

МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2014
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2014
*Proceedings of the Forty Third Spring Conference
of the Union of Bulgarian Mathematicians
Borovetz, April 2–6, 2014*

**ПРАКТИЧЕСКИ КУРС ПО ЧИСЛЕНИ МЕТОДИ
ЗА ИНЖЕНЕРНИ СПЕЦИАЛНОСТИ**

Стефка Караколева, Евелина Велева

Напоследък в Русенски университет „Ангел Кънчев“ се забелязва трайна тенденция към постоянно намаляване на аудиторните часове, предвидени за запознаване на студентите от инженерните специалности с числените методи. Авторите на статията търсят решение на този проблем чрез преглед и анализ на методологическата литература по темата. Разработено е учебно пособие, което да улесни разбирането на теоретичния материал от студентите и да спести от времето за диктовка както на примерите и тяхното решение с програмния продукт Matlab, така и на допълнителните примери, които студентите се опитват да решат самостоятелно, под наблюдението и с подкрепата на преподавателя. В статията е направен и анализ на успеваемостта на студентите по всяка от темите, с цел да се изяснят и коригират причините за трудностите в овладяването на предвидения материал.

Въведение. При изследване на различни процеси в науката и техниката, инженерът се интересува от математиката не като наука сама за себе си, а като инструмент за решаване на конкретни практически задачи. Числените методи са мощно математическо средство за решаване на различни задачи от практиката. Успешното решаване на даден проблем е възможно само при добро познаване на основните числени методи и разбира се, на начините за тяхното реализиране.

През последните години се забелязва трайна тенденция към намаляване на аудиторните часове за изучаване на фундаментални математически дисциплини при запазване съдържанието на изучавания материал. Този проблем е факт и при обучението по Числени методи. Дори изложението на теорията да бъде сведено до минимум, все пак трябва в процеса на обучение да бъдат предвидени достатъчен брой часове за практическата реализация с програмен продукт. При това не е достатъчно студентите просто да въведат в компютъра решените примери, подготвени и предоставени от преподавателя. Материалът може да се смята за изучен и затвърден едва когато студентът е в състояние сам да реши аналогична задача. Решаването на допълнителни примери и насоките към студентите при тези техни първи стъпки в овладяването и усъвършенстването на преподавания материал също изискват време. Неминуемо, в процеса на обучението студентите допускат множество грешки и няма как преподавателят да се запознае с тях и да ги коригира в извънаудиторно време.

За решаване на гореизложените проблеми, авторите на статията предлагат въвеждане на нова методика на обучение с практическа насоченост. Обучението по Числени методи се провежда в компютърна зала с терминали или персонални компютри в средата на системата за математически изчисления и визуализация Matlab. Разработено е учебно пособие, което да улесни процеса на усвояване и да спести време.

В статията е направен анализ на отделните теми и методиката за тяхното преподаване. Посочени са трудностите при усвояване на материала от студентите, като се анализират причините и се набелязват мерки за усъвършенстване на методиката с цел по-добро овладяване на предвидения материал. Анализирани са резултатите от обучението по всяка от темите, с цел да се изяснят и коригират причините за трудностите в овладяването на предвидения материал.

1. Анализ на методологическата литература по темата. В търсене на решение на проблема с постоянното редуциране на предвидените в хорариума на инженерните специалности аудиторни часове за обучение по числени методи, авторите се запознаха с голям брой литературни източници на български, руски и английски езици. В [4] се посочва нуждата от разработване на учебни пособия, които отделят по-малко внимание на теоретичните подробности в изложението, а акцентират на вградените възможности на Matlab за решаване на конкретните практически проблеми.

Авторите на [4] са разработили такъв практически ориентиран курс в сътрудничество със специалисти по компютърни науки, инженери и математици. Той включва шест теми от областта на числените методи, като всяка тема се изучава от студентите в продължение на две седмици или това са 4 часа лекции и 4 часа лабораторни упражнения, тоест общо 8 часа. За сравнение, студентите от Русенски университет, за които явно се предполага, че имат по-висок коефициент на интелигентност, изучават също всяка от темите в продължение на две седмици, но предвиденият при тях хорариум е само 1 час практически упражнения. Знанията си по числени методи нашите студенти получават по дисциплината „Висша математика 3“, като по време на предвидените лекции студентите се запознават и с други аспекти на математиката, като например Числови и степенни редове, Редове на Фурие, Теория на вероятностите и статистика. За тях обаче няма предвидени нито семинарни, нито практически упражнения.

