

## ЧАСТНОПРЕДМЕТНА ТЕХНОЛОГИЯ ЗА СЪСТАВЯНЕ НА ДИДАКТИЧЕСКА СИСТЕМА ОТ ЗАДАЧИ\*

Юлия Нинова, Слави Кадиев

В статията се разглежда частнопредметна технология за съставяне на система от задачи за въвеждане на геометрични понятия в 7.-8. клас и за усвояване на техните определения. Уточняват се дейностите на учителя, реализирани на различни равнища. Различните равнища, на които се извършват тези дейности, определят и специфичните за тях средства. Технологията е конкретизирана за понятието *съседни ъгли*.

**1. Мотиви.** Понятията са една от трите форми на мислене. Те са един от основните градивни елементи на всяка наука. Всички мисловни процеси, процесите на преподаване, на учене и др. по същество представляват опериране с понятия. Това обяснява и вниманието, което се отделя в Методиката на обучението по математика на технологиите за въвеждане на математическите понятия и на технологиите за обезпечаване на осъзнато и трайно усвояване на техните определения. Това е предпоставка за ефективно и резултатно изучаване на свързаните с тях математически знания. Затова първостепенна задача на всеки преподавател трябва да бъде формирането на понятийния апарат.

**2. Средства.** Математическите обекти, използвани в качеството на средства за описване на други обекти на познание, условно могат да се разделят на пет групи – *словесни, таблични, графични, аналитични и символни*.

Сега почти всички математически обекти могат да бъдат представени с „еквивалентни“ описания с помощта на посочените пет типа математически средства. Такива вериги от интерпретации осигуряват възможности за съдържателни тълкувания на модела и на резултатите. Интерпретации на модела и на резултатите се реализират в адекватни дейности или в технологии за решаване на различни проблеми, включително и на проблеми на Методиката на обучението по математика. Използването на графични или символни модели значително улеснява процеса на решаване на проблема.

**3. Равнища на интерпретация.** Ще бъде направен опит за съдържателни интерпретации на връзката „човек-знакови средства“ на *микро-, мезо- и макро-* равнища [6].

Всяко методическо решение е зависимо и се определя от следните три фактора:

- логическата структура на разглежданото знание;

---

\***Ключови думи:** дидактическа система от задачи, дидактическа технология, определение на понятие, съседни ъгли.

- теоретична и практическа подготовка на преподавателя /лектора/, автора на учебника;
- психични възможности на учащите се.

Несъобразяването дори с един от тези фактори е причина за лошо обучение.

**3.1. Дейности и средства на макроравнище.** На макроравнище се разкрива теоретичната основа на съответната технология. Създава се модел на технологията, като се описват още нейната същност и компоненти. На това равнище се използват различни математически средства за моделиране на проблеми на Методиката на обучението по математика, а също така се използват и резултати от изследвания на психологията и на дидактиката. Логическият апарат може да се използва в два аспекта – единият се свежда до изясняване на логическата структура на знанието с цел да се изясни сложността на структурата на знанието, а вторият аспект – за моделиране на дейности в обучението с цел да се повишат научното равнище и ефективността на методиката на обучението по математика. Така елементите на съвременния логически апарат изпълняват прогностично-конструктивни функции при решаване на проблеми на методиката на обучението по математика. Изследванията на психологията на дидактиката определят адекватните дейности и средства при тези интерпретации, които се уточняват на следващото равнище.

**3.2. Дейности и средства на мезоравнище.** Използването на формални модели за разкриване на същността на разглеждан дидактически проблем е приложимо само в работата на учителя по математика. Този подход е неприложим при учениците поради силно формалното изложение. Логическото формиране при учениците се осъществява чрез изучаване на съдържанието на училищния курс по математика.

Затова се търсят подходящи дейности и средства за осъществяване на този преход. Учителят трябва да познава същността на тези процеси, за да може да ги управлява, за да осигури системен подход за решаване на съответната дидактическа задача.

