

МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2002  
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2002  
*Proceedings of Thirty First Spring Conference of  
the Union of Bulgarian Mathematicians  
Borovets, April 3–6, 2002*

**МАТЕМАТИЧЕСКОТО ОБРАЗОВАНИЕ – СРЕДА ЗА  
НАУЧНИ ИЗСЛЕДВАНИЯ**

**Иван Тонов**

В тази работа описваме необходимостта от изследвания в областта на математическото образование. Дискутираме взаимодействието между изследователи и преподаватели от една страна и между самата математика и дидактиката на математиката от друга. Уверени сме, че това превъзходно сътрудничество ще помогне на учителите в тяхната дейност за развиване на преподавателските умения.

Колкото и трудно е да се определи кога е възникнала математиката като научна дисциплина, толкова трудно е също да посочим кога възниква интересът към математическото образование. С развитието си математиката винаги е изпитвала нужда да бъде популяризирана и разпространявана, а това както знаем става чрез описание на новите резултати и преподаването им. Следователно математическото образование винаги върви заедно със самата математика.

Но може би си струва да посочим името на един виден математик от края на 19 и началото на 20 век, който ясно и точно постави идеите за оформянето на математическото образование като среда за научни изследвания. Това е Феликс Клайн, известен с представянето на така наречената Ерлангенска програма. Историците на математиката твърдят, че по време на встъпителната си лекция през 1872 г. той представя програма как математиката трябва да се възприема като научна дисциплина. Лекцията му е пред широка публика и в нея той говори за различията в хуманитаристичното и научно образование и отделя особено внимание на образованието по математика, като посочва специфичната роля, която то играе при изграждането на другите дисциплини. По-нататък в академичната кариера на Ф. Клайн проследяваме неговия интерес към научните изследвания в областта на математическото образование. Той чете специален курс по проблемите на преподаването на математиката, известен от забележителната му книга “Елементарна математика от гледна точка на висшата”, и през 1911 г. защитава първата докторска дисертация (хабилизация) в Европа в областта на математическото образование. Работи по организация на обучението по математика в училищата и университетите и е пръв председател на международната комисия по преподаване на математика.

Наред с Ф. Клайн и много други известни математици допринасят за развитието на математическото образование като Ж. Адамар, А. Поанкаре, Дж. Пеано, Д. Хилберт, Х. Фройдентал, Е. Борел, Н. Колмогоров и др. Особено през втората половина на миналия век възниква едно мощно движение за развитие на математическото

образование. Появяват се национални и международни организации с цел изграждане и реформиране на учебното съдържание. Създават се и се внедряват нови методи за преподаването на математиката. Какво поражда този огромен интерес към усъвършенстване на математическото образование, какво мотивира толкова много изследователи да посветят силите си в реформата на математическото образование?

Един възможен отговор е, че науката математика се развива с изключителни темпове, а училищната математика изостава с векове в това развитие. Но това е така, защото техническият и социалният прогрес все повече и повече зависи от методите, които съвременната математика предоставя и освен това тя е готова да се приспособи към много и разнообразни области на живота и културата. Това развитие обаче поражда едно сериозно противоречие между изискванията на обществото и способностите (възможностите) да се усвояват математическите знания. Затова някои са привърженици на увеличаване на учебното съдържание, други обратно – намаляват нивото на изискванията, а трети търсят резерви в методите на преподаване и като резултат имаме сегашното състояние, което е някаква резултанта от трите направления, но едва ли това е най-желаното.

Става ясно, защо сега в много страни се обръща сериозно внимание на научните изследвания в областта на математическото образование. Най-общо казано, изследователите в тази област са математици, които използват редица други науки като психология, педагогика, изкуствен интелект, информатика и информационни технологии, за да усъвършенстват своите резултати, насочени към подобряване на учебния процес по математика.

