

МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2000  
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2000  
Proceedings of Twenty Ninth Spring Conference of  
the Union of Bulgarian Mathematicians  
Lovetch, April 3–6, 2000

КАКВО ОЦЕНЯВАМЕ В ОБУЧЕНИЕТО ПО  
МАТЕМАТИКА?

Кирил Банков, Теодоси Витанов

Разглеждат се основни принципи в класификацията на познавателните равнища в обучението и оценяването и тяхното конкретизиране в обучението по математика. Поставени са на обсъждане някои проблеми с подготовката на националния изпит – тест за прием след седми клас през 2000 г.

Оценяването на ученическите постижения по математика става по-лесно отколкото по другите училищни предмети. За това могат да се изтъкнат поне две причини. Първо, решаването на задачи е основна дейност в училищната математика. Следователно, естествен начин за измерване на постиженията на даден ученик е да му дадем да решава серия от задачи. Второ, същността на предмета е такава, че допуска обективно да се каже колко добро или лошо е решението на конкретна математическа задача.

Може би защото става по ясен начин, процесът на оценяване на математическите постижения на учениците не е подлаган на сериозен анализ. Напоследък се правят опити да се анализира какво точно оценяваме с конкретна задача, с набор задачи или с тест. Въпросът се оказва много важен при приложението на Теорията на тестовете в процеса на оценяване. За да може да се прилага тази теория, трябва да е ясно какво се оценява с конкретен тест. Също така мястото на всяка задача в цялостната композиция на теста се определя от това какво оценява задачата. Въпроси от подобен характер са свързани и с въпроса на какво учителите учат учениците.

Първите сериозни опити в това отношение са публикувани през 1956 година от Блум [1]. Той се опитва да структурира познавателните равнища на обучението, започвайки от най-ниското (да се репродуцира дадена информация) до най-високото (да се приложи научено знание или придобито умение в качествено нова ситуация). Блум разглежда шест познавателни равнища: *знание, разбиране, приложение, анализ, синтез, преценяване*.

Понеже прилагането на такава класификация се използва при създаването на тест, ще дадем примери на математически тестови задачи с избираем отговор, за всяко от тези равнища. Всяка интелектуална дейност обикновено съдържа различни елементи от класификацията на Блум, затова причисляването на дадена задача към едно или друго познавателно равнище понякога се прави с известна условност.

1. *Знание*. Коя от написаните формули е за лице на кръг с радиус  $r$ ?

- А)  $S = 2\pi r$     Б)  $S = \pi r$     В)  $S = 2\pi r^2$     Г)  $S = \pi r^2$

2. *Разбиране.* Ако  $k$  е отрицателно число, кое от написаните числа е положително?

- А)  $k^2$     Б)  $k^3$     В)  $2k$     Г)  $\frac{k}{2}$

(TIMSS-R)

3. *Приложение.* Ако 100 g от дадена храна съдържат 300 калории, колко калории се съдържат в 30 g от същата храна?

- А) 90    Б) 100    В) 900    Г) 1000    Д) 9000

(TIMSS-R)

4. *Анализ.* В равнината са дадени 5 точки. Колко най-много различни прави могат да се прекарат, така че всяка права да минава през две от дадените точки?

- А) 5    Б) 8    В) 10    Г) повече от 10

5. *Синтез.* Като разгледаме квадратите на първите 9 естествени числа, забелязваме зависимост, която е представена в таблицата:

|       |   |    |   |    |   |    |    |    |    |
|-------|---|----|---|----|---|----|----|----|----|
| $n$   | 1 | 9  | 2 | 8  | 3 | 7  | 4  | 6  | 5  |
| $n^2$ | 1 | 81 | 4 | 64 | 9 | 49 | 14 | 36 | 25 |

Тази зависимост може да бъде обяснена с това, че за всяко естествено число  $n$ :

- А)  $(n-1)^2 = n^2 - 2n + 1$     Б)  $100 - n^2 = (10-n)(10+n)$   
В)  $(10-n)^2 - n^2$  се дели на 10    Г)  $n^2 - 1 = (n-1)(n+1)$

[3]

6. *Преценяване.* От гледна точка на математиката преценяването е изработване на стратегия за решаване на непозната задача. По същество това съвпада с анализ и синтез. Ето защо прилагането на класификацията на Блум в математиката обикновено се свежда до първите 5 равнища.