Съдържателното тълкуване на използвания модел дава възможност за:

- изясняване на причините за затрудненията на учениците;
- набелязване на план за работа;
- уточняване на методи, форми и средства за работа;
- уточняване на адекватни дейности на учителя.

На този етап учителят създава дидактическата технология, като уточнява всички изисквания, на които тя трябва да отговаря (цел, очаквани резултати, условия за ползване, средства (задачи, типове задачи, технически средства, дидактически материали)), за да изложи ефективно знанието пред учениците.

**3.3. Дейности и средства на микроравнище.** На този етап се подготвят конкретните дидактически материали за учениците. Обикновено средствата, които се използват при учениците, са задачи, системи от задачи или дидактически ситуации, прилагани като ефективно дидактическо средство. Начините и средствата, с които се решават тези задачи, се определят от конкретното знание, от възможностите на учениците и от теоретическата и професионално-практическата подготовка на учителя.

**4. Пример на частнопредметна технология.** В следващата част от изложението се илюстрира казаното за уточняване на специфичните дейности и средства

на трите равнища при въвеждане на конкретно математическо понятие и усвояване на неговото определение.

**4.1. Дейности и средства на макроравнище.** На това равнище се изясняват същността и компонентите на дидактическа технология за въвеждане на геометрични понятия в 7.–8. клас и за усвояване на техните определения.

**4.1.1. Същност на технологията.** Теоретичните основи на разглежданата технология се базират на формите на проявление на една дейност. Те са *материална, перцептивна, външно-речева и умствена*.

Според Н. Ф. Талызина [7] до умствената форма на проявление на една дейност се достига след преминаване на предходните три, т.е. трябва да са налице всички форми, за да бъде успешна дадена дейност.

Съгласно резултати от изследване [3] се препоръчва използване на средства за визуализация при изучаване на знанията по математика. Като материална опора при въвеждане на геометрични понятия в тези класове може да се използва чертежът. Той улеснява изучаването на понятието (особено при геометричните понятия), тъй като представлява „геометричен запис“ на неговото определение.

Учениците възприемат характеристичните свойства от определението на понятието чрез слушане и гледане, т.е. участват две перцептивни системи. Целта на учителя при въвеждане на понятието е да разкрие характеристичните свойства от определението му и логическите връзки между тях. Разкриването на логическата структура на определението на понятието става най-добре чрез последователно натрупване (като анимация) на съществените свойства.

Външно-речевата форма на проявление на дейността се изразява в устното изказване на определението на понятието. То е последвано от записването му в тетрадките на учениците. Първичното запомняне и неговото словесно възпроизвеждане се очаква да са максимално точни, защото според психолозите те са твърде трайни. Според В. И. Зыкова [3] словесната формулировка не отразява адекватно действителното разбиране. Съответствието между термина, определението и образа достига до обучаемия само в условията на широко вариране на форми, признаци и положение на фигурите, съпроводени с обяснения на учителя.

След формулирането на определението на понятието се пристъпва към упражнения за неговото усвояване. Без упражнения обемът на въведеното понятие се ограничава до показаната фигура. Упражненията върху тези фигури трябва да са съпроводени със словесни обяснения. В. И. Зыкова [3] препоръчва стъпаловидно разширяване на представите на учениците чрез наредба и симетричност на разположение на фигурите. Въпреки волята на учителя, използването само на стандартни чертежи насочва учениците да възприемат несъществените признаци като съществени. Усвояването на определенията на геометрични понятия най-често се осъществява чрез използване на задачи-готов чертеж. Задачите за тези упражнения се генерират по моделите  $x_0 \in V \Leftrightarrow P(x_0)$  и  $x_0 \notin V \Leftrightarrow \overline{P(x_0)}$  (Тук с  $V$  е означен обемът на понятието, а с  $P(x)$  са означени характеристичните свойства от определението на понятието, без явно да е посочена логическата им връзка.).