Авторите прегледаха и голям брой заглавия в търсене на отговор на въпроса за най-подходящия за целите на обучението по числени методи програмен продукт. В [6] се посочва, че Matlab е най-широко използваният програмен продукт за числени пресмятания. В статията са анализирани няколко безплатни продукти за числени изчисления, които са сравнени с възможностите и потребителския интерфейс на Matlab. Разгледани са GNU Octave, FreeMat и Scilab. Върху конкретни практически проблеми е сравнено използването на тези четири програмни продукта. В [7] се представя система Euler Math Toolbox за математически изчисления на основата на Maxima [8] с отворен код, чийто синтаксис е сходен с този на Matlab и е лесен за употреба. Освен това в продукта е предвидена възможност за директно вмъкване на L^AT_EX-код на AMS матрици и изобразяване на числови данни от файл.

Всички тези програми дават идентични числени резултати, макар че при работата със Scilab проблем се явяват ограниченията за размера на линейната система в

една от тестовите задачи и FreeMat е възпрепятстван от липсата на спрегнат градиент на функцията. Наличните графични функции се различават по функционалност, но дават еквивалентни изображения, въпреки че FreeMat е ограничен до тримерни графики към настоящия момент. Въз основа на проведените тестове, авторите заключават, че GNU Octave е съвместим в най-голяма степен с Matlab по отношение на своите числени възможности и сходство в синтаксиса. Такъв извод обаче потвърждава избора на Matlab като продукт, който да бъде използван при преподаването на числените методи в университетите. След завършване на висшето си образование, ако няма възможност да използва Matlab, всеки би могъл да използва безплатната му алтернатива със сходен синтаксис – GNU Octave. В [2] също е отдадено предпочитание на Matlab като програмен продукт, който да бъде използван за преподаване в техническите университети.

В [5] се посочва, че първото запознаване на студентите с Matlab обикновено става още в първите курсове на обучението. Разгледано е използването на командите и помощните файлове от гледна точка на потребители, които не владеят добре английски език. Действително, това, че системата от помощни файлове на Matlab е добре разработена, с включени подробен синтаксис на командите и допълващи примери, е в полза само за по-напредналите потребители. В началото на обучението обаче езиковата бариера се оказва сериозна пречка и наистина в този период е добре студентите да ползват учебно помагало, което ги запознава на техния роден език с основните възможности на продукта и с решени примери и коментари за използваните команди.

2. Учебно пособие по дисциплината и анализ на резултатите от обучението. При разработването на [1] са използвани съвременни източници на български, руски и английски езици. Обособени са 8 теми, първата от които е уводна и запознава студентите с основните възможности на програмната среда Matlab. Всяка от останалите теми включва теоретично описание на основните числени методи, разглеждане на вградените възможности на Matlab за тяхното реализиране и, разбира се, множество решени и нерешени примери.

Обучението се провежда през третия учебен семестър. Разгледани са основните числени методи с приложение в инженерната практика: решаване на системи линейни алгебрични уравнения, числено решаване на нелинейни уравнения и системи, метод на най-малките квадрати, числено интегриране, числено решаване на обикновени диференциални уравнения и системи, статистика.

Системи линейни алгебрични уравнения (СЛАУ). Темата започва с кратък обзор на теорията за СЛАУ – матричен запис, видове, теорема за съществуване и единственост на решението. Подробно се разглеждат точните методи за решаване на системи линейни алгебрични уравнения. По време на упражнението се провежда „непрекъснат тест“ [3]. Решава се моделна задача с 3 неизвестни с Matlab, като се наблюдава на етапите на решаване, а именно: преминаване от матричен запис на системата към линеен запис, проверка на теоремата за съществуване и единственост на решението чрез сравняване ранговете на основната и разширената матрица, решаване по три различни метода – метод на Крамер, метод за решаване с обратна матрица и метод на Гаус. Някои студенти имат в началото затруднения, свързани с това, че при изучаване на системите по Математика – 1 част не се записва системата в матричен вид, а се преобразува директно разширената матрица. Част от студентите

имат затруднения и при преминаване от матричен към линеен запис. След решаване на моделната задача студентите решават самостоятелно, при непрекъснат контрол и помощ от страна на преподавателя, още няколко системи с различни методи, като се разглеждат случаи на липсващи или разместени неизвестни, повече от три неизвестни, липса на решение, като непрекъснато се набляга на важноста на проверката за съществуване и единственост на решението.