Основният обект на изследване в областта на математическото образование е връзката учащ-преподавател в хода на учебния процес (т.е. обучението по математика). Този процес е огромен, сложен и е от изключителна важност. При изследването му се проследяват отношенията в системата на обучението между учители, ученици, учебна среда, знания и умения, преподаване и учене и др., както и отношенията между проблемите на обучението от психологически, педагогически, лингвистичен, математически и даже социален характер. Защото недостигът на добри преподаватели по математика е не само наш, но и световен проблем. И това е още по-отежняващо обстоятелство, защото светът е пълен с добри математици, които са извън математическото образование. Качеството на обучението по математика би се повишило значително, ако и статусът на преподавателя отговаря на изискванията на обществото.

Най-честа форма на изследване в математическото образование е наблюдението, при която един учител поема отговорността за натрупване на определен набор от математически знания в група ученици, наречена клас. Това натрупване трябва да се осъществи в определено време, в определена среда, т.е. при определени учебни обстоятелства.

Работата на класа по математика дава отлична представа за един учебен модел. Изследователят може да вземе даден клас за свой обект на изследване. Той трябва да се опита да проследи и контролира взаимодействията между обекта – класа и преподавателя от една страна и наблюдателя от друга. Поведението на наблюдателя трябва да се вземе под внимание, да се опишат неговите взаимодействия с другите в системата, защото изследователят е също участник в системата. Връзките между изследователя и учителя трябва да се разбират като резултат от един

теоретико-практически диалог.

Изследователят може да остане в системата само като наблюдател, без да се включва в процеса на обучение. В този случай от него се очаква да събере необходимата информация от учебния процес, да обобщи, ако се наложи да извърши статистическа обработка и да направи изводи. Той би могъл да предвиди някои обстоятелства, които биха могли да се появят в хода на учебния процес и да ги анализира от научна гледна точка.

Други възможности се откриват, когато изследователят активно влияе на учебния процес, интегрирайки се в самата система. В този случай той работи с учителя колективно като тим, всеки поемайки своята роля в процеса. Работата в тима трябва да е съгласувана, но въпреки всичко такъв начин на действие се нуждае от координатор, както това става по време на хоспитирането в обучението на бъдещите учители по математика. Понякога подобна организация дава отлични резултати и ние ставаме свидетели на редица смислени иновации в областта на математическото образование. Много често обаче новата реформа не успява да коригира дефектите на предишната.

За да бъде пълноправен участник в едно дидактическо изследване, учителят участва в тима, съставен от него и изследователя, при организацията на изследването чрез обсъждане и подготовка на учебния експеримент. Това сътрудничество обогатява професионалния опит на учителя. Тази система на сътрудничество във Франция се нарича дидактически договор. Впрочем дидактически договор е по-общо понятие, което регламентира отношенията между две страни в учебния процес като учител–ученик, учител–изследовател и др. Връзката между двата партньора трябва да е динамична. Учителят, от своя страна, подпомага изследователя да бъде по-съсредоточен върху дейностите, защото учителят е по-реалистичен, по-добре познава реалната учебна ситуация. От друга страна, изследователят помага на учителя в осъзнаване на теоретичната рамка на системата от математически знания, новите методи на преподаване, технически средства, информационни и други технологии и т.н. Веднъж създадена, тази връзка дава на учителя увереност и място в развитието на дидактическата наука.

Да отбележим, че главната задача на учителя е да повиши нивото на знания и умения на учениците си, така че той е заинтересуван да получи адекватна информация, която незабавно да предизвика положителен ефект върху неговото преподаване. Основният въпрос тук е: Какво може учителят да очаква от изследователя и как тези очаквания ще достигнат до него? Това, което може да се очаква на първо време, е:

- информация от всякакъв вид относно процеса на обучение;
- информация относно неправилното усвояване на математическите понятия и грешките, които съпътстват това усвояване;
- информация за връзките между математическите знания и тяхното историческо развитие;
- информация относно разбирането на поведението на учениците в хода на учебния процес.

Много често обаче учителят в резултат на множеството изследователски дейности остава лице в лице с понякога противоречащи си теории. Той е поставен в позиция, когато трябва да се реагира на поток от нови изисквания, поставени от но-

ви програми, нови учебни планове, инструкции от експерти и др. Вероятно е голяма грешка да считаме, че той е готов да поема всички тези изисквания и да поддържа всички нововъведения в образованието. В това отношение ключова роля играе обучението на учителите по математика в университетите, включително качествената система на следдипломна квалификация, в която практическа дидактическа теория трябва да бъде изучавана.

