

**КВАЛИФИКАЦИОНЕН КУРС ЗА УЧИТЕЛИ  
„ИЗУЧАВАНЕ НА СТЕРЕОМЕТРИЯ С ДИНАМИЧНИ  
КОНСТРУКЦИИ“\***

**Тони Чехларова**

Описано е съдържанието и методиката на квалификационния курс „Изучаване на стереометрия с динамични конструкции“. Представени са примери от образователни ресурси за изучаването на геометрични тела: компютърни модели на геометрични тела, техни развивки и сечения; манипулативи. Обсъдени са оптимизационни задачи с тримерни обекти, както и задачи за развитие на окомера. Те са предоставени със свободен достъп във Виртуалния училищен кабинет по математика, разработван в Института по математика и информатика при БАН.

Развитието на специализираните софтуерни среди, подходящи за математическото образование, разшириха значително възможностите за разработване на ресурси за обучението по стереометрия. Познаването на такива ресурси ще подпомогне учителите при онагледяване на изучаваните стереометрични обекти и техните свойства, както и при съставяне и поставяне на задачи. В курса ще бъдат използвани учебни среди от Виртуалния училищен кабинет по математика [1], както и ресурси, разработени по проект DALEST [2]. Те са със свободен достъп и участниците ще имат възможност да работят с представяните примери. Ще бъде представена методика на използване на конкретни ресурси.

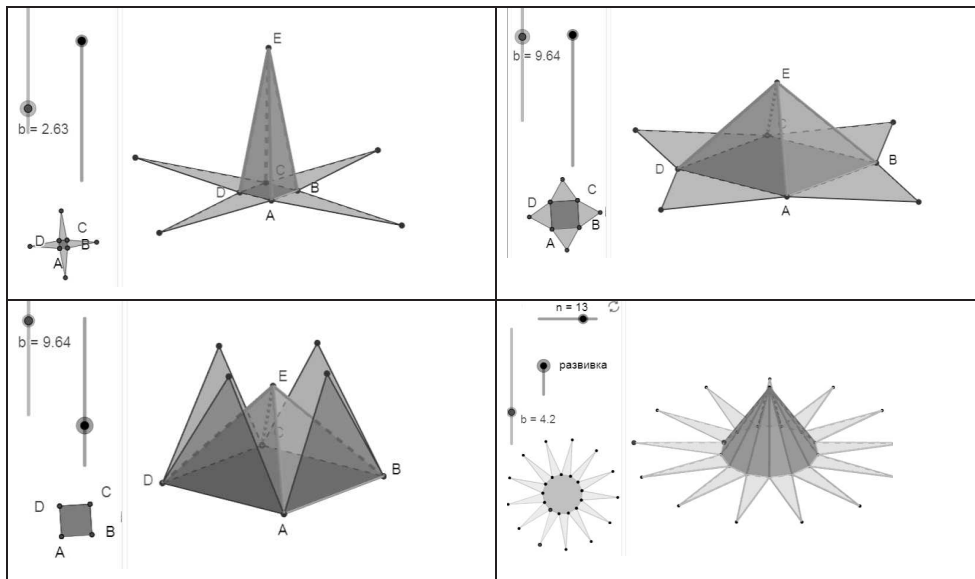
За формиране на понятие за пирамида са построени динамични модели, на които могат да се променят основите и височината. Развивка на съответната пирамида може да се наблюдава като равнинна фигура, както и да се проследява получаването на съответното тяло от развивката. На фиг. 1 са представени няколко файла с модели на правилни пирамиди, изработени с динамичния софтуер *GeoGebra* [3], а на фиг. 2 – с модели на неправилни пирамиди.

Разгледани са частни случаи на неправилни пирамиди, например такива, на които основата е правилен многоъгълник.