Във втората част от темата се разглежда фундаменталната идея за итерационен метод и конкретно итерационни методи за решаване на СЛАУ. Въвежда се понятието *сходящ итерационен процес* като граница на редицата от получените приближения за решението на системата. Чрез моделна задача се прилага стъпка по стъпка етапите на решаване на СЛАУ по метода на Якоби: преобразуване на системата във вид, удобен за итерации, задаване на начално приближение и точност на изчисление, намиране на ново приближение и проверка на условието за край на итерационния процес. Тази проверка използва елегантно необходимо и достатъчно условие за сходимост на итерационния процес чрез сравняване на спектралния радиус на матрицата от вида, удобен за итерации с единица. В края на упражнението се решават самостоятелно задачи с итерационен метод, като за по-будните студенти е предвиден допълнителен материал – програмиране в Matlab на Метода на Гаус-Зайдел и сравняване на скоростта на сходимост на двата итерационни метода.

Нелинейни уравнения (НУ) и системи (СНУ). В началото на упражнението се разглеждат двата основни етапа при търсене на решение на нелинейно уравнение $f(x) = 0$ – изолиране и уточняване на корените. Разглежда се моделен пример, върху който се коментира и синтаксисът на командите за решаване на НУ. Подробно се разглеждат няколко класически метода за уточняване на изолиран в интервал корен на НУ. Отделно се разглежда случай на алгебрични уравнения и решаването им с командата `roots`. Затрудненията на студентите по тази тема са свързани с преобразуването на уравнението във вида $f(x) = 0$, дефинирането само на функцията $f(x)$ в лявата страна и кодирането ѝ на езика на Matlab като анонимна функция, неразбиране на оператора за присвояване и трудности при определяне на коефициентите на полином. За добро усвояване на материала се решават контролирано множество примери от двата вида уравнения.

Решаването на системите нелинейни уравнения с Matlab е свързано с привеждане на системата във векторна форма и въвеждане на векторната функция от лявата страна на системата като анонимна функция. При това е необходимо векторът на неизвестните да се задава като матрица с един стълб. Голяма част от студентите се справят добре със задачите за упражнение, решавани самостоятелно в часа, но част от тях допускат често технически грешки, свързани със синтаксиса на езика и използването на множество скоби.

Метод на най-малките квадрати. Темата е изключително важна за бъдещите инженери поради факта, че в инженерната практика често се налага да се апроксимира таблично зададена функция с полином и нелинейни функции, зависещи от два и три параметъра. Разглежда се теоретичната постановка на задачата, след което се приближава таблично зададена функция с полином от първа и втора степен, като се сравняват грешките на апроксимация. Втората част от упражнението е посветена на приближаване на таблично зададена функция с използване на командата `lsqcurvefit`, при което приближаващата функция се дефинира от потребителя като

анонимна и може да има няколко параметъра.

Самостоятелната работа на студентите е изследователска. Задачата е да се апроксимира таблично зададена функция с четири функции, от които да се избере най-подходящата, т. е. тази, за която грешката е възможно най-малка.

Числено интегриране. Разглеждат се методите за решаване на определен интеграл, като се набляга на практическото приложение на разглежданата тема. Подробно са решени 14 задачи, сред които интеграл, нерешим с елементарни функции, лице на равнинна фигура, дължина на крива, зададена параметрично, интеграл, зависещ от параметри, интеграл от комплексна функция, двоен и троен интеграл. Тук проблемите са свързани най-вече със синтаксиса на езика и грешки, свързани с кодиране на функции.

Диференциални уравнения и системи. *Всички процеси в природата и обществото се описват с диференциални уравнения.* Темата се изгражда на основата на приложни задачи от различни области на знанието – физика, екология и др. Разглеждат се числените методи за решаване на Задачата на Коши, както и съответните Matlab процедури за намиране на решението.

