МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2002
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2002
Proceedings of Thirty First Spring Conference of
the Union of Bulgarian Mathematicians
Borovets, April 3–6, 2002

ЗА СТРУКТУРИТЕ НА МОДЕЛИРАНЕТО И КОНКРЕТИЗАЦИЯТА И ПРИЛАГАНЕТО ИМ В НАЧАЛНОТО ОБУЧЕНИЕ ПО МАТЕМАТИКА *

Димитър Георгиев Френкев, Васил Борисов Милушев

Представени са етапите, отношенията в структурата на системата на обучение и задачите, поставени от учителя, при реализирането на моделирането и конкретизацията. Те са илюстрирани при изучаване на дистрибутивното (разпределителното) свойство в началното училище.

Настоящата статия е естествено продължение на [5]. Въз основа на обособените компоненти на моделирането, представени на схемата на фиг. 4 в [5] и разработената структура на моделирането в [1, с.33-34], ще систематизираме в таблица 1 етапите на моделирането и съответните на тях отношения в структурата на системата обучение, и задачи, поставени от учителя.

Съгласно възприетата терминология в [2, с. 37-39] приемаме дейността, обратна на моделирането, условно да наричаме по-кратко конкретизация.

По аналогия, като използваме схемата на фиг. 4 в [5], (проследявайки стрелките с пунктирана линия), ще представим в таблица 2 етапите на дейността конкретизация, (като обратна на дейността моделиране) и съответните на тях отношения в структурата на системата обучение, и задачи, поставени от учителя.

Ще илюстрираме някои задания за моделиране при изучаването на разпределителното свойство. То е последното от изучаваните свойства на аритметичните операции, което ни даде основание да предположим, че учениците вече имат опит при извеждане на хипотези по индуктивен път и същевременно умеят, чрез прематематическа дейност, да потвърждават или отричат предположения.

Учебният процес включва дидактически похвати, приложени в следния ред:

---

*Изследванията са извършени с финансовото съдействие на фонд “НИМП” при ПУ. Договор № 01-П-41.

Таблица 1

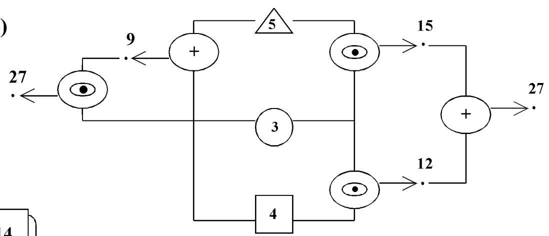
Етапи:	1. Изследване на обекта	2. Систематизиране и обобщаване съществените свойства на обекта и създаване на модела	3. Теоретично изследване на модела	4. Практическа проверка на модела, интерпретация на знанията за модела и осъществяване на пренос на знанията от модела към обекта
Отношение в структурата на системата обучение:	учител ↓↑ обект ↓↑ ученик	учител ↓↑ обект ↓↑ ученик ↓↑ модел	учител ↓↑ модел ↓↑ ученик	учител ↓↑ модел ↓↑ ученик ↓↑ обект
Задачи, поставени от учителя	Да се установят свойствата на обекта, съобразно съответната дидактическа цел; извличане на първична информация.	Да се изведе модела на базата на обобщени признаци на обекта и актуализирани базисни знания.	Да се изследва съставения модел и са направят предположения за свойствата на модела и оригинала.	Да се проверят експериментално предвидените свойства, които са резултат от теоретичното изследване на модела. При отрицателни резултати да се построят по аналогичен начин други варианти на модел и се повтори дейността, докато се утвърди инвариантността на предполагаемите свойства.

1. Разглеждане и тълкуване на модели от вида:

а)

$$\begin{array}{ccccc} 12 & + & 8 & = & 20 \\ \uparrow \cdot 4 & & \uparrow \cdot 4 & & \uparrow \cdot 4 \\ 3 & + & 2 & = & 5 \end{array}$$

б)



в)

$$\left.\begin{array}{l} (4 + \boxed{3}) \cdot 2 = \boxed{14} \\ 4 \cdot 2 + \boxed{3} \cdot 2 = \boxed{14} \end{array}\right\} \Rightarrow (4 + \boxed{3}) \cdot 2 = 4 \cdot 2 + \boxed{3} \cdot 2$$

