

МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2015
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2015
*Proceedings of the Forty Fourth Spring Conference
of the Union of Bulgarian Mathematicians
SOK "Kamchia", April 2–6, 2015*

**СРАВНЯВАНЕ НА БЪЛГАРСКАТА ОБРАЗОВАТЕЛНА
СИСТЕМА И ІВ ПРОГРАМАТА В ОБЛАСТТА
НА МАТЕМАТИКАТА**

Сава Гроздев, Борислава Кирилова

Тема на настоящото изследване е изготвяне на сравнителна оценка на резултатите, постигнати от групи ученици, обучавани по методиките на две различни образователни системи – българската и ІВО (International Baccalaureate Organization). Осъщественият сравнителен анализ може да бъде основа за някои базисни изводи за общото състояние на разглежданите системи и в частност да бъде използван като обзорен поглед върху конкурентоспособността на българския подход. В определени ситуации биха могли да се очертаят някои по-общии тенденции, да се направят изводи и дори да се формулират основи на бъдещи политики на база на международния опит. Основният въпрос, чийто отговор трябва да бъде намерен, не е да се определи дали учениците са покрили съответните образователни изисквания за дадена държава, а по-скоро, чрез уеднаквяване на стандарта спрямо различните групи, да се определи тяхната грамотност в най-общ смисъл. В резултат е предложена мярка доколко математиката и нейното преподаване предоставят възможност на учениците да придобиват знания и умения като инструмент за решаване на реални житейски проблеми. Същият подход може да бъде приложен и към предмети като четене или природни науки.

Представяне. ІВО (International Baccalaureate Organization) е международна образователна организация, създадена през 1968 г. в Швейцария по инициатива на училището на ООН в Ню Йорк и Международното училище в Женева. Тя предлага три програми за обучение – ІВ Primary Years Programme (за ученици на възраст от 3 до 12 години); ІВ Middle Years Programme (за ученици на възраст от 11 до 16 години) и ІВ Diploma Programme (за ученици на възраст от 16 до 19 години). Вече повече от 40 години ІВО е признат лидер в сферата на международното образование. Към този момент в International Baccalaureate членуват над 3000 училища от над 100 държави. Това е една универсална система на обучение, успешно компенсираща различията в множеството образователни системи по света. Системата предоставя модерно международно образование, съобразено и непрестанно адаптиращо се към промените в глобализиращия се свят. Носителите на ІВ диплома успешно продължават обучението си в едни от най-престижните университети в света.

Основи на изследването. Провежданото изследване се основава на идеята да се проучи дали и до каква степен факторът обучение по международната ІВ програма оказва влияние върху постиженията на учениците. Средството за стандартизация на съответните оценки се основава на подхода, използван в тестовете PISA.

За целта тук е представен анализ на постиженията на представителна извадка от ученици въз основа на изследване, направено на базата на тестове по математика в рамките на четири години според изискванията на Консорциума на PISA (Program for International Students Assessment – Програма за международно оценяване на ученици). Целевата група е съставена от 182-ма ученици, разделени в три групи според това по каква образователна система са получили основно образование:

- Целева група № 1 – Деветдесет и осем ученици, получили основното си образование според изискванията на българската система на обучение и към момента продължаващи обучението си по нея;
- Целева група № 2 – Петдесет и двама ученици, получили основното си образование в България или чужбина според изискванията на различни образователни системи, различни от тази в България и IB MYP, които към момента се обучават по IB програмата;
- Целева група № 3 – Тридесет и двама ученици, получили основното си образование в България или чужбина според изискванията на IB MYP програмата и към момента обучаващи се по IB програмата.

Към момента на оценяване, за целите на настоящото изследване, всеки един участник в изследването, независимо от това дали е българин или чужденец, е положил успешно входящ тест за прием в Американски колеж в София (резултат над 80.5%), с който са оценени четивната (за чужденците на английски език) и математическата грамотност (задачите от частта математика логически се доближават до тези от математическите състезания „Европейско кенгуру“ и „Черноризец Храбър“), както и знанията по природни науки на ниво основно образование. За целта на изследването е разработен инструментариум за оценка на грамотността на учениците под формата на аналогичен на PISA (като подход и стандарт) тест, тъй като този тип оценяване същевременно е най-близко по съдържание и структура до входящия тест (съответстващ на начално ниво), на който са се явили учениците преди да бъдат приети в Американски колеж в София (тестът се състои от четири раздела, два от които съдържат математически задачи, един изследва четивната грамотност на учениците и един проверява знанията им по природни науки). В рамките на изложението на настоящата работа ще бъде направен анализ на резултатите от изследването върху една конкретна задача, а именно:

