*МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2016*
*MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2016*
*Proceedings of the Forty Fifth Spring Conference*
*of the Union of Bulgarian Mathematicians*
*Pleven, April 6–10, 2016*

# АКАДЕМИК ПЕТЪР ПОПИВАНОВ НА 70 ГОДИНИ – ЕДИН ЖИВОТ МЕЖДУ МАТЕМАТИКАТА И ЛИТЕРАТУРНАТА КРИТИКА

**Николай Кутев**

Видният български учен-математик, академик Петър Радоев Попиванов е роден на 6.04.1946 г. в гр. София. Баща му е известният български биолог, имуно-генетик и бивш министър на народното здраве – академик Радой Попиванов. Корените на фамилията Попиванови са от град Лясковец, близо до В. Търново. През последните 200 години от тази фамилия излизат адвокати, учени, политици, духовници, поборници за националното освобождение на България. Прапрадядото на П. Попиванов отец Стоян Брусев е участник в четата на капитан дядо Никола, стартирала от Петропавловския манастир през 1856 г. Другият прапрадядо – поп Иван от Лясковец е заклевал участниците във Велчовата завера през 1835 г.

Средното си образование акад. П. Попиванов получава в 22 СПУ – София през 1964 г. с отличен успех и златен медал. През 1969 г. завършва висшето си образование по математика, специалност комплексен анализ, във ФМИ на СУ „Св. Климент Охридски“ с отличен успех (5,97). На следващата 1970 г. постъпва редовен аспирант в МГУ „Ломоносов“. Негов научен ръководител е изтъкнатия учен в областта на диференциалните уравнения проф. Ю. В. Егоров. Защитава успешно кандидатска дисертация в областта на псевдодиференциалните уравнения през 1973 г. От 1986 г. след защита на втора докторска дисертация по микролокален анализ пред СНС по математика в София е доктор на математическите науки.

Творческият път на акад. П. Попиванов преминава в Института по Математика и Информатика (до 1988 г. Институт по Математика и Механика) при БАН, на който остава верен 47 години от постъпването си през 1969 г. до сега. Преминава през всички степени на научното израстване, от научен сътрудник (1973 г.), старши научен сътрудник (1978 г.), професор (1988 г.), член кореспондент на БАН (1995 г.) до академик (2003 г.).

Научното творчество на академик П. Попиванов е впечатляващо. Основните му научни интереси и публикации са в областта на частните диференциални уравнения – линеен и нелинеен микролокален анализ, неелиптични гранични задачи, глобална разрешимост и хипоелиптичност, разпространение на особеностите на нелинейни нестрого хиперболични уравнения и системи, уравнения върху тор, уравнения на математическата физика (Камаса–Холм, Хънтър–Сакстън) както и приложения в механиката, геометрията и финансовата математика [8]. Резултатите от неговите изследвания са публикувани в над 150 научни статии, 60 от които в списания с Импакт фактор, 35 – в научнопопулярни статии, както и в 4 монографии [1–4] и две студии [5, 6].

Научните трудове на П. Попиванов са цитирани над 450 пъти в научни и обзорни статии, монографии, учебници и дисертации, основно от чуждестранни математици.

Тъй като значителна част от резултатите на акад. П. Попиванов са в областта на линейния и нелинеен микролокален анализ ще се спрем по-подробно на някои негови достижения в тези две направления на анализа. Основите на нелинейния микролокален анализ са поставени от френския математик Жан-Мишел Бони през 1981 г. чрез разработения от него апарат на парадиференциалните оператори. Нелинейните операции налагат определена специфика и възникват съществени технически трудности особено при взаимодействието на две или повече нелинейни вълни.

Редица резултати на акад. П. Попиванов по (микро)локална (не)разрешимост, хипоелиптичност и разпространение на особеностите в класовете от разпределения на Шварц и Жевреевските разпределения се съдържат в [2], глави 3, 6, 7. За илюстрация на гореказаното, цитираме само един резултат за локална неразрешимост, който е най-кратък за формулиране.