**4.1.2. Компоненти на технологията.** Компонентите на технологията са описани от Ю. Нинова [4].

1. Уточняване на елементите знание, необходими за въвеждане на новото понятие.

2. Изграждане на правилен зрителен образ (еталон) за обекта или за елементите на  $n$ -орката върху материална опора (чертеж) чрез активно използване на зрителната и слуховата перцептивна система.
3. Уточняване на характеристикните свойства от определението на понятието.
4. Разкриване на логическите връзки между свойствата.
5. Изказване устно на определението на понятието.
6. Записване на определението на понятието в тетрадките.
7. Генериране на примери и контрапримери за усвояване на определението, т.е. решаване на задачи за кодиране и декодиране.
8. Извършване на разсъждения по схемите  $\frac{p \leftrightarrow q, p}{q}$  и  $\frac{p \leftrightarrow q, \bar{q}}{\bar{p}}$  (В тези правила за извод предпоставката  $p \leftrightarrow q$  е модел на определение и по уговорка приемаме да означим с  $p$  определяемата част на определението, а с  $q$  – определящата му част.)

**4.2. Дейности и средства на мезоравнище.** На това равнище учителят генерира по описаната технология системата от задачи. Илюстрираме го за въвеждане на понятието *съседни ъгли* и за усвояване на неговото определение.

**4.2.1. Общи методически бележки.** В основата на генерирането на системата от задачи стои логическата структура на определението на понятието.

При проектирането на тази система от задачи се преминава през трите равнища на усвояване на знанията от учениците, описани от Н. Аммосова и Г. Краснова в [1]. Уточняват се адекватните дейности.

**Първо ниво (базово).** В случая новото знание е понятието *съседни ъгли*. Разкриват се характеристикните свойства от определението на понятието и неговата логическа структура. Целта е формиране на правилен зрителен образ-еталон в съзнанието на учениците, като се съблюдават описаните от психолозите условия и препоръки.

**Второ ниво (фундаментално).** На това ниво се извършват упражнения върху задачи с пропуски в текста или върху задачи готов-чертеж, създадени на базата на логическата структура на определението на понятието. С това се цели осъзнаване и трайно запаметяване на определението на понятието *съседни ъгли* и формиране на умения за разпознаване и/или за конструиране на обекти от обема на понятието в типични (настоящи и бъдещи) ситуации. Решават се и други задачи с репродуктивен характер.

**Трето ниво (творческо).** То е предназначено за прилагане на знанията за *съседни ъгли* в нестандартни ситуации (извършване на допълнителни построения, описване на даден чертеж, съставяне на задача по чертеж, съставяне на задача по конкретно теоретично знание или други).

При проектирането на системата от задачи са съблюдавани етапите на проектиране, описани в [2].

**Целта** на дидактическата система от задачи е въвеждането на понятието *съседни ъгли* и усвояване на определението му.

**Очакваният резултат** е формирането на умения за разпознаване и за конструиране на обекти от обема на понятието *съседни ъгли*.

**Условията за ползване на системата** се осигуряват чрез припомняне на необходимите елементи знание (*ъгъл, връх на ъгъл, рамене на ъгъл, лъч, противоположни*

лъчи), а **условията за постигането на очаквания резултат** се осигуряват чрез създаване на динамичен електронен ресурс за въвеждане на понятието и в създаване на система от задачи с различен формат (задачи с пропуски в текста, задачи готов-чертеж, задачи с избираем отговор, задачи със свободен отговор) на базата на логическата структура на определението на понятието за усвояването на определението на понятието *съседни ъгли*.

В системата от задачи са включени **различни задачи по тип, формат и функции** като:

- задачи за извършване на репродуктивни дейности – задачи с пропуски в текста или задачи готов-чертеж (задачи 1., 2., 3. и 4.);
- задачи за построяване на обекти от обема на понятието (задачи 5. и 6.);
- задачи за коригиране на грешки (задача 7.);
- задачи за контекстуално прекодиране (задача 8.);
- задачи с творчески характер (задача 9.).