Таблица 2

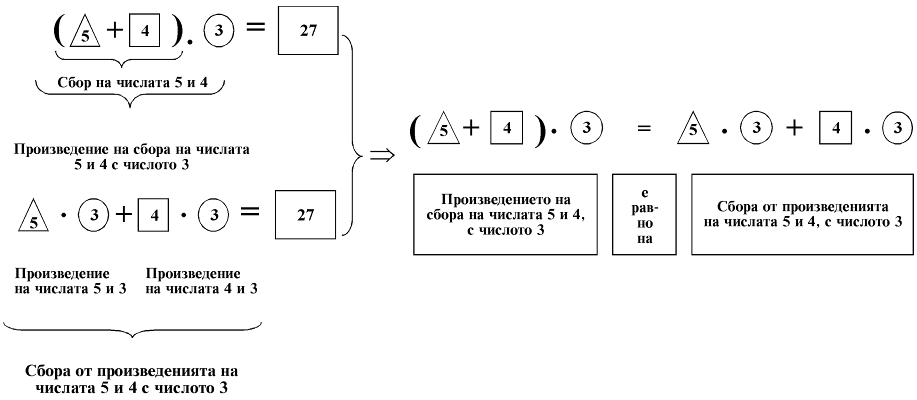
Етапи:	1. Изследване на модела (математическата задача)	2. Откриване на обект-първообраз на модела	3. Практическо изследване на първообраза	4. Интерпретация на знанията за обекта и осъществяване пренос на знания от обекта към модела. Проверка на приложимостта на математическия модел върху обекта.
Отношение в структурата на системата обучение:	учител ↓↑ модел ↓↑ ученик	учител ↓↑ модел ↓↑ ученик ↓↑ обект	учител ↓↑ обект ↓↑ ученик	учител ↓↑ обект ↓↑ ученик ↓↑ модел
Задачи, поставени от учителя	Да се отделят елементите на модела, които имат отношение към предмета на познание и се установят съответни релации и операции с тях. Да се изследват свойствата им, съобразно съответната дидактическа цел.	Да се открият първообразите на елементите в модела и съответните релации и операции с тях и свойствата, въз основа на обобщени признаци на модела и актуализирани базисни знания и опит. Да се състави обобщена практическа задача-първообраз на математическата задача и се извърши конкретизация.	Да се реши практическата задача и се изследват решенията й в практ. план. Да се направят предположения за свойствата на оригинала и модела.	Да се обобщят теоретично знанията за обекта-оригинал и се пренесат като знания за модела. Да се провери приложимостта на модела за решаване на представители на съответния обобщен клас задачи от практиката.

2. Записване на подходящи числа в определени места на готови схеми, пресмятане, сравняване на резултати и извеждане на предположения. Например:

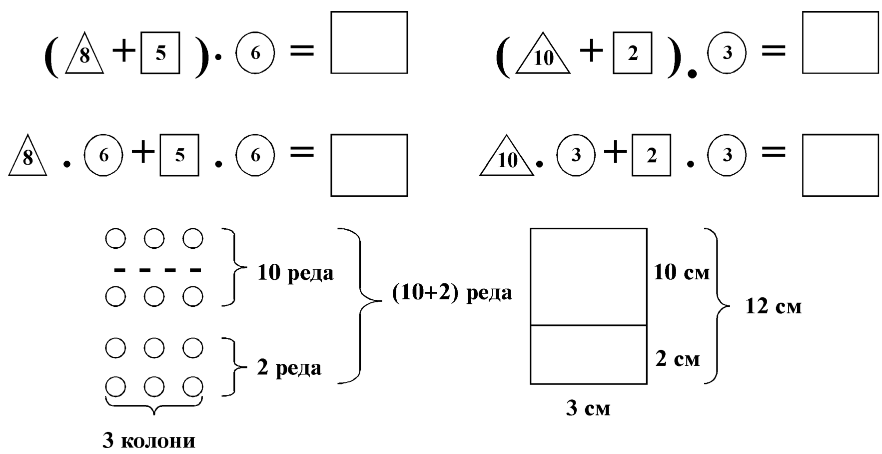
$$\left.\begin{array}{l} (\triangle + \square)\cdot \bigcirc = \boxed{} \\ \qquad\qquad\qquad\quad \dots\dots \\ \triangle \cdot \bigcirc + \square \cdot \bigcirc = \boxed{} \end{array}\right\} \Rightarrow (\triangle + \square)\cdot \bigcirc \;\text{---}\; \triangle \cdot \bigcirc + \square \cdot \bigcirc$$

(Експериментът показва, че резултатите са по-добри, когато на учениците се раздадат листчета с “готови схеми”, с изискване да се попълнят с едноцифрени числа, като сборът на първите да не е по-голям от 10. След това е уместно да се сравнят няколко резултата и се направи съответния извод.)

