на връзки между тях. Анализът се съпровожда с кратък запис или с геометрична интерпретация. В резултат на тези дейности се достига до избор на съответния метод и средства за решаване на текстовата задача. Авторите препоръчват да се подобри организацията на първоначалното възприемане на задачата, за да се избегнат случайни и необмислени действия на учениците и механичните манипулации с числа.

Втори етап – оформяне на решението на задачата като цялостна система от логически свързани стъпки. Разглежда се още как може този етап да бъде съдържателно по-наситен, а не да съдържа само числени резултати и пресмятания.

Трети етап – интерпретация на получените резултати, качествена преценка на резултата, оценка на реалността му от гледна точка на здравия разум. Препоръчва се разглеждане на възможността за промяна на резултатите в зависимост от промяна на основните параметри.

Други автори описват повече или по-малко подробно системата от дейности, които се извършват през тези три етапа от решаването на една текстова задача и тази система от дейности наричат алгоритъм за решаване на текстовата задача. Прави се извод, че текстовите задачи са едни от най-трудните задачи за учениците. Причината за това, е че според установилата се практика училището се стреми да обучи учениците да решават отделни типове задачи, а не да се формират умения да анализират всяка задача, независимо от типа ѝ, чрез използване на един универсален набор от въпроси.

Едно по-нетрадиционно виждане е обвързването на работата по практическите задачи с познавателните методи – обобщение и конкретизация. Това води до надграждане на работа по задачата с един нов по-творчески етап на работа, който се препоръчва да се осъществи на две нива.

Първото ниво на обобщение се характеризира със замяна на числовите данни с параметри с цел да се получат формули, изразяващи зависимостите на величините една от друга. Тези задачи с параметрични данни съдържат в себе си множество от конкретни задачи.

Второто ниво на обобщение е свързано със създаване не на конкретна задача, а на ситуация, близка до реалността. Модела на тази ситуация се създава в резултат на отговорите на следните въпроси:

- отделяне на обектите и уточняване на техните характеристики;
- формулиране на въпроси, задачи;
- въвеждане на необходимите данни за намиране на отговори на поставените въпроси.

Най-трудният момент в тази дейност се явява уточняването на необходимите данни. Качеството на тези данни (излишни, противоречиви, недостатъчни) се установява в процеса на решаване на конкретната задача.

Включването на такива творчески дейности в учебната практика осигурява развитието на учениците.

1.6. Като вземат предвид характеристиката на училищните практически задачи някои автори разглеждат проблема за повишаване на интереса на учениците към математиката чрез решаване на текстови задачи, получени в резултат на обобщение. Параметризацията на изходната задача и възможностите на учениците сами да формулират нови задачи чрез конкретизация и тълкуват получените резултати, води до повишаване на интереса на учениците и подпомагат тяхното развитие.

Други автори предлагат технология за формиране на умения у учениците формално да съставят задачи по определени схеми и на тази база да формулират нови текстови задачи. Тази технология формира активна творческа дейност у учениците, формира умения да се строят изречения с математическо съдържание и тези изречения да се свързват в цялостен текст.

Текстовите задачи могат да се използват и за развиване на продуктивното мислене. Затова е необходимо условието да се усложнява и обогатява с нови детайли. Този подход осигурява вариативност на мисленето, позволява да се види динамиката на ситуацията и тя да се изследва от различни страни. Разбирането на отношението между дадените елементи позволява съставяне на системи от задачи, породени от една сюжетна ситуация. Системата е добре да съдържа задачи с всички възможни отговори – с единствено решение, с няколко решения, да няма решение. В рамките на тази дейност се препоръчва учениците да се срещат със задачи от определен тип преди още те да са станали стандартни задачи. Само при това условие те могат да повлияят, макар и в минимална степен, на развитието на продуктивните компоненти на мисленето.

Разглежда се и въпроса за развиване на способност за избор на оптимален метод за решаване на поставената задача, на възможностите за развитие на самостоятелност, на критичност.

2. Текстовите задачи заемат значимо място в учебниците по математика от първия до последния клас. Една от целите (но не второстепенна) на обучението по математика е формиране на умения у учениците да решават такива задачи. Според авторите на анализиранияте (анализирани са само сега действащите у нас учебници по математика от 4. до 6. клас) учебници чрез тях се:

- въвеждат или затвърдяват математически знания и умения; спомага за осмисляне и по-трайно овладяване на новите знания;
- показва приложимостта на теоретичните знания;
- формират умения за създаване на най-прости математически модели.

В указанието за организация на обучението по математика през миналата учебна година в общообразователните и професионалните училища е посочен задължителния минимум от знания и умения, които трябва да достигне всеки ученик след

изучаване на темите, свързани с текстовите задачи, а именно: „да умее да използва уравнения за решаване на несложни приложни задачи“. Твърде общо указание.

В анализираниите учебници от образните модели при изложение на съдържанието се използват само таблици и отсечки. В нито един от тях не се прокарва някаква последователна линия за решаване на текстови задачи с използване на други, различни от посочените образни модели. Въвеждането на нетрадиционни за нашата учебна практика невербални средства за моделиране при решаване на текстови задачи ще подпомогне реализирането и на други два принципа на евристичното мислене – „освобождаване от плена на господстващите в даден момент идеи, теории, авторитети“ и „освобождаване от прекомерно строгия контрол на традиционното мислене“. Учебната работа с учениците от средния училищен курс по разглеждания проблем трябва да се осъществява върху конкретни образни модели и постепенно да се преминава към формални операции с твърдения и символи.

Изложението на това съдържание в анализираниите учебници, с малки изключения, е традиционно, а може би амбицията трябва да бъде насочена към ориентиране на това изложение в посока, определена от формираните се тенденции в световен мащаб след 80-те години:

- стимулиране на творческата дейност на учениците;
- засилване на стремежът към разбиране и осмисляне на съдържанието;
- намаляване на претовареността на учениците с учебно съдържание;
- засилване на управленческата страна на учебния процес чрез средствата за обучение.

Юлия Нинова
ФМИ
бул. „Дж. Баучър“ 5
катедра ОМИ
1126 София

Теменуга Миланова
Математическа гимназия
гр. Видин

ANALYSIS OF VARIOUS SOURCE MATERIALS ON THE SUBJECT “TEXT PROBLEMS”

Julia Dimitrova Ninova, Temenuga Zdravkova Milanova

In this article some conclusions obtained as a result of theoretical analysis of various source materials on the subject of text mathematical problems are presented. The main conclusion is that the analysed articles treat some more active and not so traditional approaches to this subject, which still haven't found their place and influence on the implementation of this knowledge in our educational literature.