Задачите в системата са подредени в **определен ред**. Системата „започва“ с репродуктивни задачи и „завършва“ с творческа задача.

Като **средство** за онагледяване и натрупване на характеристичните свойства от определението на понятието *съседни ъгли* е създадена анимация чрез софтуера за динамични чертежи *GeoGebra*.

**Методите/дейностите**, които могат да се използват/извършват при реализиране на системата, са:

- устно изложение (обяснение) при въвеждането и усвояването на определението на понятието *съседни ъгли*;
- демонстрация под формата на анимация, чрез която се цели правилното изграждане на първоначалния образ за двойка *съседни ъгли*;
- наблюдение при натрупването на характеристичните свойства от определението на понятието *съседни ъгли* и разкриване на логическата му структура;
- упражнение за усвояване на определението на понятието *съседни ъгли* чрез решаване на различни задачи по тип и формат.

**4.2.2. Конкретни методически бележки.** Следва реализацията на технологията по стъпки.

#### **Стъпки 1.–4. от компонентите на технологията**

Понятието *съседни ъгли* е понятие-релация. Необходимо е припомняне на следните понятия-обекти *ъгъл*, *върх на ъгъл*, *рамене на ъгъл*, *лъч* и на понятие-релация *противоположни ъгли*.

В таблица 1 са описани характеристичните свойства и логическата структура на определението на понятието *съседни ъгли*.

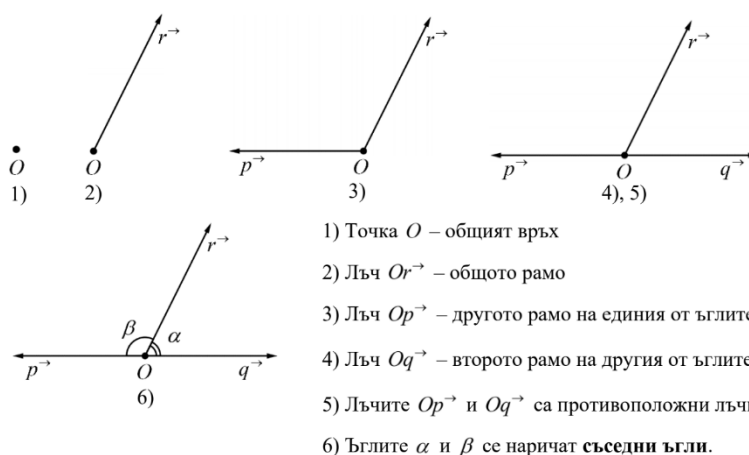
На фиг. 1 е показано последователното натрупване на характеристичните свойства от определението на понятието. То е реализирано с електронен ресурс. Анимацията служи като материална опора за разкриване на характеристичните свойства от определението на понятието и за разкриване на логическите връзки между тях ( $p \leftrightarrow p_1 \wedge p_2$ ). Анимацията се съпровожда с последователно посочване на обектите, които се появяват на анимацията и техните характеристики.

#### **Стъпки 5.–6. от компонентите на технологията**

След разкриване на характеристичните свойства от определението на понятието *съседни ъгли* и тяхната логическа връзка следва формулирането на определението на

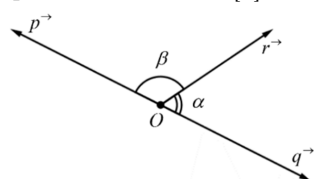
Таблица 1

Определението е	$\overbrace{\text{Два ъгъла се наричат съседни, ако имат общо рамо, а}}^{p}$ $\overbrace{\text{другите им рамене са противоположни лъчи}}^{p_1}$ $p_2$
Терминът	$p$ е „съседни ъгли“.
Съдържанието	$p_1$ е „ъглите имат общо рамо“. $p_2$ е „другите рамене на ъглите са противоположни лъчи“.
Обемът е	Декартовият квадрат на множеството на ъглите в равнината, чиято градусна мярка е в интервала $(0^\circ; 180^\circ)$ .
Логическата структура е	$p \leftrightarrow p_1 \wedge p_2$ .