Таксономията на Блум не е свързана с конкретен предмет. Тя се отнася за произволна интелектуална дейност.

По-късно са правени класификации на познавателните равнища за конкретни области или предмети. Специално за математиката, удобна и използвана е класификацията на Евитал и Шетлуърт [2].

Тези двама автора разглеждат три познавателни равнища. Първото (най-ниското) е *познаване* на обекти, факти, формули и др. така, както са изучавани. Например, може да поискаме от ученика да напише формулата за лице на триъгълник или да познае фигурата трапец. Второто равнище е *алгоритмично мислене*, в което се включва и началото на правене на обобщение. От ученика се очаква да прилага добре дефинирани алгоритмични процедури. Например, може да поискаме от него да намери дължината на окръжност с радиус 25 cm с точност до втората цифра след десетичната запетая. За целта, ученикът трябва да си спомни формулата  $l = 2\pi r$  и това, че числото  $\pi$  е приблизително 3,14. След това да замести съответните числа във формулата и да приложи алгоритъма за умножаване на три числа. Очаква се ученикът да може да извърши тези неща независимо от конкретната стойност на радиуса, т.е. той обобщава своя предишен опит.

Третото равнище на Евитал и Шетлуърт е *творчество*. В случая те разбират прилагане на идеи, методи и процедури за решаване на нови задачи и за получаване за нови (за ученика) резултати. Основното е, че от ученика се очаква не да репродуцира чужди идеи, но да получи резултати, които той самият преди това не е виждал.

Първото равнище според Евитал и Шетлуърт съвпада със *знание* по Блум. Второто покрива следващите две равнища на Блум – *разбиране* и *приложение*. Третото покрива *анализ* и *синтез*.

Причисляването на дадена задача към едно или друго познавателно равнище зависи и от учениците, към които тя е отправена. В разгледаните по-горе примери в задачата от *знание* се предполага, че учениците са учили формулата за лице на кръг. За задачите от *анализ* и *синтез* се предполага, че те не са изучавани в училище и са нови за учениците, за които са предназначени.

В процеса на подготовката на националния изпит-тест за прием след седми клас през юни 2000 г., бе решено знанията и уменията по математика да се проверяват в две познавателни равнища.

- Първото (А), условно наречено „*Знания*“ обхваща:
  - Разпознаване на съответните математически обекти;
  - Познаване на алгоритмите за извършване на действия с числа и умението да се прилагат непосредствено;
  - Намиране на част от число и процент;
  - Решаване на най-прости линейни уравнения и неравенства от вида  $ax + b = cx + d$ ,  $ax + b < cx + d$ ,  $ax + b > cx + d$ .
  - Познаване на формулите за пресмятане на лице на равнинна фигура (триъгълник, успоредник и трапец) и умението да се намира лице по дадени основни елементи;
  - Познаване на някои елементарни свойства на равнинните фигури: свойства на успоредните прави, свойство на съседните и противоположни ъгли, сбор от ъглите в триъгълник и четириъгълник, външен ъгъл в триъгълник, успоредник видове успоредници и основни свойства и умението тези свойства да се прилагат непосредствено.
- Второто (Б), наречено „*Приложения*“ обхваща умението да се прилагат основните алгоритми и свойства в малко по-сложни ситуации:
  - Пресмятане стойности на изрази;
  - Решаване линейни уравнения и неравенства, при които се налага извършване на преобразувания;
  - Намиране на число по дадена негова част (процент);
  - Пропорции и използването им в най-прости ситуации;
  - Умение за работа с мерни единици;
  - Умение за преобразуване на цели изрази;
  - Еднакви триъгълници – разбиране на понятието съответни елементи;
  - Познаване свойствата на специалните видове триъгълници и умения за прилагането им в несложни ситуации;
  - Към това равнище се причисляват и задачите, в които се налага да се използват комбинирано няколко основни знания.