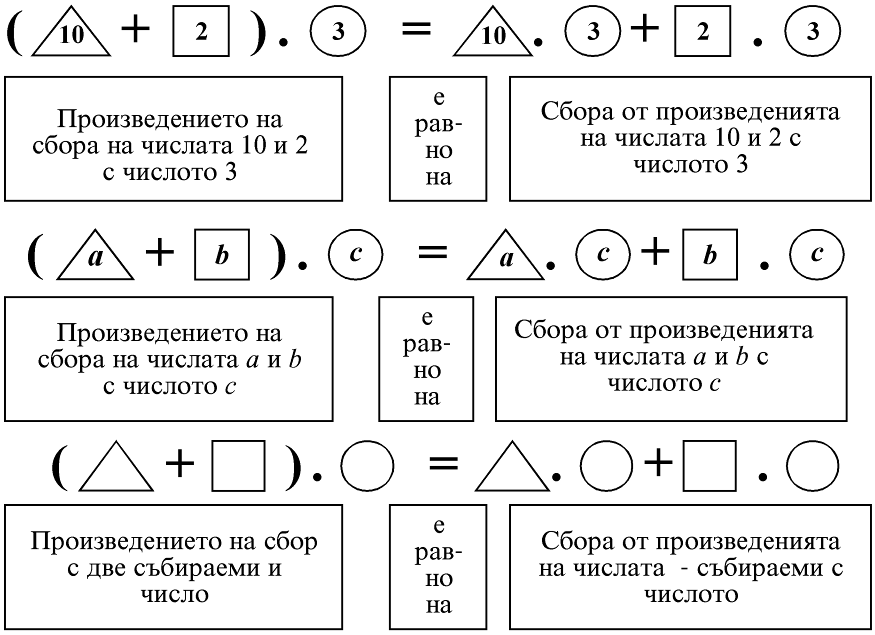
3. Отделяне на схематично представените компоненти на действията и съставяне на съответните им словесни еквиваленти. Например:



4. Създаване на проблемна ситуация с числа, сборът на които е по-голям от числото 10; пресмятане на произведения, с помощта на различни задания от математическо моделиране. Например:



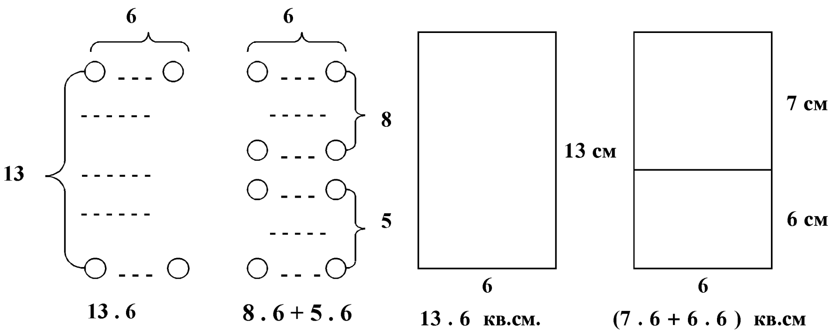
5. Словесно описание на резултатите. Например:



6. Формиране на умения за прилагане знанията за разпределителното свойство:

а) Преобразуване на модели. Например, чрез задачи от вида:

– Колко са кръгчетата? Пресметнете лицето на правоъгълника:



Според нас такива задачи са изключително полезни, тъй като чрез тях се формират умения у учениците за идентифициране на непознати обекти, посредством “разбиване” на познати части. Особено са необходими такива умения за решаване на геометрични задачи в по-горните класове.

б) Съставяне на алгоритми за извънтаблично умножаване. Например:

$$13.6 = (10 + 3).6 = 60 + 18 = 78$$

в) Решаване на текстови задачи.

г) Усвояване похвати за устно смятане и пресмятане по рационални начини.

Посочените упражнения могат да се осъществят с разнообразни средства. Високоефективни са описаните в [3] и [4, с. 28-29] хипермедийни продукти, които са структурирани "в задачи и примери (може и под формата на игра), в които преобладават схематични (динамични) модели и симулационни модели. Учениците участват в експеримент, издигат хипотези, събират данни, отработват ги и потвърждават или отричат хипотези" [3, с. 18].

Ще се спрем на реализацията на четвърто задание, като използваме таблица 2:

Задача: Проверете вярно ли е равенството $(10 + 2).3 = 10.3 + 2.3$!

