

МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2014
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2014
*Proceedings of the Forty Third Spring Conference
of the Union of Bulgarian Mathematicians
Borovetz, April 2–6, 2014*

**ПРИМЕРИ ЗА РАБОТА С АКТУАЛНИ ДАННИ
В ЧАС ПО СТАТИСТИКА**

Сава Гроздев, Иванка Марашева-Делинова, Емил Делинов

Часовете по статистика са особено полезни и необходими за учениците. В сега съществуващата учебно-помощна литература има много малък брой задачи, които могат да бъдат използвани в съответните уроци. Настоящата статия е посветена на няколко примера за работа с актуални данни в часовете по статистика в 11. клас. Примерите, които се разглеждат, са взети от ежедневието и целят обогатяване на учебното съдържание.

Увод. Часовете по статистика се реализират в 11. клас, когато се осъществява концентрация на статистически знания. Усвояването на съответния учебен материал обикновено протича с ентузиазъм и в редица случаи води до възникване на желание за издирване на допълнителна литература и разработване на проекти. Интересните задачи са свързани с практиката и със съдържателни приложения на математиката. Стандартът, на който трябва да отговарят знанията по статистика, е ученикът да „познава механизмите за представяне на статистически данни от ежедневието“. Очакваният резултат на ниво учебна програма е той да „умее да обработва, представя и анализира статистически данни“ [3]. Това се постига с помощта на около две теми от учебниците за непрофилирана подготовка. Например, в един от учебниците това са темите „Представяне на данни“ и „Организация и анализ на данни“ [1]. За всяка от тях учителят разполага с около пет часа, по два от които са за упражнения с актуални данни. Именно работата с актуални данни предизвиква интерес у учениците и силно ги мотивира. Затова е добре учителят да притежава повече възможности за съставяне на такива задачи. Настоящата статия е посветена на няколко примера за работата с актуални данни в часовете по статистика.

Работа с актуални данни. Какво се разбира под актуални данни? Според тълковните речници (например [4] и [5]) става дума за важни съвременни сведения, необходими за формиране на изводи или вземане на решения. Адаптирано към училищната среда, това означава важна за учениците и учителите информация, която може да е свързана например с живота на планетата, в нашата страна, в града, училището, семейството и т. н. Предлагаме няколко примера за набавяне на такива данни, които са подходящи за часовете по статистика.

Пример 1. В таблица 1 са представени средните дневни температури в гр. София през първата половина на м. декември, 2011 и 2012 година ([6], [7]). Може да се формулират една или повече задачи, като например:

Задача. В координатна система начертайте графики за изменението на температурата за всяка от двете години. Сравнете графиките. През коя година първата половина на м. декември е по-студена? (Определете средната температура за месеца, броя на дните с отрицателни температури, най-ниската и най-високата температура.)

Упътване. Средната стойност на температурата през първата половина на м. декември 2011 г. е $3,3^{\circ}\text{C}$, докато същата за 2012 г. е $-1,5^{\circ}\text{C}$. През 2011 г. има един ден с отрицателни температури, докато през 2012 г. – дванадесет дни. Най-ниската и най-високата температури за 2011 г. са съответно $-1,4^{\circ}\text{C}$ и $10,6^{\circ}\text{C}$, докато за 2012 г. те са $-8,6^{\circ}\text{C}$ и $7,9^{\circ}\text{C}$. Очевидно първата половина на декември 2012 г. е била значително по-студена от същия период на 2011 г.

Таблица 1

Средни температури за периода 1–15 декември															
Год./ден	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2011	2,7	1,6	2,0	3,3	10,6	6,7	2,5	-1,4	0,2	1,0	4,7	6,1	5,7	2,2	1,9
2012	7,9	4,9	3,3	-0,7	-0,2	-0,9	-1,3	-1,3	-2,2	-5,0	-4,3	-3,7	-5,6	-8,6	-5,5