Задача. *Поради влошени метеорологични условия се е наложило самолетът от Лондон да кацне на летището в Пловдив, което се намира на 85 мили от София. Сали разполага с час и половина, за да се придвижи от Пловдив до София. Ако тя избере такси, чиято средна скорост е 100 км/ч, ще успее ли да бъде навреме за срещата си в София? (1 миля = 1.609344 км.)*

да, защото

не, защото

Критериите за оценка са както следва:

Пълен брой точки – 70 т.: Отговор „да“ с адекватно обяснение, което означава, че ученикът познава мерните единици за разстояние, скорост и време; умее да преминава от основните единици за разстояние към техни кратни и подразделения; умее да прилага формулата за намиране на разстояние между две точки; умее да използва уравнения при моделиране на ситуации и да оценява получения резултат съобразно моделирана ситуация.

Непълнен брой точки: вярно приложена формула $S = v.t$, но грешни изчисления; прилага формулата за път, време и скорост, но не може да преминава от основните единици за разстояние към техните кратни и подразделения.

Нула точки: Други отговори или без отговор.

Коментар: Задача от тип свободен отговор. Този въпрос е зададен с образователна цел, за да се провери доколко ученикът е усвоил:

- Разбирането за връзките между производните на мерните единици и умее да преминава от една мерна единица в друга;
- Умението да моделира с уравнения, свеждащи се до линейни;
- Умението да оценява съдържателно получен при моделирането резултат и да го интерпретира;
- Възможността да преценява вярност и рационалност в конкретна ситуация.

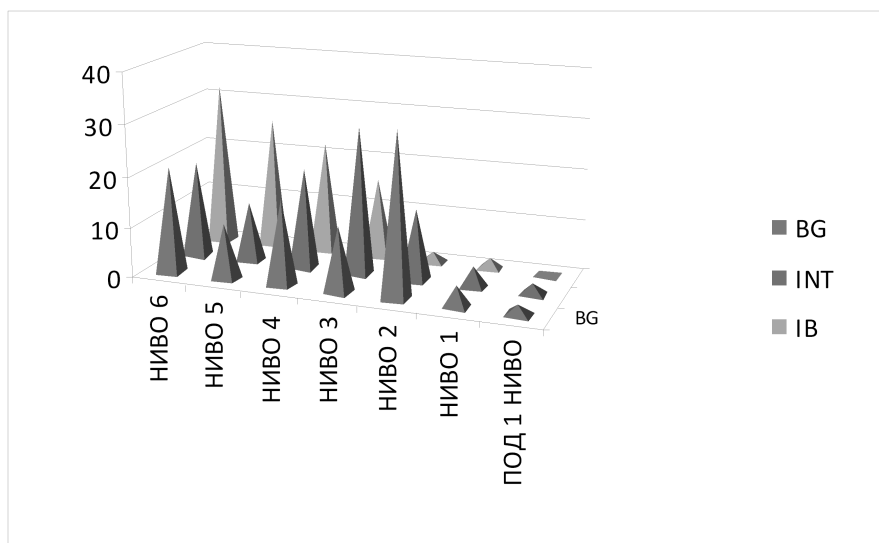
Количествени резултати от проведеното изследване. Честотното разпределение на постигнатите резултати е представено в следната таблица:

Таблица 1. Равнища на компетентност на ученици, придобили основното си образование според различни системи на обучение

	Шесто	Пето	Четвърто	Трето	Второ	Първо	Под Първо равнище	
Бал	70–60	59–50	49–40	39–30	29–20	19–10	10	
Честота – ЦГ 1	22	10	16	14	30	4	2	98
%	21	11	17	13	32	4	2	100
Честота – ЦГ 2	10	6	11	15	7	2	1	52
%	19	12	20	29	14	4	2	100
Честота – ЦГ 3	10	8	7	5	1	1	0	32
%	32	26	22	16	2	2	0	100