Линейния диференциален оператор

$$P(x,D) = \sum_{|\alpha|\le m} a_\alpha(x) D_x^\alpha,\ D^\alpha = D_1^{\alpha_1}\dots D_n^{\alpha_n},$$

$$\alpha = (\alpha_1,\dots\alpha_n),\ D_j = \frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial x_j}, a_\alpha(x)\in C^\infty,$$

наричаме квазихомогенен, ако за всяко $t>0$ е изпълнено $P(\delta_\mu(tx),\delta_{-\mu}(t\xi)) = t^\gamma P(x,\xi)$, където $\delta_\mu(tx) = (t^{\mu_1}x_1,\dots,t^{\mu_n}x_n)$, $\mu = (\mu_1,\dots\mu_n)$, $\mu_j > 0$, $1\le j\le n$, и $\gamma$ са някакви константи.

**Теорема** (6.1 в [2]). *Нека $P$ е квазихомогенен оператор и $\mathrm{Ker}^t P\cap S\ne 0$. Тогава $P$ е локално неразрешим в 0.*

Както обикновено, ${}^tP$ е формално спрегнатия оператор на $P$, а $S \subset C^\infty$ се състои от функциите, които заедно с производните си намаляват на безкрайност по-бързо от всеки полином.

Парадиференциалните оператори ни позволяват да линеаризираме широки класове от нелинейни ЧДУ (частни диференциални уравнения) на принципа на първата вариация. По този начин редица важни неравенства (например неравенството на Гординг от линейния случай) могат да бъдат доказани за парадиференциалните оператори. Така могат да бъдат изучени относно регулярност решенията на редица елиптични и хиперболични нелинейни ЧДУ, както и гранични задачи за тях, включително задачата с тангенциална наклонена производна и задачата на Дирихле–Нойман за напълно нелинейни елиптични ЧДУ. В [6] акад. П. Попиванов доказва при доста общи предположения неравенството на Мелин за парадиференциални оператори, което му позволява да покаже в Т.6.1 в [6], че всяко достатъчно гладко решение на задачата на Дирихле–Нойман за напълно нелинейни елиптични уравнения е $C^\infty$ до границата включително. За пълнота ще споменем, че 16 г. по-късно (и при някои допълнителни условия) същото неравенство беше установено от F. Herau в Comm. PDE, vol. 27, (2002). За полулинейни $2d$ хиперболични уравнения Бони доказа, че ако при $t < 0$ е налице разпространението на 3 плоски вълни, то след колизията им в 0 се поражда нова вълна, която се разпространява по характеристичния конус на бъдещето с връх в 0, и който е вписан в пирамидата, образувана от трите вълни. Ако трите вълни са носители на особености от типа скок, новопородената особеност на решението по конуса принадлежи на класа $C^{5/2}$. Този резултат в по-общ контекст беше доказан от Бони около 1985 г. с помощта на силно комплицирания апарат на втората микролокализация. Последният почива на дълбоки резултати от хармоничния анализ. Сравнително елементарно доказателство, базирано на хипергеометричната функция, се съдържа в [5], стр. 25-38.

Един друг интересен резултат на акд. П. Попиванов в глава 7 на [2] е свързан със задачата за тангенциалната наклонена производна за строго хиперболични уравнения от втори ред при наличието на дифрактивна граница на областта. Докато в случая на елиптичен оператор задачата с тангенциална наклонена производна се редуцира към псевдодиференциално уравнение върху границата на областта с класически символ от класа на Хьормандер $S^1_{1,0}$, то в хиперболичния случай в околност на дифрактивна точка задачата се редуцира към псевдодиференциален оператор от класа на Ейри и с некласически символ $S_{1/3,0}$. За тези оператори в [2] е разработена субелиптична теория, която се различава от теорията на Егоров – Хьормандер – Ниренберг – Трев в $S^1_{1,0}$. Действително при споменатите автори за елиптичен оператор точната загуба на гладкост в пространството на Соболев е $\dfrac{k}{k+1}$, където $k$ е редът на допиране на векторното поле до границата, докато в хиперболичния дифрактивен случай е $\dfrac{6k+1}{6k+3}$, $k$ – естествено четно число. В [2] е изучена подробно и смесената задача с $C^\infty$ данни за класовете от строго хиперболични оператори, чийто граничен оператор се анулира от нечетен ред върху някое подмногообразие на границата. В този случай е построено решение с предварително зададена особеност върху точно една изходяща бихарактеристика, стартираща от някоя дифрактивна гранична точка. Ако граничният оператор се анулира от точен ред $2k$ върху някое подмногообразие на границата, то при гладки данни и решението е гладко навсякъде.