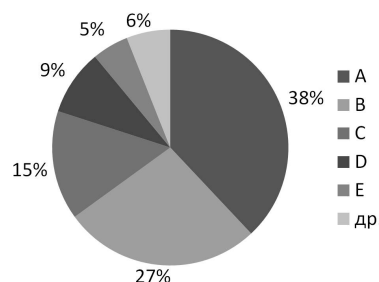
Пример 2. В нашата страна периодично се провеждат избори. Резултатите от изборите се представят по различни начини, включително и графично. Те се обсъждат по националните медии, предизвикват общественото внимание. Учениците, съзнателно или не, участват в тези обществени процеси и получават голямо количество информация чрез медиите. Близка до техните интереси е следната

Задача. На изборите за Народно събрание най-добре са се представили 5 партии (А, В, С, D, E), които са спечелили съответно 38%, 27%, 15%, 9% и 5% от гласовете. Останалите гласове са спечелени от други партии. Направете кръгова диаграма, отразяваща разпределението на гласовете.

Кръговите диаграми затрудняват учениците. Техните чертежи не винаги са точни. Основният проблем е правилното разпределение на кръга. Улеснение настъпва след изясняване на факта, че два перпендикулярни диаметъра разделят кръга на 4 части, всяка от които съответства на 25%.

При този вид задачи е подходящо използването на информационни технологии за точно изработване на кръгови диаграми (фиг. 1). Ако учителят счита за необходимо, той може да предостави реални данни от последните избори. Трябва обаче да прецени точно обстановката, за да не допусне политизиране на учебния процес.

Пример 3. Част от учениците на 21 СОУ „Хр. Ботев“, София, членуват в Математически клуб „Сигма“. В рамките на клуба те разработват проекти и усвояват новости в информационните технологии. Разработените проекти се представят на класни и училищни конференции, а членовете на съответните журита и връстници на авторите отразяват мнението си в оценъчни карти. Следва обработка на картите и класиране. Попълнените оценъчни карти са добра база от актуални данни за статистическа обработка.



Фиг. 1

Таблица 2

№ оцен. карта	Научност	Нагледност	Представяне	Атрактивност	Оформление	Сума	Ср. аритм.
1	4	4	3	2	4	17	3,40
2	3	5	3	3	3	17	3,40
3	3	5	3	3	3	17	3,40
4	4	4	3	2	5	18	3,60
5	5	5	3	3	3	19	3,80
6	5	3	4	3	5	20	4,00
7	4	4	4	4	4	20	4,00
8	5	5	3	3	5	21	4,20
9	5	5	3	3	5	21	4,20
10	5	3	5	3	5	21	4,20
11	5	5	5	3	3	21	4,20
12	4	5	4	4	5	22	4,40
13	5	4	5	4	5	23	4,60
14	5	5	5	3	5	23	4,60
15	5	5	5	3	5	23	4,60
16	5	5	5	5	3	23	4,60
17	5	5	5	5	5	25	5,00
18	5	5	5	5	5	25	5,00
19	5	5	5	5	5	25	5,00
20	5	5	5	5	5	25	5,00
Ср. аритм.	4,60	4,60	4,15	3,55	4,40		4,26

Таблица 3

Проект	Научност	Нагледност	Представяне	Атрактивност	Оформление
Уравнения на права в равнината	4,8	4,6	4,2	3,9	4,6
Ирационални неравенства	4,6	4,6	4,2	3,6	4,4
Разт. м/у корените на кв. Уравнение	4,8	4,4	3,8	4,3	4,8
Сфера и кълбо	4,8	5,0	3,3	3,8	4,4
Правоъгълен триъгълник	4,9	4,4	4,2	3,8	4,4
Основни тригонометрични формули	5,0	4,4	3,2	3,6	4,7

По аналогичен начин се обработват оценъчните карти и на други представени проекти. Таблиците могат да бъдат съпоставяни и сравнявани не само по средната си оценка, но и по оценката на всеки критерий. Може да се установи дали има тенденция за по-слаби резултати по точно определен критерий.