Обща практика за нашите учители е, че много рядко се обръщат към научни и методически списания за получаване на информация за учебния процес. Вместо това те се съобразяват само с учебните планове и програми, учебниците, консултират се с колеги. Това вероятно е така, защото статиите в списанията са общо взето много технични, понятни за изследователите, но не и за учителите. Следователно, много учители разчитат на непроверени методи и материали, с които са свикнали и битуват в практиката, вместо да търсят научно доказаните подходи, освен ако това не е непременно наложително.

Затова изследователските проекти, в които са включени учители, допринасят за тяхното професионално израстване, особено, ако изследователите директно довеждат до тях ползвателна и нова информация на по-достъпен език.

Както споменахме, изследователите в областта на математическото образование са професионални математици. Около 80% от изследванията в самата математика се свеждат до преформулиране, реорганизиране и проблематизация на вече създадени от самите изследователи или от други математици научни твърдения. В голямата си част тези изследователи преподават математика и водят изследвания и в областта на математическото образование, т.е. техните дейности в това направление са по-скоро дидактически, отколкото педагогически. Следователно по-голямата част от математиците могат да се считат за практически дейатели на дидактиката на математиката, приемайки преподаването като своя приложна дейност. Обратно, всички учители по математика са математици и следователно можем напълно да се солидаризираме с бележката на У. Търстън – “Математик е този, който развива човешкото разбиране за математиката”.

Това разбиране прави математическото образование изключително витално и неслучайно пролетните конференции на СМБ събират всяка година чистите и приложните математици заедно с учителите по математика в търсене на по-добри образователни технологии, в обсъждане на реформите на учебното съдържание, единните изисквания за оценяване и др. Математиците чувстват нужда от съществуване и развиване на наука, която да е мост между теоретичните изследвания и проблемите на обучението по математика. Тази нужда се поддържа и от идеята за социалната значимост на професията математик. За обществото преподавателят по математика е авторитет, той вдъхва доверие със своята ерудиция и с уменията си да поставя и разрешава сложни проблеми.

Учителите по математика разбират своята отговорност. Те участват в реформите на образованието активно и съзнателно. Няма съмнение, че действащите учители, добре информирани относно новите идеи, са в позиция да провеждат състоятелни и актуални експерименти и да дават по този начин своя принос в развитието на математическото образование. Професионалните математици също споделят своята отговорност за подпомагане на математическото образование. Не е чудно, че много от тях, включително и най-изявените, осигуряват на учителите основна и съвремен-

на информация, полезна за тяхната работа. Тяхната поддръжка е гаранция за научната обоснованост на математическото образование. Голяма част от тях обучават бъдещите учители по математика в университетите. Техният начин на преподаване трябва да съответства на това, което се очаква да правят техните студенти – бъдещи учители. Методите, които последните трябва да усвоят, трябва да включват всички съвременни средства на научните изследвания.

Затова ставаме свидетели, особено през последните 30-ина години, на много по-активни научни изследвания в областта на математическото образование. През 1969 година в Лион се провежда Първият международен конгрес по математическо образование, който може да се приеме като едно ново консолидиране на всички такива дейности. На него се очертават някои направления за изследвания като експериментални проекти, стандартизиран инструментариум, статистическа обработка, оставащи актуални и досега. Някои от засегнатите теми като преподаване и изучаване на специфични математически понятия, въвеждане на формалното обосноваване в математиката, усъвършенстване на изчислителните умения и др. не губят актуалност и са в центъра на проблемите, които математическото образование разрешава и днес.

Ще приведем едно мнение, изказано през 1971 година от Т. Варга:

“Контрастът между математиката като прототип на точна наука и математическото образование е очертан по такъв начин, че човек се колебае дали да говори за науката математическо образование. Няма съмнение, преподаването е и си остава изкуство и неговите закони или тайни могат само частично да бъдат загатнати чрез научно анализиране. Не е ли истина това и за всяка човешка дейност? Даже математиката, най-ясната от всички науки, трябваше да измине дълъг път преди да достигне нивото си на наука.