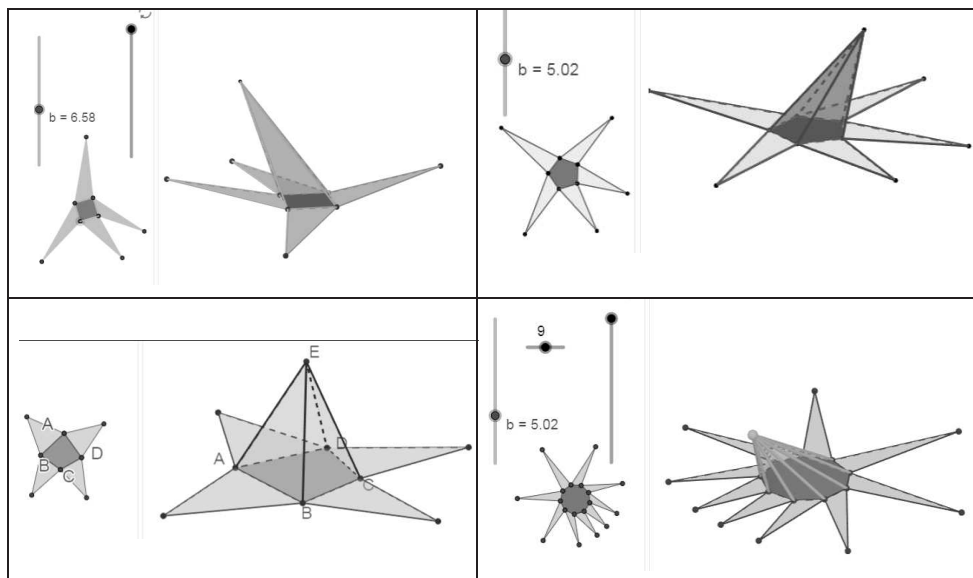
За решаване на оптимизационни задачи с геометрични тела може да се използва равнинен компютърен модел, както и тримерен компютърен модел. Такива задачи са давани на онлайн състезанието „VIVA Математика с компютър“ [4], [5], [6] и предоставяните придружаващи файлове, както и описанията на решаване на задачите с тях, могат да бъдат използвани за подготовка за аналогични състезания.

---

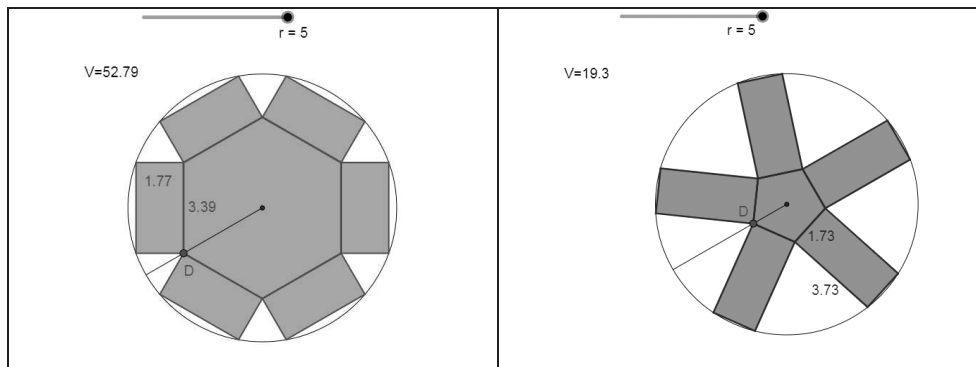
\* **Ключови думи:** Компютърен модел, дигитална компетентност, пространствена интелигентност, стереометрия, окомер.



Фиг. 1. Развивки на правилна пирамида  
<http://cabinet.bg/index.php?contenttype=viewarticle&id=248>

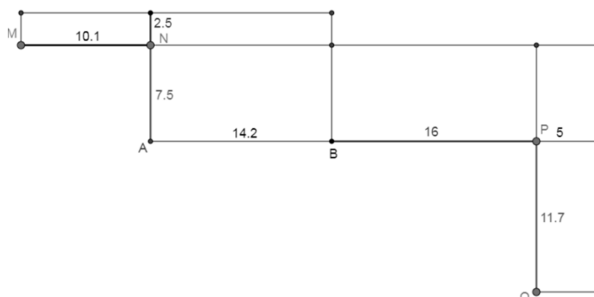


Фиг. 2. Развивки на неправилна пирамида  
<http://cabinet.bg/index.php?contenttype=viewarticle&id=249>



Фиг. 3. Оптимизационни задачи  
<http://cabinet.bg/content/bg/html/d16155.html>  
<http://cabinet.bg/content/bg/html/d16165.html>