I Етап.

Учител: От какви части се състои равенството и какво е характерно за тях?

Ученици: Лявата му страна е произведение на сбор с число, а дясната – сбор на произведенията на събираемите с числото. Ако се използват само таблиците за умножение, то няма да може да се пресметне лявата страна и, следователно, няма да може да се сравнят страните му.

II Етап.

Учител: Какъв практически смисъл може да има произведение на сбор с число?

Ученици: Ако предмети са наредени по равен брой в редове и колони, то произведението на броя на редовете и броя на колоните изразява количеството на всички предмети. От друга страна, сборът на броя на определени редове предмети и броят на останалите редове, изразява броя на всички редове предмети.

Учител: Съставете няколко текстови задачи, които могат да се решат, като се пресметне $(10 + 2).3$ и проверете могат ли да се решат същите задачи, като се пресметне $10.3 + 2.3$

Ученици: $(10 + 2).3$ означава броя на предмети, наредени в $(10 + 2)$ реда по 3.

А. Изразете по два начина броя на кръгчетата на фигура 1 а) и го пресметнете.

Б. Изразете по два начина лицето на правоъгълника на фигура 1 б) и го пресметнете.

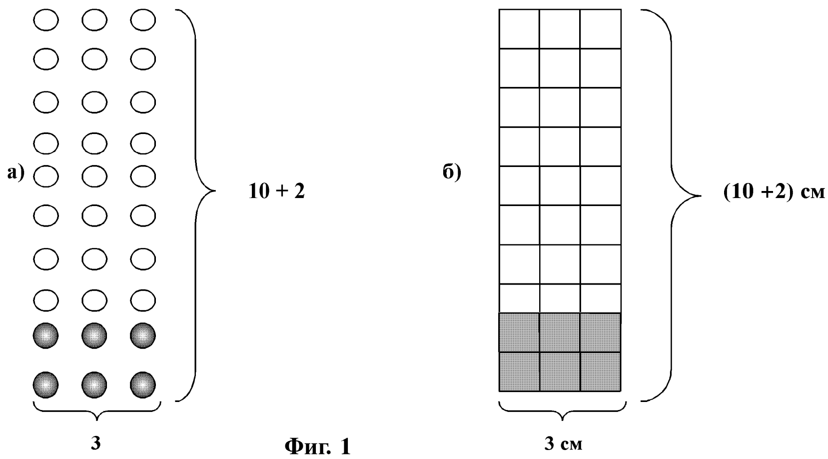
В. Ученици от третите класове на едно училище участвали в поход. В началото на похода те се построили така: 10 реда момичета и след тях – 2 реда момчета, като във всеки ред имало по трима ученика.

а) Съставете израз, който да означава броя на третокласниците в похода!

б) Опишете по друг начин построяването на третокласниците и пресметнете техния брой. Какъв извод може да се направи?

III. Етап

Учител: Решете последната задача, като използвате чертеж 1 а)!



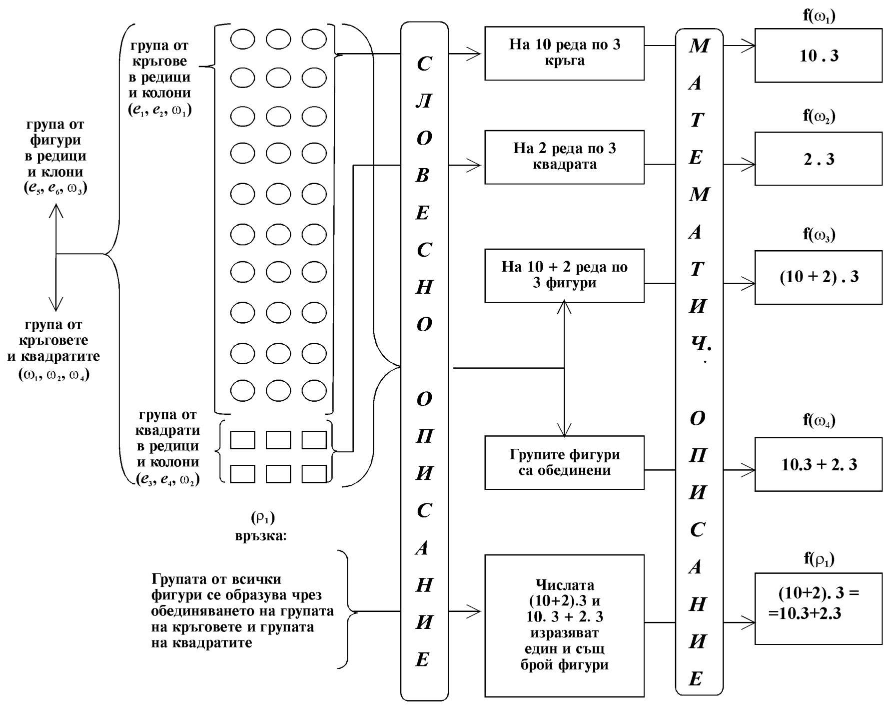
Фиг. 1

Ученици: Решение на задача в) (фиг. 2)