Както е видно от таблица 1, при учениците, обучавани съгласно българските стандарти, се наблюдава значително разсейване на резултатите от най-високото до най-ниското ниво на постижения – 32% представили се в най-високите нива срещу 38% в най-ниските. Много сходни са резултатите и при целева група № 2, където са учениците, обучавани в чужбина и продължили обучението си в различни от ИВ програми. Все пак е важно да се отбележи, че в най-ниските нива техните оценки попадат по-рядко от тези на група № 1. В същото време при група № 3, където са учениците, продължили обучението си в ИВ програмата, резултатите преобладаващо попадат в най-горните нива, като значително намалява броят на средните резултати и почти не присъстват ученици, представили се незадоволително – 58% в горните нива и само 4% в последните. Така изложените резултати могат да се проследят графично на фигура 1, където особено добре се визуализират разликите на резултати на първите две и третата група.

Причини за наблюдаваните различия – сравнение на методическите подходи. Несъмнено, дори и да не може да бъде направено в неговата цялост по-



Фиг. 1. Сравнителна диаграма на постигнатите резултати по ниво на трите целеви групи според честотата на постигнатите резултати в проценти

ради ограничението на обема на изложението, едно изследване трябва да потърси възможните причини, които са предпоставка за наблюдаваните резултати. В конкретния случай добра отправна точка е методологичният подход при преподаването на съответния материал в рамките на съответната образователна програма. Доколкото целева група № 2 показва характеристики по-скоро близки до тези на група № 1, но определено и двете се различават (видно и от графиката) от резултатите на група 3, за целите на последващото сравнение първите две ще бъдат разглеждани заедно, като ще се потърсят основни разлики спрямо група 3.

Общото е, че до определен момент учебните програми и основните материали са повече или по-малко едни и същи за всички ученици, които са положили еднакъв тест за прием и са получили сходни резултати. Това би трябвало да означава, че не се очакват дългосрочни обособени разлики в знанията или възможностите дотогава за съобразяване. Разликата, която е видна за изследователя, се състои главно в направения в този момент избор на програма за продължаване на обучението впоследствие – при едните това е IB системата, докато при другите е направен опит за уеднаквяване на нивото в рамките на две учебни години съгласно изискванията на българската образователна система. Един от междинните изводи, на които се натъква настоящото изследване, е фактът, че независимо от някои общи изисквания, стандартите за преподаване в българското училище все още не са уеднаквени и съответно не във всяко учебно заведение преподавателите съумяват да ги поддържат на високо ниво. В контраст на това, образователният подход при IB изтъква като ключов фактор за постигане на целите си високите изисквания както към учениците, така също и към преподавателите. За да бъде оторизиран един учител от ИВО (без значение колко години трудов стаж е придобил извън Програмата), е необхо-

димо той да премине първоначален едномесечен електронен курс на обучение, след което минимум тридневен (обикновено петдневен) инструктаж. В допълнение, периодично и на интервали от около пет години от преподавателите в IV Програмата се изисква да посещават опреснителен курс, който гарантира доказано професионално ниво.

Вероятно следствие от тези различни критерии към преподавателите са и методите на преподаване на определени теми, пример за които е даден по-долу:

Моделиране с линейни уравнения. Задачи за движение – подходът при IV. Представен е примерен план за методическа разработка на урок по математика, включващ задачи за движение. Разработката на урока е направена от Марк Беню, ръководител на катедра „Математика“ към Международното училище в Ханой, и е презентирана по време на обучение на учители в гр. Атина. Този урок е разработен, за да помогне на обучаващия се в успешното решаване на математически задачи за движение, независимо от нивото на трудност. Научава се умението зададеният въпрос да бъде успешно интерпретиран и да се измисли стратегия за неговото решаване, като се подходи стъпка по стъпка. Накрая наученото бива обобщено, като се направят съответни заключения.

1. Чети внимателно, намери или търси опорни думи. Много често не можем да решим дадена задача, просто защото не сме прочели условието внимателно. Отделете достатъчно време, за да прочетете цялата задача бавно и внимателно, без да се притеснявате дали в този момент можете да я решите или не. Вашата първа задача е само да разберете условието, а не веднага да намерите решение.

Кои са ключовите думи и факти?

Подчертайте думите и фактите, които ще ви помогнат да решите задачата. Тези думи в голямата си част са типични за математиката термини, понятия или операции. Например: събери, раздели, умножи. Фактите са тези, които са обвързани с някакви числа. Например в изречението „Нора живее на 15 мили от офиса си“ е необходимо да подчертаете като факт „15 мили“.