Например, съпоставянето на представените проекти в 11^б клас (таблица 3) по-

Например, в таблица 2 са дадени оценките на проект от класна конференция на тема „Ирационални неравенства“, разработен от Люба и Искра през 2010 г. Базата данни осигурява възможност за намиране на средните стойности на оценките както по критерии, така и в цялост. За обработка на оценъчните карти по този проект е използвана таблица на Microsoft Excel. Със средно аритметичната си оценка този проект участва в класирането и в определянето на рейтинг скалата. Подходящо е класните и училищната конференции да се провеждат по време на изучаване на статистическия материал. По този начин обработката може да се извърши от единадесетокласниците. Получаваните данни са вълнуващи за всички ученици в училището. Обработените таблици могат да се използват за изводи и достигане до отговори на разнообразни въпроси. Например: По кой критерий даденият екип се е справил най-добре? По кой критерий могат да се постигнат по-високи резултати и как?

казва, че критериите „Атрактивност“ и „Представяне“ са слабото място на повечето проекти. Това става още по-ясно, ако бъдат начертани графики по критериите на проектите.

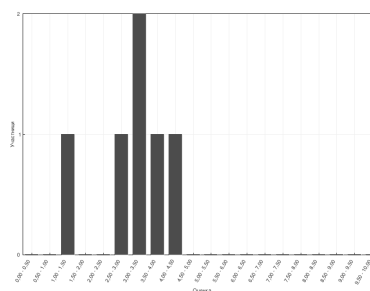
Пример 4. От учебната 2012/2013 г. в 21 СОУ „Хр. Ботев“ започна подготовката за внедряване на електронна платформа за обучение на учениците. На нея вече са инсталирани тестове и други учебни помагала (например електронна библиотека с проекти [2]). Електронната платформа премина тестов период, през който учениците предимно от горен курс можеха да я ползват. Резултатите от тестовете могат да се считат за актуални данни. Всеки учител е улеснен от възможността да се запознае с резултатите на своите ученици от съответните таблици и графики, да направи необходимите изводи и да планира по-нататъшната си работа. Със съгласие на преподавателите резултатите могат да се ползват и в часовете по статистика. Със забележката, че данните са малко на брой, поради тестовия период на платформата, предлагаме следната

Задача. На фиг. 2 са представени графично оценките от тестовете по английски език на зрелостниците от випуск 2013. От графиката:

1. Определете броя на зрелостниците, попълнили теста.
2. Съставете таблица, отразяваща броя ученици и техните резултати.
3. Пресметнете средните стойности: средно аритметичната оценка, модата и медианата.

Забележка. При по-голям брой участващи ученици може да се постави задача за създаване на честотна таблица и пресмятане на средно аритметично с тегла. Възможно е също да се изискат изводи за нивото на знания и формулиране на прогноза за представянето на тези зрелостници по време на предстоящата матура.

На учениците може да се предложи таблица с резултатите в точки на въпроси от попълнени тестове по други учебни дисциплини (например български език) и да се възложат различни задачи, включително изработването на графики и диаграми.



Фиг. 2

Пример 5. За актуални могат да се считат резултатите от всякакви тестове, проведени в съответен клас. Особен интерес за учениците представляват резултатите в собствения им клас. Подходяща е задача от следния тип:

Задача. Резултатите от теста по математика в 11 клас са дадени в таблица 4.

Таблица 4

Точки	63	66	71	72	73	74	76	77	81	84	86	88	91	93	97
Брой ученици	1	1	1	1	2	1	3	1	2	4	1	3	1	2	1

1. Подредете данните в статистически ред и определете средната стойност \bar{x} , модата и медианата.

2. Направете честотна таблица, като ползвате интервали с дължина 5. Определете честотата и относителната честота. Намерете средно аритметичното с тегла N_x .

3. Постройте хистограма на разпределението.

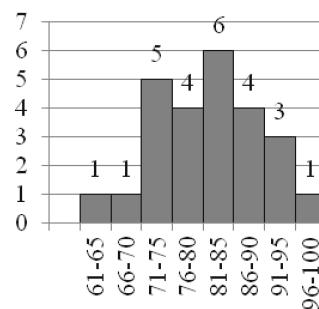
Отговори: Мода 84, Медиана 81, $\bar{x} = 80,76$, $N_x = 81,4$.

Честотната таблица изглежда по начина, представен в таблица 5, а хистограмата на разпределението – на фиг. 3.