Задачата с тангенциалната наклонена производна е изследвана от акад. П. Попиванов и за нелинейни елиптични оператори от втори ред. За първи път линейната задача е изучавана от Поанкаре във връзка с океанските приливи и отливи. За да формулираме резултатите нека $\Omega$ е ограничена област в $\mathbb{R}^n$, $n \geq 3$, с гладка граница $\partial\Omega$ и $l(x)$ е ненулев вектор, допирателен към $\partial\Omega$ върху $n-2$-мерно подмногооброзие $E \subset \partial\Omega$, който не е допирателен към самото $E$. Равномерно елиптичният оператор $Lu$

$$Lu = -\sum_{i,j=1}^{n} a^{i,j}(x)\frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} + \sum_{i=1}^{n} b^i(x,u)\frac{\partial u}{\partial x_i} + c(x,u) = 0 \text{ в } \Omega, \quad uc(x,u) \geq 0$$

и граничният оператор $Bu$

$$Bu = \frac{\partial u}{\partial l} + b(x)u - \psi(x) = 0, b(x) > 0 \text{ за } x \in \partial\Omega$$

са с достатъчно гладки коефициенти.

**Теорема 1.** *Нека $(l(x), \nu(x))$ запазва знака си върху $\partial\Omega$, където $\nu(x)$ е единичната външна нормала към $\partial\Omega$. Тогава задачата*

$$Lu = 0 \quad \text{в } \Omega \ Bu = 0 \text{ върху } \ \partial\Omega$$

*има поне едно класическо решение.*

*Ако допълнително $\frac{\partial b^i}{\partial u}(x,u) = 0$ и $\frac{\partial c}{\partial u}(x,u) \geq 0$ за $x \in \overline{\Omega}, u \in \mathbb{R}$, тогава класическото решение е единствено.*

**Теорема 2.** *Нека $(l(x), \nu(x))$ сменя знака си преминавайки през $E$ от минус към плюс относно направлението на векторното поле $l(x)|_E$. Тогава задачата*

$$Lu = 0 \text{ в } \Omega, \ Bu = 0 \text{ върху } \partial\Omega, u = \phi(x) \text{ върху } E$$

*има поне едно класическо решение.*

*Ако допълнително $\frac{\partial b^i}{\partial u}(x,u) = 0$, $\frac{\partial c}{\partial u}(x,u) \geq 0$ за $x \in \overline{\Omega}, u \in \mathbb{R}$, тогава класическото решение е единствено.*

Резултатите за тангенциалната наклонена производна са продължени по-късно в [1] за нелинейни параболични уравнения, както и за напълно нелинейни елиптични уравнения с метода на вискозните решения.

Енциклопедичният характер на научното творчество на акад. П. Попиванов не позволява неговото изчерпателно представяне. Затова ще преминем към неговата педагогическа и експертна дейност.

Акад. П. Попиванов е преподавал обикновени и частни диференциални уравнения във ФМИ на СУ „Св. Климент Охридски“ общо 21 учебни години, а обикновени и частни диференциални уравнения в Югозападния университет – Благоевград – 12 учебни години. Изнесъл е 8 спецкурса с различна тематика из областта на диференциалните уравнения. Ръководил е 11 дипломанти във ФМИ и 2 дипломанти в ЮзУ – всички успешно защитили. Има 4 успешно защитили докторанти, двама от които са професори – Г. Попов в Нант, Франция и Д. Палагачев в Бари, Италия.