Ето един пример за задача, в която са подчертани ключовите понятия и факти:

Задача. Нора живее на 15 мили от офиса си. В понеделник тя пътува 20 мин., бързайки, защото е закъсняла. В четвъртък Нора тръгва навреме и се движи по-бавно, пътувайки до офиса 30 минути. С колко мили в час по-бързо се е придвижила Нора в понеделник?

Упътване. В първото изречение трябва да подчертаете „15 мили“, във второто „20 мин“, в третото „30 мин“ и в последното „мили в час по – бързо“.

Подчертавайки, по този начин ще установите важни факти относно разстояние и време, както и действието, което се налага да се извърши. Въпросът в задачата е относно мили в час, така че по всяка вероятност конкретното математическо действие, което трябва да се извърши, е свързано с деление.

Опитайте се да преведете своите ключови понятия, използвайки езика на математиката. Всяка дума, която определя някакво действие в математиката, е свързана с точно дефинирана операция.

При по-голяма част от задачите за движение е полезно да се начертае диаграма с дадената информация. Тя може да е много проста, като например един триъгълник с означени страни или доста по-сложна, като например графика на функция. За

всички диаграми обаче важи правилото, че величините, както и неизвестните, трябва да бъдат означени. Това визуализиране на информацията в конкретната задача помага в голяма степен за нейното решаване.

2. Дефинирайте своята цел. След като прочетете въпроса внимателно, извадете заключенията от ключовите понятия и символи, начертайте диаграма с дадената информация. Трябва да дефинирате точно и ясно какво се изисква от вас в тази задача. Ако е необходимо, сами за себе си перифразирайте въпроса, който ви е зададен на глас или писмено, ако ви е по-удобно.

Например в зададената по-горе задача можете да кажете или запишете следното: „Трябва да намеря с колко мили в час се е движила Нора в понеделник и с колко мили в час се е движила Нора в четвъртък, след което да намеря разликата между двете“.

Сега вече вашата цел е ясно дефинирана и можете да планирате нейното изпълнение.

3. Направете си план за решаването на задачата. След като внимателно изчете-те задачата и ясно определите нейната цел, необходимо е да създадете стратегия, която описва стъпка по стъпка как ще постигнете целта. Най-важното нещо, което трябва да запомните, е, че математиката е креативна наука – можете да достигнете до верния отговор по много начини и не е задължително вашият да съвпада с този, който ви е преподаден в клас.

Вашата стратегия трябва по някакъв начин да направи връзката между неизвестната и известната информация. Ако не виждате веднага връзката, стратегиите по-долу ще ви помогнат да се справите успешно с тази задача.

Стъпка 1: Задайте си въпросите: „Сблъскавал ли съм се до сега с подобен въпрос?“, „На кой изучен вече тип задачи ми напомня тази?“.

Стъпка 2: Ако вече сте решавали подобна задача, опитайте се да си спомните какво сте предприели, за да я решите, или възстановете поне 1 или 2 стъпки от процеса. Например, задачата по-горе може да ви напомни за подобна, в която се търси „Колко мили за час изминава самолет, който пресича Америка за даден интервал от време“. Може да не си спомните цялата задача или как сте достигнали до решението ѝ, но може би ще си спомните поне, че фразата „мили в час“ означава, че трябва да разделите разстоянието, което самолетът е изминал на времето, през което се е движил, замествайки в познатата ни от физиката зависимост $s = v \cdot t$ между изминатия път s , скоростта на движение v и времето t , за което е изминат този път;

Стъпка 3: Разбийте задачата на стъпки. Когато дадена задача е дълга и сложна, най-ефективната стратегия е да разделите крайната си цел на по-малки. Нека отново да разгледаме задачата по-горе. Крайна цел: *да намерите разликата между скоростта в понеделник и скоростта в четвъртък.*

Стъпка 3.1: да намеря скоростта, с която се е движила Нора в понеделник, замествайки във формулата $v = \frac{s}{t}$;

Стъпка 3.2: да намеря скоростта, с която се е движила Нора в четвъртък, замествайки във формулата $v = \frac{s}{t}$;

Стъпка 3.3: да намеря разликата между скоростта, с която се е движила Нора в понеделник, и скоростта, с която се е движила Нора в четвъртък ;

Стъпка 3.4: изпробвайте различните стратегии, които сте усвоили, докато намерите тази, която е подходяща за решението на конкретната задача. Не забравяйте, че търсите метод, който ще ви помогне най-успешно да намерите връзката между известното и неизвестното в дадената задача. Практиката ще ви помогне да установявате все по-лесно кои типове задачи изискват определените типове стратегии. Веднъж след като откриете коя е подходящата стратегия, можете да преминете към следващата част – решаването на задачата.