Фиг. 1

понятието и неговото записване. Изисква го външно-речевата форма на проявление на дейността, съгласно описаната същност на технологията и съгласно описаното според В. И. Зыкова [3] отношение между думи и образ.



Фиг. 2

**Определение.** Два ъгъла се наричат *съседни*, ако имат общо рамо, а другите им рамене са противоположни лъчи.

Коментар към фиг. 2:

1. Лъч  $Or$  е общото рамо на ъглите  $\alpha$  и  $\beta$ .
2. Лъчите  $Op$  и  $Oq$  са противоположни лъчи. Те са другите рамене на  $\alpha$  и  $\beta$ .
3. Ъглите  $\alpha$  и  $\beta$  се наричат *съседни ъгли*.

### Стъпки 7.–8. от компонентите на технологията

В последните стъпки от компонентите на технологията се създават задачи с цел усвояването на определението на понятието чрез колективна работа, придружена с обясненията на учителя, или чрез самостоятелна работа. Асоциации, възникнали на база на словесни формулировки (определението на понятието), се проявяват само

при отговор на въпроси, свързани с определението. Това може да се провери чрез използване на задачи с пропуски в текста. Те предхождат другите задачи, защото съответстват на външно-речевата форма на проявление на дейността.

**Задача 1.** Да се попълни пропуснатото в текста така, че полученото да е вярно.

а) Два ъгъла, които имат общо рамо, а другите им рамене са противоположни лъчи, се наричат ..... ъгли.

б) Два ъгъла, които имат общо рамо, а другите им рамене са ..... лъчи, се наричат съседни ъгли.

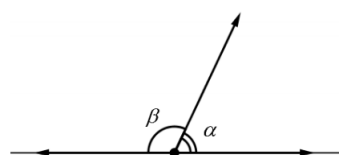
в) Два ъгъла, които имат общо ....., а другите им рамене са противоположни лъчи, се наричат съседни ъгли.

**Коментар към задача 1.** Първата задача е свързана с определението на понятието *съседни ъгли*. В различните случаи са пропуснати или терминът на понятието, или част от някои от характеристикните свойства от определението на понятието. Тази задача спомага за:

- усвояване на определението на понятието;
- затвърждаване на характеристикните свойства от определението на понятието;
- разкриване на логическата връзка между характеристикните свойства;
- запомняне на термина на понятието и разкриване на връзката на новото понятие с другите понятия, използвани в определението.

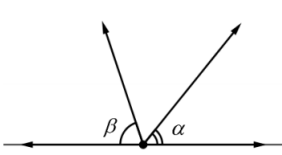
Асоциации, възникнали в процеса на възприемане на чертежи, се проявяват в условията, в които възникват. Упражненията върху задачи готов-чертеж подпомагат разпознаването на фигурите. Те следват предходния тип задачи, защото съответстват на последния (мисловния) етап на проявление на дейността. С използването на тези упражнения учителят решава една основна педагогическа задача – да не допусне разрыв между уменията да се формулира определението на понятието и уменията да се прилага определението на понятието при решаване на задачи за разпознаване. Без тези упражнения знанията са формални и последица от това е „стесняване“ на обема на понятието.

