МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2003
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2003
Proceedings of the Thirty Second Spring Conference of
the Union of Bulgarian Mathematicians
Sunny Beach, April 5–8, 2003

НЯКОИ МИСЛИ ОТНОСНО ИЗИСКВАНИЯТА ЗА ЛОГИЧЕСКО ЯДРО В ДОИ И ТЯХНОТО ИЗПЪЛНЕНИЕ В УЧЕБНИЦИТЕ ПО МАТЕМАТИКА, ОДОБРЕНИ ОТ МОН У НАС

Виолета Ст. Никова, Даниела К. Китова

В съобщението се излагат аргументи в подкрепа на изискванията относно логическото ядро в ДОИ и в програмата по математика от 2000 г. Показва се обаче, че с тези изисквания не са се съобразили както авторите на повечето от учебниците по математика за 9 клас, така и оценителите им. Отправя се критика към МОН, че досега не е реагирало на проявената безотговорност при неизпълнение на съответните изисквания, поставени в собствените му документи.

Ограничени са възможностите на съобщение като настоящето, където да се представят разсъжденията на известния психолог Пиаже [1], чрез които той аргументира твърдението си за прибавянето към операциите с конкретни предмети и операции със съждения. За това ще си позволим само да цитираме следната негова мисъл, разкриваща връзката както между логиката и езика, така и между структурата на математиката и структурата на мислене: „Въобще, твърде е възможно съвременните разработки върху връзките между логиката и езика да завършват с признаването на факта, че самият език прониква със своите корени в области, където неговите структури отразяват структурите на логиката в операторни системи, които са по-дълбоки от връзките, съществуващи само между общоприети символи.“

И по-нататък: „Наистина, ако знанието на математиката се основава на структури, които съответстват на съществуващите структури на мисленето, то дидактиката на математиката трябва да се основава само на прогресивната организация на операторните структури. В психологическо отношение операциите произлизат от действията, които самозадълбочавайки се, се свързват в структури. Неправилно е да се мисли, че обръщането към началните действия компрометира голямата строгост и поощрява емпиризма. Емпиризъм се получава тогава, когато учителят заменя математическото доказателство с физически експеримент и с прости запаметявания на получени резултати. Но когато експериментът служи като средство за свързване на действията, тогава абстракцията се пренася на самите действия, а не на предмета на експеримента, подготвяйки ума към дедукция, а не ѝ противодейства.“

Към казаното ще добавим само следното: в два аспекта логиката се включва в математическите разсъждения чрез езика. От една страна езикът е средство, чрез което се представят разкрити връзки между съждения или съждителни форми, а от друга – след като са фиксирани чрез езика тези връзки, те определят поведението (дейностите) на хората, които използват представянето чрез езика. Неотчитането на тези два аспекта е причина решенията на някои уравнения, неравенства и системи от уравнения или неравенства да се излагат догматично и без необходимата логическа и психологическа обосновка. В това отношение, както ще покажем по-долу, болшинството от съвременните наши учебници по математика, за съжаление, не се различават от догматизма за решаване на задачи върху глинените плочки в древен Вавилон. Отчитайки важността на този проблем, според нас, МОН правилно поставя като една от целите на ДОИ „задълбочаване на логическите умения и знания на учениците, формиране на логическата култура и усвояване на математическия език“ [6].

Съгласно общата характеристика, посочена в ДОИ за учебно съдържание по математика, в учебния процес се конкретизират логическите знания на учениците в колона 1.

За първо равнище те остават на конкретно ниво и съдържателно са обвързани с изучаваното учебно съдържание. Както е посочено в колона 3 от ДОИ, „ученикът трябва да умее да използва:

1. Логическите съюзи „и“, „или“, понятията за „всяко“, „съществува“, както и релацията „еквивалентност“.

2. Да умее да използва кванторите за общност и съществуване, както и отрицание на твърдение при определяне на допустимите стойности и числена стойност на израз“.

В учебниците обаче липсва съответстващият на логиката на понятията език за визуализиране на изказаните с думи твърдения. Не се използват конкретни записи за понятията „всяко“, „съществува“, „необходимо и достатъчно условие“. Още повече, че учениците изучават като отделен предмет “Логика” (от културно-образователна област „Философия“ с 1,5 часа седмично), т.е. те разполагат не само с понятиен апарат на логиката $(V, \Lambda, \rceil)$, но извеждат и на формално ниво основните закони на логиката. Логически знания са включени и в ДОИ на програмата по информатика за 9-ти клас. За съжаление обаче те липсват в някои от учебниците, писани по тази програма. Такива все пак има в учебника по информатика за 9-ти клас с автори К. Манев и Н. Манева [2].