Решаване на конкретната задача. Това, което остана, е да приложите в действие избраната от вас стратегия. Сега копирайте „Стъпка 3.1.“ Както вече знаете, „/“ е математически символ, свързан с действие деление, т.е. за да намерим скоростта, трябва да разделим изминатите мили на времето, т.е. $v = \frac{15}{20}$ мин, което е равно на 0.75 мили в минута, **НО** обърнете внимание – този отговор е за минути, а **НЕ** за час, затова ще го умножим по 60, защото в един час има 60 мин., $\Rightarrow 75 \cdot 60 = 45$ мили/час.

„Стъпка 3.2.“ – ако изпълните същата последователност от стъпки, както по-горе, ще получите, че

$$v = \frac{15}{30} \text{ мили/мин.} \Rightarrow 0.5 \text{ мили/мин.} \Rightarrow 0.5 \cdot 60 = 30 \text{ мили/час;}$$

„Стъпка 3.3.“ – използвайки резултатите от предните две стъпки, получаваме крайния отговор на задачата, а именно $45 - 30 = 15$ мили/час по-висока скорост в понеделник спрямо четвъртък;

Внимание. Винаги решавайте всяка задача стъпка по стъпка, защото ако се опитате да решите всичко наведнъж, може да изгубите представа за метода, който сте избрали да приложите. Пропускането на дори една стъпка от алгоритъма, който сте си избрали, може да доведе до получаване на грешен отговор.

Описвайте внимателно всяка една своя стъпка, като започнете да решавате конкретната задача, запишете всяко едно уравнение с което работите, както и свързаните с него изчисления. Това ще улесни не само проверяващия при проследяване на вашия начин на работа, но и самите вас, когато извършвате проверка на своето решение. Никога не забравяйте каква е крайната ви цел. Винаги съобразявайте решението на задачата с това, което се иска от вас в конкретната ситуация, т.е. в конкретния случай е необходимо да съобразите мерните единици във всяка една от стъпките с тези, които се изискват от вас в края на задачата.

Направете проверка! Решението на задачата не се изчерпва с намирането на отговора ѝ. В тази стъпка трябва да се уверите, че отговорът, който сте посочили, е съответният отговор на задачата. Например, в конкретната задача трябва да проверите, че сте използвали правилните мерни единици. Трябва да се запитате дали отговорът ви изглежда правдоподобен и ако не, отново да проследите изчисленията, направени в стъпките по-горе. Не на последно място, веднъж достигнали до отговор на дадената задача, сверете своето решение с отговора в учебника или с решението на подобна задача от същия тип.

Моделиране с линейни уравнения. Задачи за движение – подходът у нас. За да бъде направено сравнение между способите за преподаване на нови знания и умения, може да бъде разгледан и примерен план за методическа разработка на урок по математика, включващ задачи от движение в учебник по математика на 288

издателство „Анубис“ за 7 клас. Трябва да се отбележи със съжаление, че единствено в това издание бихме могли да намерим конкретни пояснения относно това как се решават текстови задачи за движение, а именно:

Най-трудният етап от решаването на текстовите задачи е преводът на условието на езика на математиката. Често при процеса моделиране използваме някои закономерности, например връзката между единична цена, количеството продукт и платената сума, познатата ни от физиката зависимост $s = v \cdot t$ между изминатия път s , скоростта на движение v и времето t , за което е изминат този път. При прилагането на тази формула се предполага, че скоростта е постоянна. От нея можем да намерим скоростта, с която е изминат пътът – $v = \frac{s}{t}$. Така намираме средната скорост на движение. Например ако сме изминали 120 km за 2 h, средната скорост на движение е 60 km/h. От същата зависимост може да се намери и времето за движение – $t = \frac{s}{v}$.

