МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2014
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2014
*Proceedings of the Forty Third Spring Conference
of the Union of Bulgarian Mathematicians
Borovetz, April 2–6, 2014*

КВАЛИФИКАЦИОНЕН КУРС ЗА УЧИТЕЛИ

Александр Блинков

Расстояния на прямой и не только

В представлении большинства школьников алгебра и геометрия – это два разных предмета, имеющих мало общего. В моем выступлении будут показаны некоторые способы связать между собой алгебраический и геометрический материал школьного курса. Это дает возможность показать эффективные способы решения ряда задач.

1. На одинаковом расстоянии. В занимательной форме рассматривается геометрическое место точек (ГМТ) прямой, равноудаленных от данных точек. Формулируется геометрическое определение модуля числа, напоминаются формулы для вычисления расстояния между точками на прямой и для вычисления координаты середины отрезка. На этой основе показываются способы решения ряда уравнений и неравенств с модулем.

2. Наименьшая сумма расстояний до двух точек. В занимательной форме рассматривается ГМТ прямой, сумма расстояний от которых до двух заданных является наименьшей. С помощью этого разбираются решения задач о сумме о двух модулей (уравнения, неравенства, наименьшее значение), а также олимпиадная задача на эту тему.

3. Наименьшая сумма расстояний до n точек. Предыдущая задача о ГМТ обобщается для произвольного количества точек. Разбираются соответствующие задачи о сумме модулей и задача о наименьшей сумме расстояний до четырех точек, не лежащих на одной прямой.

4. Наименьшая сумма расстояний до точек на прямой и на плоскости, если эти точки имеют „веса“. Разбирается несколько занимательных задач, связанных с наименьшей суммой расстояний до точек а) лежащих; б) не лежащих на одной прямой. Затем разбирается олимпиадная задача о наименьшей сумме затраченного времени.

5. Расстояния на координатной плоскости. Напоминаются формулы для вычисления расстояния между точками и для вычисления координаты середины отрезка на координатной плоскости. Рассматривается ряд алгебраических задач, эффективно решаемых с помощью геометрической интерпретации на координатной плоскости и последующего применения некоторых геометрических фактов элементарной геометрии (неравенство треугольника, свойства симметрий на плоскости, диаметр – наибольшая хорда окружности и пр.).

Будет прилагаться список задач для самостоятельного решения с ответами и указаниями.

Содержание разделов 1 – 4 опубликовано в статье А. Блинков. Расстояния на прямой и не только. Научно-популярный физико-математический журнал „Квант“, № 3/2012.

Задачи, использующие непрерывность элементарных функций

Непрерывность – одно из фундаментальных понятий математики. На первый взгляд, с понятием непрерывности школьники сталкиваются только в старших классах, когда заходит речь об исследовании функций и построении их графиков, а также о решении задач на экстремальные значения с помощью производной. На самом деле, это не так, и я постараюсь показать серии задач, в которых по сути используется непрерывность, но, конечно, на наглядном и интуитивном уровне, без строгих определений. Практика показывает, что объяснить, что такое непрерывность, можно даже школьникам 6 – 9 классов.

1. Непрерывность траектории движения. Рассматриваются примеры движений, траектории которых можно провести "не отрывая руки". На этой основе формируется представление о непрерывной величине и ее основное свойство: "теорема о промежуточном значении". Разбирается несколько задач для младших школьников, решение которых основано на непрерывности траектории и этом свойстве непрерывных зависимостей.

2. Элементарные функции, графики которых являются непрерывными линиями. Перечисляются элементарные функции, графики которых можно провести "не отрывая руки" (особый упор делается на линейную и квадратичную функции, а также на функцию модуль x). Формулируется свойство сохранения знака непрерывной функции на промежутке, где у нее нет нулей. Рассматриваются алгебраические задачи, идейно близкие к решению неравенств методом интервалов, и задачи на квадратный трехчлен и модуль, решаемые с применением сформулированного свойства и теоремы о промежуточном значении.

3. Некоторые частные случаи и обобщения. Рассматривается задача о квадратных трехчленах, решаемая с помощью дискретной непрерывности. "Теорема о промежуточном значении" обобщается для двух функций на примере одной из рассмотренных задач. Объясняется, каким образом от непрерывности графика постепенно перейти к более строгому определению непрерывной функции.

4. Примеры более сложных задач. Рассматриваются более сложные задачи на применение непрерывности элементарных функций. Проводятся некоторые аналогии. Рассказывается о том, как непрерывность элементарных функций связана с некоторыми теоремами высшей математики.

Будет прилагаться список задач для самостоятельного решения с ответами и указаниями.

Материал вошел в книжку А. Блинков, В. Гуровиц. Непрерывность. (Серия „Школьные математические кружки"), которая сдана в печать в издательство МЦНМО.

Александр Блинков
Москва, Россия
e-mail: adblinkov@yandex.ru