Така възприетата класификация се различава от цитираните по-горе, но не бива да се забравя, че всъщност с теста ще се проверяват само първите три равнища по класификацията на Блум или първите две – по втората класификация. Освен това, опитът от апробациите през миналата година показва, че едва ли е целесъобразно

по математика да се проверява първото ниво – разпознаване. Това по същество се свежда до проверката, доколко са усвоени дефиниции. Обучението по математика, за добро или за лошо, е насочено не към наизустяване на дефиниции и факти, а към формиране на умения за прилагане на знанията. По-долу са посочени примери на две тестови задачи от това познавателно равнище, дадени миналата година заедно с основните им характеристики.

Степента на едночлена  $5^3x^2yz^4$  е:

- А) 7;    Б) 4;    В) 10;    Г) 8.

(Втори тест, втори вариант)

Трудност 18 (много труден); дискриминативна сила 20,4 (ниска).

Един шестоъгълник е правилен, ако:

- А) ъглите му са равни;  
Б) страните му са равни;  
В) върховете му лежат на една окръжност;  
Г) страните и ъглите му са равни.

(Първи тест, втори вариант)

Трудност 57 (оптимална); дискриминативна сила 18,5 (ниска).

Познавателните равнища като цяло разграничават и задачите по трудност, но и тук има изключения. Възможно е задача за непосредствено приложение на даден алгоритъм обективно да се окаже по-трудна от задача от по-високо познавателно равнище. Следващите два примера показват, че задача от първо познавателно равнище може да се окаже значително по-трудна от задача от второ познавателно равнище.

Кое от числата е най-голямо?

- А)  $\frac{7}{13}$ ;    Б)  $\frac{13}{15}$ ;    В)  $\frac{15}{13}$ ;    Г)  $\frac{15}{11}$ .

(Първи тест, втори вариант)

Трудност 29,6 (труден); дискриминативна сила 58,8 (много добра).

Автомобил изминал разстоянието от  $A$  до  $B$  за 3 часа. На връщане, поради лошото време, намалил скоростта си с 20 км/ч и изминал разстоянието за 4 часа. Скоростта на автомобила на връщане е:

- А) 60 км/ч;    Б) 80 км/ч;    В) 100 км/ч;    Г) 20 км/ч.

(Втори тест, първи вариант)

Трудност 49,8 (оптимална); дискриминативна сила 41,2 (много добра).

Последният въпрос, на който искаме да се спрем, е съотношението между различните видове задачи (както по вид – алгебра и геометрия, така и по трудност). Считаме, че не е целесъобразно да се фиксират твърди съотношения между различните задачи. Например 3 тестови задачи за действия с числа, 3 за уравнения и неравенства и т.н. За да съществува определен баланс предлагаме ориентировъчно съотношение между различните тестови задачи, както следва:

- по вид: алгебра 50%-60% и геометрия 40%-50%;
- по познавателно равнище: А 50%-55% и от равнище Б 45% - 50%.

#### ЛИТЕРАТУРА

[1] В. S. BLOOM. Taxonomy of Educational Objectives, Handbook I, The Cognitive Domain, Longmans, London, 1956.

[2] S. M. AVITAL, SHETTLEWORTH. Objectives for Mathematics Learning, Ontario Institute for Studies in Education, Ontario, 1968.

[3] W. S. WYNNE-WILLSON. Examinations and Assessment. In Mathematical Education, Van Nostrand Reinhold Company, 1978.

Кирил Георгиев Банков

СУ „Св.Кл.Охридски“

Факултет по математика и информатика

Бул. „Дж. Баучер“ №5

1164 София

e-mail: kbankov@fmi.uni-sofia.bg

Теодоси Асенов Витанов

СУ „Св.Кл.Охридски“

Факултет по математика и информатика

Бул. „Дж. Баучер“ №5

1164 София

e-mail: vitanov@fmi.uni-sofia.bg

## ASSESSMENT IN MATHEMATICAL EDUCATION

**Kiril Bankov, Teodossi Vitanov**

The article deals with the cognitive classification in education and assessment. The recent state of the problem in the context of mathematical education is considered. Special attention is paid to the preparation of the national test entrance exam after grade 7 in 2000.