Статистика. Последната тема, включена в учебното помагало, има за цел да покаже на студентите командите в Matlab, предназначени за първичната обработка на статистически данни и изчисляване на описателните статистики на една извадка. При хорариум 15 часа за семестър тази тема не може да бъде упражнена, защото последното занятие в семестъра се използва за проверка на знанията на студентите под форма на контролно. Въпреки това, тя е включена като материал за самоподготовка по раздела Теория на вероятностите и статистиката.

Подготвянето и отпечатването на такова учебно пособие е опит от страна на авторите, ангажирани в учебния процес, доколкото е възможно да компенсират малкия брой часове, предвидени за изучаване на понятия, даващи на студентите умения в областта на една математическа дисциплина и нейното приложение в практиката.

Заклучение. В условията на бурно развитие на информационните технологии, традиционното обучение по математически дисциплини отстъпва място на компютърно съпроводжданото обучение с Computer Algebra Systems (CAS). Използването на CAS в часовете по Числени методи ускорява процеса на усвояване на материала от студентите, засилва интереса към математиката, развива способността им сами да съставят и решават математически модели и им дава нов инструмент за решаване на задачи от инженерната практика.

Представеният в статията практически опит в преподаването на Числени методи за студенти – инженерен профил в Русенски университет „Ангел Кънчев“ показва как се използва успешно системата Matlab в процеса на обучение както в редовните часове, така и при работа с мотивирани студенти за подготовката им за участие в Националната олимпиада по Компютърна математика.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Е. ВЕЛЕВА, Ст. КАРАКОЛЕВА. Числени методи и статистика – теория и практика с Matlab. Русенски университет „А. Кънчев“, Русе, 2011.

- [2] М. КОНСТАНТИНОВ, Вл. ТОДОРОВ, Г. ПЕЛОВА, Юл. БОНЕВА. Използване на системата Matlab в техническите университети. *Математика и математическо образование*, **39** (2010), 347–353.
- [3] С. Р. КАРАКОЛЕВА, Б. ЛАЗАРОВ. Елементи на обучение чрез синтаксис за студенти от професионално направление Технически науки. IV Национална конференция „Образованието в информационното общество“, 26–27.05.2011, Пловдив, Институт по математика и информатика при БАН, ПУ „Паисий Хилендарски“, 2011, 210-218, ISBN ISSN 1314-0752. <http://sci-gems.math.bas.bg/jspui/bitstream/10525/1546/1/adis-may-2011-210p-218p.pdf>
- [4] S. I. BARRY, T. WEBB. Multi-disciplinary approach to teaching numerical methods to engineers using Matlab. *ANZIAM, J.* **47** EMAC2005 (2006), C216–C230.
- [5] M. NOVÁK. MATLAB from the point of view of non-native speakers – students of technology. XXIVth International Colloquium on the Acquisition Process Management. Proceedings of electronic versions of contributions. Brno, University of Defence, Faculty of Economics and Management, 2006, 1-6, ISBN 80-7231-139-5.
- [6] N. SHARMA, M. K. GOBBERT. A comparative evaluation of Matlab, Octave, FreeMat, and Scilab for research and teaching. Technical Report HPCF-2010-7, UMBC High Performance Computing Facility, University of Maryland, Baltimore County, 2010. <http://userpages.umbc.edu/~gobbert/papers/SharmaGobbertTR2010.pdf>
- [7] Euler Math toolbox. <http://euler.rene-grothmann.de/>
- [8] Maxima, a Computer Algebra System. <http://maxima.sourceforge.net/>

Стефка Романова Караколева

e-mail: skarakoleva@uni-ruse.bg

Евелина Илиева Велева

e-mail: eveleva@uni-ruse.bg

Русенски университет „Ангел Кънчев“

Катедра „Приложна математика и статистика“

ул. “Студенска“ № 8

7004 Русе

PRACTICAL COURSE ON NUMERICAL METHODS FOR ENGINEERING STUDENTS

Stefka R. Karakoleva, Evelina I. Veleva

Recently, at the University of Ruse there is a permanent tendency to constantly reduce academic hours provided to introduce the engineering students with numerical methods. The authors of the article are looking for a solution to this problem through the review and analysis of the methodological literature on the topic. A textbook is printed to facilitate the learning of the theoretical material from students and to save the time for dictation of the examples, their solutions with Matlab, and the additional examples that students are trying to decide independently, under the supervision and with the support of the teacher. The paper analyzes the success of students in each topic of the textbook in order to clarify and correct the causes of the difficulties in mastering the material provided.