Проблемът в такъв случай е не да се въвеждат нови, непознати понятия (символи), а да се приложат в явен вид и в учебното съдържание по математика. По този начин ще се осъществява интегрален подход в обучението чрез междупредметните връзки. Освен това в практиката си повече от учителите чувстват необходимост и въвеждат за ползване в учебната си работа по математика символите $\forall, \exists, <=>$. Щом от ученика „се очаква да умее да прилага елементи от логиката на неформално ниво при задачи“, свързани с конкретното математическо учебно съдържание, то той трябва да разпологага с учебници, даващи възможност за постигане на този резултат. За съжаление в повечето учебници по математика, дори за второ равнище, не се използват адекватен за съответната логическа „ситуация“ език и символи $(\forall, \exists, \rceil)$. А както е известно, с използването на символи математическият запис се прецизира и универсализира. Би могло при въвеждане в учебното съдържание, за улеснение, символите да фигурират в началото на учебниците като „легенда“, в която е посочен техният смисъл.

Неизползването на символите довежда до разнородност при разглеждането на една и съща ситуация в учебното съдържание, например в раздела „Системи уравнения от втора степен с две неизвестни“, изучаван в 9-ти клас.

В учебника за профилирана подготовка „Математика 9 клас“ на издателство „Даниела Убенова“ [9] например се говори, че решенията на системата

$$(1)\qquad \left| \begin{array}{l} x^2 - 5xy + 4y^2 = 0 \\ x^2 + 3y^2 - 4x - 8 = 0 \end{array} \right.$$

са обединение от решенията на системите:

$$(2)\quad \left| \begin{array}{l} x = y \\ x^2 + 3y^2 - 4x - 8 = 0 \end{array} \right. \qquad \text{и} \qquad (3)\quad \left| \begin{array}{l} x = 4y \\ x^2 + 3y^2 - 4x - 8 = 0 \end{array} \right.$$

Тук съюзът „и“ е използван в традиционния смисъл на българския език за изброяване, което в случая не представя достатъчно ясно и точно логическата връзка на системата (1) със системите (2) и (3). А тази връзка определя и подсказва следващите стъпки в решението на съответната задача. Изглежда в този учебник това е практика, защото същият логически, а може да се каже и психологически дефект, се забелязва и при „модулни уравнения“, където пише: „равенството $|3x + 7| = 7$ е възможно в два случая – при $3x+7 = 7$ и при $3x+7 = -7$.“ И тук изразните средства не представят ясно и точно съответната дизюнктивна връзка, която на учениците, според официалните документи на МОН, трябва да е добре позната.

В учебника за профилирана подготовка „Математика 9 клас“ на издателство „Анубис“ [5] поради невъведен адекватен език при запис на решението на системата:

$$\left| \begin{array}{l} x + y = \pm 17 \\ x - y = \pm 17, \end{array} \right.$$

до която се достига при решаването на системата

$$\left| \begin{array}{l} xy = 60 \\ x^2 + y^2 = 169, \end{array} \right.$$

пише: „тогава решенията на системата от 2-ра степен са решения на 4-те линейни системи:

$$\left| \begin{array}{l} x + y = +17 \\ x - y = +7, \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} x + y = +17 \\ x - y = -7 \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} x + y = -17 \\ x - y = +7, \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} x + y = -17 \\ x - y = -7. \end{array} \right.$$

Явно тук безпомощността на авторите, вследствие от неспазването на ДОИ по отношение на логическото ядро, е повече от очевидна. Затова тяхното изложение е на равнището на догматизма от глинените плочки на древен Вавилон.

За да се убедим в това, достатъчно е да прочетем решението на следната древновавилонска задача:

„**Дължина и ширина на право поле.** *Дължината превишава широчината с 10. Площта на полето е 11. Дължината и широчината колко са?“*

Решение: Раздели това, с което дължината превишава широчината на половина и ще получиш 5. Повдигни пет на квадрат – ще получиш 25. Събери 25 с големината на площта 11 – ще получиш 36. Извлечи от него квадратен корен – ще получиш 6. Извади от шест 5 – ще получиш 1 (широчината на полето). Събери 6 и 5 – ще получиш 11 (дължината на полето)“ [3].