Акад. П. Попиванов е съавтор на Ръководство по частни диференциални уравнения за СУ, което претърпява 5 издания, включително и 2 основно преработени, както и учебник по обикновени диференциални уравнения за студенти от ЮзУ.

Признат експерт в областта на диференциалните уравнения, акад. П. Попиванов е член на редакционния съвет на "Journal of Ψdo and Applications", издаван от Birkhäuser, 15 години е бил член на редакционния съвет на "Annali di Ferrara". Бил е 58 пъти рецензент в България, Италия и Германия на дисертации, хабилитации и професури. Списъкът за участието му на конференции, конгреси и изнасяне на доклади на семинари по покана е дълъг: гост-професор в Университет Париж 11, Институт А. Поанкаре, Екол Политехник (Париж), Университет П. Сабатие (Тулуза), Университет Рен, Университетите в Болоня, Флоренция, Триест, Торино, Пиза, Ферара, Бари, Каляри, Месина – Италия, Московския държавен университет „М. В. Ломоносов" и Институт „Стеклов" – Русия, Института „Вайерщрас" в Берлин и университетите в Потсдам, Кемниц, Клаустхал – Германия, Университетите на Лунд, Вахьо и Линчопинг – Швеция, Университетите на Чоу, Тсукуба, Токио, Хирошима, Киото, Нагоя, Осака – Япония, Вайцмановия институт, Университетите в Технион и Ариел – Израел, Университетите в Белград и Нови Сад – Сърбия, Университетите в Йоанина – Гърция и Виенския университет.

Богата и разнообразна е организационната дейност на акад. П. Попиванов в работата на ИМИ и БАН като член на Управителния съвет на БАН (2004–2013), Председател на Научния съвет на ИМИ (1985–2008), ръководител на секция Диференциални уравнения в ИМИ (1989–2011), а понастоящем е секретар на Отделението за природоматематически науки при Събранието на академиците и член-кореспондентите на БАН. Той е „Доктор хонорис кауза" на Русенския университет „А. Кънчев", носител на почетния знак на БАН за 60-та си годишнина и на най-високото отличие на БАН – Почетния знак „Марин Дринов на лента" за 65 г. си юбилей. Монографията [4], съвместно с А. Славова, е наградена в конкурса за високи научни постижения на Съюза на учените в България през 2012 г. Член е на Съюза на математиците в България, American Mathematical Society и българското общество „Достоевски". Ръководител е от 2004 г. на Националния колоквиум по математика.

Акад. П. Попиванов е работил дълги години в Съюза на научните работници на България, сега Съюз на учените в България (СУБ), чийто член е от 1975 г. Бил е член на Президиума и председател на секция „Математика" при СУБ (1998–2004), член на редакционния съвет на списание „Наука" (от 2007 г.), член на Комисията за високи научни постижения на СУБ (от 2001 г.), награден е с юбилейна грамота на СУБ – 2014 г.

Представянето на акад. П. Попиванов би било непълно, ако не отбележим неговите широки литературни интереси и по-специално към творчеството на Достоевски. Да се спрем накратко на някои аспекти от [7], свързани с неевклидовото у Достоевски, и най-вече изказани от неговия любим герой Иван Карамазов. Основна задача пред последния е била да докаже/опровергае „математически", че истината е извън Христос. Представата за пространството при човека е априорна според Иван, а не емпирична (т.е. Иван е кантианец). В 3-мерното пространство се предполага съществуването на единствена система от аксиоми, чийто произход е божествен. Дискутирайки впоследствие въпроса за ограничения евклидов ум и за неевклидовото като негов контрапункт, Иван се разграничава и отдалечава от Кант. Основната цел на Иван Карамазов е формирането на система от етични аксиоми. Както съществуват поне 3 различни аксиоматични системи в геометрията (евклидова, на

Лобачевски–Бояй и риманова), така и той търси своята система, но в областта на морала. Очевидно Иван има окуражителен прецедент от геометрията и това допълнително го стимулира. Той търси логически непротиворечива и пълна система от аксиоми, която ако съществува, би дала нравствена оценка на всички световни събития. По-точно литературният герой търси универсално приложими критерии за нравствена оценка.