**Задача 2.** На кои от фигурите е изобразена двойка съседни ъгли и кои са те?



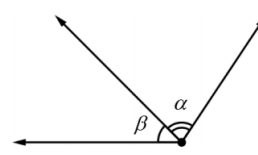
$p_1 \wedge p_2$

Фиг. 3



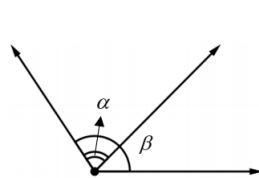
$\overline{p_1} \wedge p_2$

Фиг. 4



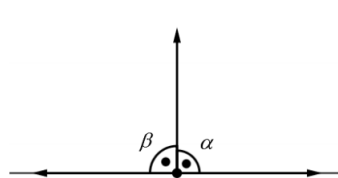
$p_1 \wedge \overline{p_2}$

Фиг. 5



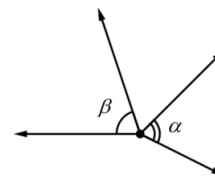
$\overline{p_1} \wedge \overline{p_2}$

Фиг. 6



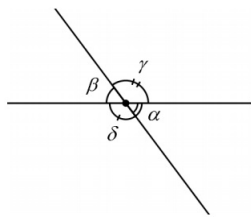
$p_1 \wedge p_2$

Фиг. 7



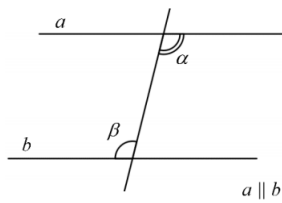
$\overline{p_1} \wedge \overline{p_2}$

Фиг. 8



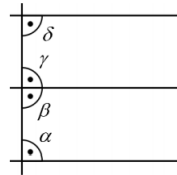
$p_1 \wedge p_2$  или  $\overline{p_1} \wedge \overline{p_2}$

Фиг. 9



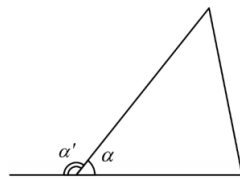
$\overline{p_1} \wedge \overline{p_2}$

Фиг. 10



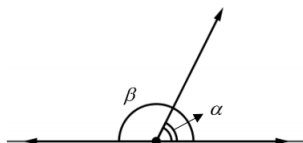
$p_1 \wedge p_2$  или  $\overline{p_1} \wedge \overline{p_2}$

Фиг. 11



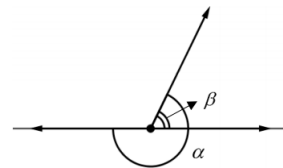
$p_1 \wedge p_2$

Фиг. 12



извън обема на родовото понятие

Фиг. 13

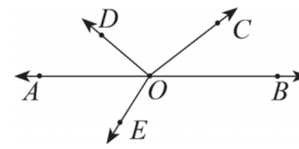


извън обема на родовото понятие

Фиг. 14

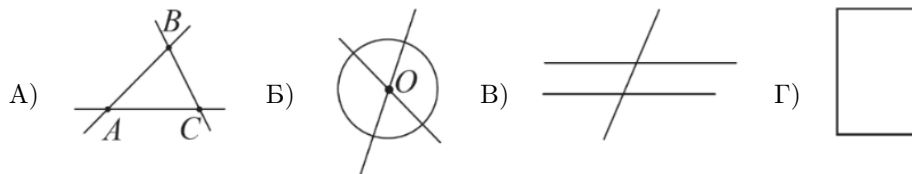
**Задача 3.** Ако  $\sphericalangle AOB$  от фиг. 15 е изправен, то коя от двойките ъгли **НЕ** са съседни?<sup>1</sup>

- А)  $\sphericalangle AOD$  и  $\sphericalangle BOD$
- Б)  $\sphericalangle AOE$  и  $\sphericalangle BOE$
- В)  $\sphericalangle DOC$  и  $\sphericalangle BOC$
- Г)  $\sphericalangle AOC$  и  $\sphericalangle BOC$



Фиг. 15

**Задача 4.** На коя от фигурите **НЕ** може да се посочат двойки съседни ъгли?<sup>2</sup>



**Коментар към задачи 2., 3., и 4.** Задачите от 2. до 4. са чисто репродуктивни и са насочени към използване на определението на понятието *съседни ъгли* в различни ситуации за разпознаване на обекти от обема на понятието.