а) (10 + 2) . 3 (всичко ученици)

б) “В началото на похода момичетата са се построили в 10 реда по 3, а момчетата – в два реда по трима, следователно, момичетата са били 10.3, момчетата – 2.3, а всичките третокласници – $10.3 + 2.3 = 30 + 6 = 36$.

Но $(10 + 2).310.3 + 2.3$ изразяват един и същи брой ученици, следователно, може да се направи извод: $(10 + 2).3 = 10.3 + 2.3 = 36$



Фиг. 2

IV Етап.

Учител: Вярно ли е, че ако променим само числовите данни в задачата, то броят на третокласниците също може да се представи по показаните два начина?

Ученици: Да. Броят на третокласниците може да се представи по двата начина, независимо какви са числовите данни в задачата.

Учител: Тогава вярно ли е, че само сбора $10 + 2$ и числото 3 могат да се умножават по установените начини?

Ученици: Не. Всеки сбор с всяко число може да се умножава по установените начини.

Учител: Как да се решават по-лесно задачи от вида:

$$(7+3).9 = \quad ; (7+6).5 = \quad ; 6.8+4.8 = \quad ; 8.5+4.5 = \quad ?$$

Ученици: $(7+3).9 = 10.9 = 90; (7+6).5 = 35+30 = 65;$
$6.8+4.8 = 10.8 = 80; 8.5+4.5 = 40+20 = 60.$

Учител: Вярно ли е, че само при решаване на текстови задачи, отнасящи се до подредени по равно в редици и колони ученици могат да се прилагат установените начини за умножаване на сбор с число?

Ученици: Не. В задачи, отнасящи се до каквито и да са подредени по равно в редици и колони предмети могат да се прилагат начините за умножаване на сбор с число.

В заключение ще отбележим, че нашият експеримент показа, че използването на схематично-знаково моделиране и конкретизация значително влияе върху качествата на усвоените математически знания и е залог за висока ефективност при овладяване на математическото моделиране в процес на прилагането на знанията. Учениците разбират същността и мястото на математическите модели, изразени в сентенцията на Фр. Пол. Математическият модел е "...един вид картина на нещо, направено от числа. Вие я използвате, понеже е по-лесно да накарате числата да се движат, отколкото да накарате да се движат истинските неща" (прецитирано от [6, с. 5]).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Г. Ганчев. Моделирането в обучението по химия. Ст. Загора, 1993.

[2] Ив. Ганчев. Основни учебни дейности в урока по математика (синтез на резултати от различни изследвания). ИФ. Модул-96, София, 1999.

[3] М. Георгиева. Хипермедията и обучението по математика в началното училище. *Начално образование*, кн. 1 (2001), 14–22.

[4] М. Георгиева. Мултимедия и интернет – перспективи и проблеми (в обучението по математика). В: Стратегии на образователната и научна политика, кн. 1, 2001, 25–31.

[5] В. Милушев, Д. Френкев. Една трактовка на понятието модел и направления за използване в обучението по математика. *Научни трудове на ПУ*, **38**, *2*, 2001.

[6] Ст. Стойков. Математически модели и моделиране. *Математика*, бр. 2 (1985), 25–28.

Димитър Георгиев Френкев
Филиал на ПУ "Паисий Хилендарски" – Смолян
Ул. Дичо Петров № 32
4700 Смолян

Васил Борисов Милушев
ПУ "Паисий Хилендарски"
Ул. Цар Асен № 24
4000 Пловдив

ABOUT STRUCTURES OF MODELLING AND CONCRETIZATION AND THEIR APPLICATION IN ELEMENTARY EDUKATION IN MATHEMATICS

D.G.Frenkev, V.B.Milloushev

We present the stages, the relations in the structure of the system of education and the tasks pointed out from the teacher while realizing modeling and its opposite activity concretization. They are illustrated in studying distributive property in Elementary School.