Математическото образование, все още в предварителен етап на реорганизация, се превръща в единна разширяваща се важна област на научните изследвания в образованието. Резултатите на тези изследвания образуват теоретично съгласуваната основа на практиката на реформиране на училищната математика.”

Особено знаменателен за българската математическа колегия бе Шестият международен конгрес по математическо образование, проведен през лятото на 1990 година в Будапеща, Унгария. В него участваха 2414 регистрирани участници от 74 страни. Благодарение на Съюза на математиците в България голяма българска делегация – 61 официално регистрирани и множество от нашите най-добри учители също посети конгреса. Българските математици взеха активно участие в работните групи на конгреса, изнесоха доклади, които предизвикаха интерес, а България бе една от страните която бе поканена да представи своята образователна система в областта на обучението по математика и извънкласната работа. На конгреса участниците, разделени на работни групи, обобщиха резултатите от извършените научни изследвания по математическо образование. Поставени бяха и проблемите на образованието по информатика и информационни технологии.

Няма да се спираме повече на множеството конгреси, международни и национални конференции по математическо образование. Такива имаше и в нашата страна през 80-те години, но за съжаление икономическото ни състояние преустанови тези дейности. Богатство на подобни мероприятия срещаме в бившия СССР, както и в сегашна Русия. Ще цитирам само някои изказвания на известния руски математик

В. Арнолд. През 2000 година той пише:

“Разбирането на математиката, което е по-важно от умението да се събират дробни, учи да се отличава правилното разсъждение от неправилното. А без такива умения човешкото общество се превръща в леко управляемо от демагози стадо.”

Няколко дни по-късно същият отбелязва:

“Разцветът на математиката в края на века се заменя с тенденция към подтискане на науката и научното образование от страна на обществото и правителствата в болшинство от страните в света. Подобна ситуация срещаме в историята на древна Елада, разрушена от римляните, за които от значение са били само крайните резултати.”

Намекът е повече от ясен – криворазбраната “американизация” на образованието може да доведе до влошаване на качествена наука и култура на обществото.

Проблемите на математическото образование от страна на обществото са в повечето случаи общовалидни, но голяма част от тях са и чисто локални, породени от факта, че в различните страни се срещат разнообразни учебни програми със специфични за дадената страна акценти. Докато проблемите на математиката и получените резултати са универсални за целия свят, на международните форуми по математическо образование се обсъждат редица чисто национални въпроси, но и те могат да обогатят участниците от други страни с положителни си или отрицателен опит.

Въпреки всичко трябва наистина да се осъзнае, че математиката и математическото образование са един цялостен организъм и отделянето на една част от този организъм от другата би се оказало пагубно за цялото тяло. Следователно математическото образование е част от общото математическо единство и изследванията в тази област не трябва да остават на страна от математическата колегия както в широк смисъл, така и в чисто научен. Само самите математици могат да оценят реалните постижения на математическото образование и да утвърдят полезните за обществото изследвания, защото все още системата от знания за математическото образование трябва да се разглежда като приложна дейност, която трябва да допринася конкретна полза.

Важността на поставените проблеми наистина заслужават вниманието на математическата общност. В този доклад се докоснахме само до една от многообразните изяви на математическото образование. На страна останаха проблемите за работа с изявени и изоставащи деца, междупредметните и вътрешно-предметните връзки, качеството на учебната литература и много други.

Иван Костадинов Тонов  
Факултет по математика и информатика  
СУ “Св. Климент Охридски”  
Бул. “Джеймс Баучер” 5  
1164 София  
e-mail:tonov@fmi.uni-sofia.bg

## MATHEMATICS EDUCATION – ENVIRONMENT OF RESEARCH SUMMARY

**Ivan Tonov**

In this paper we describe the necessity of research in the field of mathematics education. We discuss the interaction between mathematics educators and mathematics teachers on one side and between mathematics itself and didactics of mathematics on the other side. We believe that this excellent collaboration will help teachers to do their job for developing their teaching abilities.