Успокоителен обаче е фактът, че все пак както български учебници, така и други учебни пособия по математика надживяват посочения архаичен догматизъм, който прави решенията на съответните задачи неясни, неразбираеми и недопустимо трудни. Например в учебника за второ равнище „Математика 9 клас“ на издателство „Модул“[4] се използва следният запис:

$$\left| \begin{array}{l} x^2+2xy+y^2=9 \\ x^2+xy=6 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left| \begin{array}{l} x+y=3 \\ x^2+xy=6 \end{array} \right. \\ \left| \begin{array}{l} x+y=-3 \\ x^2+xy=6. \end{array} \right. \end{array} \right.$$

В този учебник се спазва досегашната традиция в означенията и вместо знака за дизюнкция „$\vee$“ системите уравнения са записани една под друга и пред тях е поставена средна скоба. Тази схема на записване на решенията на системи уравнения и неравенства („[“ за дизюнкция и „|“ за конюнкция) се използва и от В. Милушев и Р. Маврова в статията им „Метод на еквивалентността при решаване на някои задачи то УКА“ [7]. Например в тази статия пише:

$$|f(|x|)| < g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left| \begin{array}{l} |f(x)| < g(x) \\ x \geq 0 \end{array} \right. \\ \left| \begin{array}{l} |f(-x)| < g(x) \\ x < 0 \end{array} \right. \end{array} \right.$$

В учебника „Математика за профилирана подготовка 9 клас“, издателство „Регалия 6“ [8], се използва словесно съюзът „или“ за обединение на две системи без да се мотивира смисълът му.

Явно и авторите, и оценителите на учебниците не поставят акцент на пункта за логическите знания от ДОИ и програмата по математика, т.е. не се съобразяват със съответните нормативни документи. Поставя се въпросът: носят ли те отговорност за това и потърсена ли им е такава? А самото МОН не се ли счита задължено да следи дали се спазват изискванията на собствените им документи? Подобни въпроси ние поставихме чрез в. „Учителско дело“ [10], но така и не получихме отговор на тях. Затова сега отново си позволяваме да питаме. Дали ще получим обаче отговор – не знаем?!

ЛИТЕРАТУРА

[1] Жан Пиаже. Структуры математические и операторные мышления. Сборник „Преподавание математики“. Москва, 1960.

[2] К. Манев и др. Информатика 9. учебник за задължителна подготовка. София, 2002.

[3] Ив. Ганчев и др. История на математиката. София, 1999.

[4] Ив. Ганчев и др. Математика 9 – второ равнище. София, 2001.

[5] Ч. Лозанов и др. Математика 9. София, 2001.

[6] МОН. Учебни програми част II за задължителна и профилираща подготовка. София, 2000.

[7] В. Милушев и др. Методи за решаване на задачи. Макрос, 2001.

[8] Ст. Додунеков и др. Математика за профилирана подготовка 9 клас. Регалия 6, София 2001.

[9] Ем. Колев и др. Математика 9 клас за профилирана подготовка. Д. Убенова, София, 2001.
[10] В. Никова и др. Учителско дело бр. 24, 24.06.2002.

Виолета Станкева Никова
ЮЗУ „Неофит Рилски“
Ул. „Иван Михайлов” 66
2700 Благоевград

Даниела Кирилова Китова
НХГ „Св.св.Кирил и Методий“
Ул. „Ц. Церковски“ 2
2700 Благоевград

SOME THOUGHTS CONCERNING THE LOGIC CORE STATE REQUIREMENTS AND THEIR REALIZATION IN THE MATHEMATICAL TEXTBOOKS APPROVED BY THE BULGARIAN MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE

Violeta St. Nikova, Daniela K. Kitova

Arguments are presented to support the requirements, concerning the logical core of the State Educational Requirements and the 2000 curriculum in Mathematics. It is pointed out that not only the authors of the greater part of mathematical textbooks for 9 class, but also the specialists, responsible for the evaluation, have not taken into consideration these prerequisite requirements. The Ministry of Education and Science is critisized for not being able to react properly, athough the requirements mentioned above, are brought into the documents issued by the Ministry.