Таблица 5

Класове	Честота f_i	Относителна честота	Среда на класа x_i	Произведение $f_i \cdot x_i$
61–65	1	4%	63	63
66–70	1	4%	68	68
71–75	5	20%	73	365
76–80	4	16%	78	312
81–85	6	24%	83	498
86–90	4	16%	88	352
91–95	3	12%	93	279
96–100	1	4%	98	98
Сума:	25	100%		2035

Хистограма на разпределението



Фиг. 3

Пример 6. Интересен тип актуални данни са резултати от успеха на учениците по математика през годините. Например данните в таблица 6 отразяват резултатите, постигнати от учениците от 11 клас.

Таблица 6

11 а клас	Входно ниво	Класна работа – I	Срочна оценка – I	Класна работа – II	Изходно ниво	Годишна оценка
2008/2009 (8. клас)	4,02	4,15	3,68	4,00	3,83	3,85
2009/2010 (9. клас)	4,04	3,63	3,95	4,33	4,00	4,13
2010/2011 (10. клас)	3,09	3,36	3,64	3,50	4,31	4,23

Задача. Направете изводи за развитието на учениците през трите години. Потърсете причините за горните резултати. За целта използвайте и графики за изменение на успеха.

Ето и някои разсъждения:

Никола от 11 клас: „Входното ниво в 10. клас е най-ниският резултат за целия период на обучение. От това може да се направи извод, че през лятната ваканция учениците са забравили материала от 9. клас, но също и че този материал ги е затруднил доста. Класната работа през втори срок на 10. клас е доста по-слаба от изходното ниво и годишната оценка. Това показва, че учениците не са били готови за класната работа.“

Естел от 11 клас: „От графиките се вижда, че всички резултати през първия срок на 10. клас са по-ниски от тези на 9. клас. Това показва, че учебното съдържание по алгебра в 10. клас (което се изучава през първия срок) е по-трудно от това по алгебра в 9. клас.“

Заклучение. Работата с актуални данни е любопитна за учениците. Тя провокира появата на интерес както към статистическия материал, така и към математиката изобщо. Задължение на учителя е да го развие. В същото време статистическите данни са неизчерпаем източник за социално познание. Статистиката безпристрастно показва как се управлява светът. За съжаление, в съществуващата учебно-помощна литература има много малък брой задачи по статистика. Примерите в настоящата статия са взети от ежедневие. Те са свързани с особеностите и организацията на цялостната работа в 21 СОУ „Хр. Ботев“, София.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ч. Лозанов, Т. Витанов, П. Недевски. Математика 11. клас задължителна подготовка, С. Анубис, 72 с. ISBN 9789544263539
- [2] С. Гроздев, Ив. Марашева-Делинова, Е. Делинов. Електронна библиотека от ученически проекти по математика и информационни технологии. *Математика и математическо образование*, **41** (2012) 325–329.
- [3] http://www.minedu.government.bg/opencms/export/sites/mon/top_menu/general/educational_programs/11klas/math_11kl.pdf
- [4] <http://rechnik.info/данни>
- [5] <http://rechnik.info/актуален>
- [6] http://www.stringmeteo.com/synop/temp_month.php?year=2012&month=12&dst=&dend=&ord=num&submit=ПОКАЖИ
- [7] http://www.stringmeteo.com/synop/temp_month.php?year=2011&month=12&dst=1&dend=31&ord=num&submit=ПОКАЖИ

Сава Гроздев

ИМИ–БАН, ул. Акад. Г. Бончев, бл. 8, 1113 София, e-mail: sava.grozdev@gmail.com

Иванка Марашева-Делинова

21 СОУ „Христо Ботев“, ул. Люботрън 12, 1407 София, e-mail: marasheva@abv.bg

Емил Делинов

ул. Кораб планина 46, 1164 София, e-mail: delinov@gmail.com

EXAMPLES OF WORKING WITH CURRENT DATA IN A STATISTICS CLASS

Sava Grozdev, Ivanka Marasheva-Delinova, Emil Delinov

The classes in statistics are particularly useful and necessary for the students. In the existing educational literature there are just a few problems that can be used in the lessons. This article is devoted to some examples of working with current data in the statistics' classes in 11th grade. The examples that are considered are taken from everyday life and are aimed at the enrichment of the curriculum in statistic.