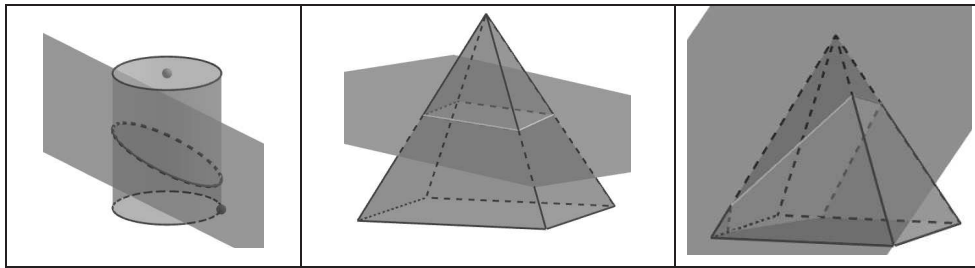
В някои от задачите в това състезание динамичните файлове са придружаващи, а в други – неотменна част от условието на задачата. Например, за решаване на задачата „Преместете червените точки в динамичната конструкция така, че да се получи развивка на правоъгълен паралелепипед“, при действие с файла учениците се ориентират за подвижните и неподвижните точки, т.е. файлът е част от задачата.



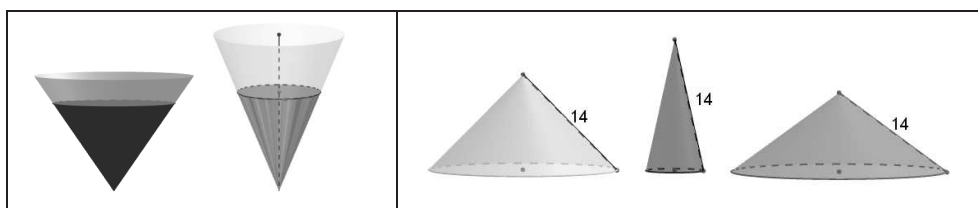
Фиг. 4. Пъзели с развивки на тела  
<http://cabinet.bg/content/bg/html/d16100.html>

За онагледяване на сечение на тяло с равнина отделни учители са иницирали изработването на модели, най-често от метал. Така има натрупани малък брой модели в част от българските училища. Специализираният софтуер силно разширява възможността за онагледяване и изследване на сеченията на геометрични тела с равнина (фиг. 5).

За развитие на интуицията и на умения за оценка на количество е полезно решаването на задачи за развитие на окомера. На фиг. 6 са представени изображения на конуси, за които се иска оценка на част от цяло (например да се оцени каква част от конуса е запълнена с течност, или да се сравни спрямо половината от обема) и сравняване по един показател при фиксиран друг елемент (например да се оцени



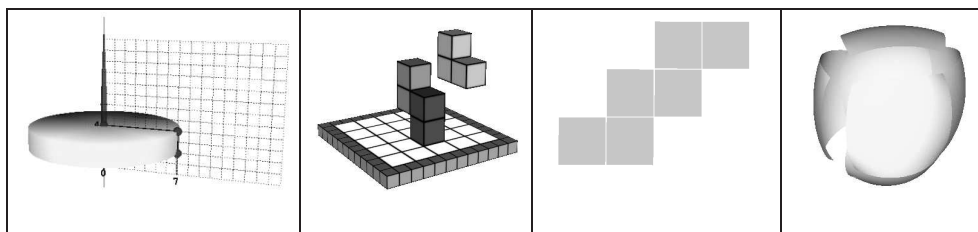
Фиг. 5. Сечения на тяло с равнина



Фиг. 6. Задачи за развитие на окомера

кой от трите конуса с равни образуващи има най-голям обем) [7].

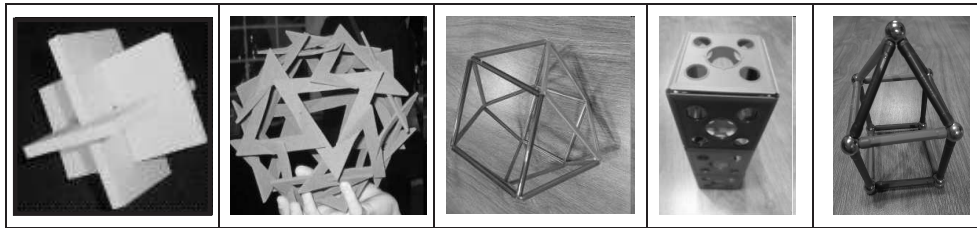
Подходящи за използване в средния курс са ресурсите, разработени по проект DALEST. На фиг. 7 са представени модели, получени с програмите Math Wheel, Cubix Editor, Origami Nets, Stuffed Toys на пакет Elica [8], [9].