По-долу са приведени етичните аксиоми на Иван Карамазов:

1. Децата са невинни (принцип за невинност);
2. В света трябва да съществува справедливост тук и сега, неразчитаща на трансцеденталната санкция (принцип за справедливост);
3. За всяко дело трябва да съществува адекватна иманентна санкция – възнаграждение за доброто и наказание за лошото (уточнен принцип за справедливост);
4. 10-те божи заповеди или норма изключваща убийството.

Под иманентен разбираме вътрешно присъщ, произтичащ от природата на предмета или явлението, докато (в тесен смисъл) трансцедентално тук означава вярата в Бога.

За съжаление прост контрапример от романа „Братя Крамазови“ показва, че системата на Иван е противоречива и непълна. Според някои тълкуватели на Достоевски „Истината е евклидово съзнание, доказващо математически, че ближният не може да се обича, а зад Великия инквизитор стои евклидов разум“.

Оттласквайки се от „своя свят“ Иван стига до света на Великия инквизитор. Отново възниква прецедент, но този път с абсолютната геометрия – Великият инквизитор снабдява света с 2 системи от аксиоми (2 системи аксиоми в едно битие). Така той разделя обществото на елит (избраници) от около 100000 души и останалите стотици милиони, които служат за репродуктивен материал.

По всичко изглежда, че Достоевски търси изход от евклидовата „предопределеност и консерватизъм“ в неевклидовия свят на Лобачевски–Бояй, т.е. в хиперболичната геометрия. Може да се потърси връзка и с римановата геометрия. безспорно великият писател е бил силно впечатлен от теорията на успоредните прави и по-специално от 5-тия евклидов постулат, както и от неговото отрицание.

Ние колегите и приятелите на акад. П. Попиванов също сме впечатлени от неговия енциклопедичен талант и му пожелаваме още дълги години творческа активност и висок научен ентусиазъм.

Честит Юбилей акад. Попиванов!

## ПРЕДСТАВИТЕЛНИ ЗАГЛАВИЯ ОТ ТВОРЧЕСТВОТО НА АКАД. П. ПОПИВАНОВ


[1] P. Popivanov, D. Palagachev. The degenerate oblique derivative problem for elliptic and parabolic equations, Akademic Verlag, Berlin, 1997, 160 pp.

[2] T. Gramchev, P. Popivanov. Approximate solution in scales of functional spaces, Willy – VCH, Berlin, 2000, 157 pp.

[3] P. Popivanov. Geometrical Methods for solving of fully nonlinear PDE, UBM edition, Sofia, 2006, 158 pp.

[4] P. Popivanov, A. Slavova. Nonlinear waves, An introduction, World Sci. Singapure, 2011, 168 pp.
[5] P. Popivanov. Nonlinear PDE. Singularities, propagation, applications, Birkhäuser, vol. **45**, 2003, 1–94.
[6] P. Popivanov, N. Kutev. On the existence, uniqueness and smoothness of the solutions of some classes of non-linear partial differential equations, Teubner Texte zur Mathematik, 96. (1985/86), 104–194.
[7] П. Попиванов. Достоевски. Питания на един математик, БРИП ООД, 167 стр., 2011.
[8] R. Agliardi, P. Popivanov, A. Slavova. Chapter 2 (pp 31–52) Boundary value problems for 2nd order PDE in risk managment and CNN approach. Monograph: Risk managment – currant issues and challenges, Intech, `http://dx.doi.org/10.5772/49936`, 2012, Editor N. Banaitiene.

Николай Кутев
Институт по математика и информатика
Българска академия на науките
ул. Акад. Г. Бончев, бл. 8
1113 София, България