Изводи. Връщайки се към проведеното количествено изследване, учещите по програмата и методите на ИВ показват трайно по-високи средни резултати и съответно по-малки отклонения от тях спрямо учещите по българската образователна програма. Въпреки наличното в образователните среди у нас широко съгласие, че подготовката на учителя за часа не би трябвало да приключи с прочитане и наизустяване на урока в учебника, стои под въпрос как се реализира на практика това пожелание. В рамките на една утвърдена международна програма са създадени правила и мерки, които да гарантират поне до определена степен постоянното усъвършенстване на учителите (известно като CPD – Continuous Professional Development). В същото време при нашия подход това отново е оставено на тяхното добро желание и финансови възможности, като същевременно не съществува и изискването за извършване на постоянен контрол на този процес от наблюдаващата ги организация (в лицето на МОН и инспекторатите) – просто защото процесът не е дефиниран. На практика у нас живеем с парадигмата, че еднократният акт на образование на един учител може да осигури в достатъчна степен неговата квалификация в рамките на целия му по-нататъшен професионален живот – парадигма, която е отхвърлена като трайно неефективна в редица сфери по света.

И накрая, но не на последно по значение място, трябва да се обърне внимание, че дори постоянно усъвършенстващият се учител има нужда от определени насоки за препоръчителния съответен източник на знания. Преминалият през етапите на настоящото изследване несъмнено забелязва, че докато в първия разгледан случай урокът е представен върху три страници с детайлни насоки на всеки един от подетапите, които да доведат до пълноценно разбиране и съответно усвояване на материала, във втория всичко зависи от квалификацията и творческото настроение на учителя в конкретния момент, така че да преподаде урока по достъпен за всички начин. И все пак – въпреки насоката, кредото на избора от ИВ подход се състои в това успешният преподавател да намери самостоятелен способ за поднасяне на нови знания, подкрепяйки тезата си чрез интересни демонстрационни материали. Целта е да съумее да изгради логически връзки между преподаваните нови и стари знания, което би спомогнало за по-доброто им запамятаване, практически ориентирано обучение и успешно кариерно развитие.

Добрите учебници и учебни програми помагат на учителя да планира урока, а

на учениците – да учат ефективно. Фокусирането върху конкретна информация, която трябва да бъде заучена и възпроизведена, не подготвя адекватно учениците за успешна реализация в бъдеще, защото наизустяването не означава придобиване на знания. Обучаваните имат нужда да се научат да мислят критично, да намират смисъла в това, което учат и да знаят как да работят и съжителстват със заобикалящата ги свят. Умението да прилагаш наученото представлява отношение към информацията или способност тя да бъде използвана за създаване на капацитет и осмисляне на житейския опит.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ч. Лозанов, Т. Витанов, А. Калчева, Р. Караджова. Учебник по математика за 7 клас, изд. „Анубис“, ISBN: 978-954-426-780-3.
- [2] Личен архив от семинар за учители на ИВО – Атина, Гърция.

Сава Гроздев
Институт по математика и информатика
Българска академия на науките
ул. Акад. Г. Бончев, бл. 8
1113 София
e-mail: sava.grozdev@gmail.com

Борислава Кирилова
Американски Колеж в София
алея „Фloyd Бляк“, Младост-2
1799 София
e-mail: b.kirilova@acs.bg

COMPARATIVE ANALYSIS OF THE ADVANTAGES AND DISADVANTAGES OF METHODOLOGY OF TEACHING IN BULGARIA IN RELATION TO THE APPROACHES USED BY THE IB PROGRAM FOR ACHIEVING HIGH AND SUSTAINABLE ACADEMIC RESULTS IN THE AREA OF MATHEMATICS

Sava Grozdev, Borislava Kirilova

The subject of the current study is the preparation of a comparative evaluation of the results of two groups of students who have been educated using techniques from two different educational systems – the Bulgarian and the IB (International Baccalaureate Organization) program. This comparative analysis could serve as a foundation for formulating some basic conclusions for the general status of both programs and more specifically, it could serve as a way to determine how competitive is the Bulgarian approach in education. In some specific cases, some general tendencies could be observed, based on which conclusions could be drawn and used to formulate future educational policies based on international experience. The main question to be answered is not whether students have successfully mastered the particular educational requirements for a given country but much more whether by generalizing the standard among the different groups their overall literacy could be established. As a result, a particular measure is suggested of the extent to which mathematics and the way it is taught gives students the opportunity to acquire knowledge and skills and use them in solving real-life problems. The same approach could be used in other subject areas such as reading and Life Sciences.