Фиг. 7. Пакет Elica

Акцент в квалификационния курс ще бъде поставен и върху съчетано използване на компютърни модели и манипулативи. На фиг. 8 са показани някои манипулативи, използвани в Академичната класна стая на Института по математика и информатика при БАН.

Познаването на виртуални ресурси разширява възможността за осигуряване на разбирането и организирането на изследователска работа при изучаване на стереометрия. Съществено е съчетаването на компютърни модели с манипулативи. Важно е да се осигурява индивидуална подкрепа на всеки ученик, както и да не се допуска задържане на ниско равнище на абстрактност. Защото важна цел на обучението по



Фиг. 8. Манипулативи за изработване на геометрични тела

стереометрия е развитие на пространственото въображение.

Част от ресурсите са разработени по програмата „Образование с наука“ на МОН и БАН.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Т. СЕНХЛАРОВА, G. GACHEV, P. КЕНДЕРОВ, E. SENDOVA. A Virtual School Mathematics Laboratory. In: V National Conference on e-Learning, 2014, Ruse, Academic Press “University of Ruse”, 146–151.
- [2] C. CHRISTOU, E. SENDOVA, J. F. MATOS, K. JONES, T. ZACHARIADES, D. PITTA-PANTAZI, N. MOUSOULIDES, M. PITTALIS, P. BOYTCHEV, M. MESQUITA, T. СЕНХЛАРОВА, C. LOZANOV. Stereometry Activities with Dalest, Nicosia, University of Cyprus, 2007.
- [3] J. HOHENWARTER, M. HOHENWARTER, Z. LAVICZA. Introducing Dynamic Mathematics Software to Secondary School Teachers: the Case of GeoGebra. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, **28**, 2 (2009), 135–146.
- [4] П. КЕНДЕРОВ, Т. ЧЕХЛАРОВА. Състезание „Математика с компютър и изследователски подход в образованието по математика“. София, Макрос, 2016, 128 с.
- [5] P. КЕНДЕРОВ, Т. СЕНХЛАРОВА. Extending The Class Of Mathematical Problems Solvable in School. *Serdica J. Computing* **9**, 3–4 (2015), 191–206.
- [6] P. КЕНДЕРОВ. Powering Knowledge Versus Pouring Facts. In: Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education. (eds G. Kaiser, H. Forgasz, M. Graven, A. Kuzniak, E. Simmt, B. Xu) ICME-13 Monographs, Cham, Springer, 2018, 289–306.
- [7] Т. ЧЕХЛАРОВА. Подготовка на обучители за внедряване на изследователския подход в училищното образование по математика. Пловдив, Макрос 2000, 2017.
- [8] Т. СЕНХЛАРОВА, E. SENDOVA. Explorations with rotational solids. 6th Mediterranean Conference on Mathematics Education 22–26 April 2009, Plovdiv, 259–268, ISBN 978-9963-9277-9-1.
- [9] E. SENDOVA, Т. СЕНХЛАРОВА, P. BOYTCHEV. Words are silver, mouse-clicks are gold? (or how to optimize the level of language formalization of young students in a Logo-based cubics world). *Informatics in education, Vilnius*, **6**, 2 (2007), 411–428.

Тони Чехларова  
Институт по математика и информатика  
Българска академия на науките  
ул. „Акад. Г. Бончев“, бл. 8  
1113 София, България  
e-mail: [toni.chehlarova@gmail.com](mailto:toni.chehlarova@gmail.com)

## **STUDYING STEREOMETRY WITH DYNAMIC CONSTRUCTIONS**

**Toni Chehlarova**

The content and methodology of the “Studying Stereometry with Dynamic Constructions” professional development course for teachers are described. Examples of educational resources for the study of geometric solids are presented: computer models of geometric solids, their nets and sections; manipulatives. Optimization problems with three-dimensional objects are discussed, as well as problems for the development of eyeball estimation skills. They are freely accessible at the Virtual Mathematics Laboratory, developed at the Institute of Mathematics and Informatics of BAS.