Форматът на генерираните примери в задача 2. е задачи-готов чертеж. Този формат на задачите е особено удобен за усвояване на определенията на геометричните понятия, защото може да се използва визуализация. Чрез тях учениците могат да разграничат обектите, които са от обема на понятието, от обектите, които не са от обема на понятието. В основата на създаването на примерите и контрапримерите стоят логическата структура на определението на понятието и широкото вариране на съществени и несъществени признаци. Символичният запис под всяка фигура

<sup>1</sup>Нинкова П., и др., Математика за 7. клас, „Просвета – София“ АД, 2018, с. 127. *Забележка: Задачата е коригирана поради некоректност.*

<sup>2</sup>Нинова Ю., и др. Математика за 7. клас. „Просвета Плюс“, 2018, с. 130.



показва кои от характеристичните свойства от определението на понятието се удовлетворяват и кои не се удовлетворяват от съответната двойка ъгли. От фиг. 3. до фиг. 8. включително са стандартни примери и контрапримери. От фиг. 9. до фиг. 12. са включени такива примери, в които съседните ъгли се откриват в по-сложни ситуации, в които по-късно учениците ще изучават понятията противоположни ъгли, ще дефинират прав ъгъл или външен ъгъл на триъгълник, ще изучават признаци за успоредност на прави и свойства на успоредни прави. На последните фиг. 13. и 14. са представени два контрапримера за съседни ъгли. Те са особени с това, че обектите (двойката ъгли) на фиг. 13 са извън обема на родовото понятие, а двойката ъгли на фиг. 14, въпреки че притежават характеристичните свойства от определението на понятието, не са съседни, защото двойката ъгли е извън обема на родовото понятие. От тази задача в системата от задачи за работа в клас са включени примерите (без символичния запис под тях) от фиг. 3–5, 7, 9–10 и 12.

Задачите 3. и 4. са по-различни от предходните поради две причини. Първо, защото в условието на задачата се съдържа отрицание, и второ, защото са свързани с едновременното разглеждане на няколко геометрични фигури. Форматът на тези задачи е задачи с избираем отговор.

Следващите задачи са генерирани допълнително в помощ на учителя, но целта им е същата – усвояване на определението на понятието *съседни ъгли*.

**Задача 5.** а) По фиг. 16 постройте един съседен ъгъл на дадения ъгъл  $\alpha$ .

б) Колко на брой са всичките съседни ъгли на  $\alpha$ ?

**Задача 6.** а) На фиг. 17:

1. начертайте лъч  $OB^{\rightarrow}$ , противоположен на  $OA^{\rightarrow}$ ;  
2. начертайте лъч  $OC^{\rightarrow}$ , различен от лъчите  $OA^{\rightarrow}$  и  $OB^{\rightarrow}$ .

б) Има ли на фигурата двойка съседни ъгли?

в) Колко на брой са всичките двойки съседни ъгли, за които градусните мерки са цели числа?

**Коментар към задачи 5. и 6.** Този тип задачи е свързан с построяването на обекти от обема на понятието *съседни ъгли* и спомага за затвърждаването на техните характеристичните свойства и логическата структура на определението им.

**Задача 7.** На фиг. 18  $\sphericalangle BOE$  е изправен. Коригирайте изреченията така, че полученото да е вярно.

а) Лъчът  $OE^{\rightarrow}$  е общо рамо за съседните ъгли  $BOC$  и  $COE$ .

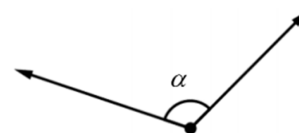
б) Лъчът  $OD^{\rightarrow}$  е общо рамо за съседните ъгли  $BOD$  и  $AOD$ .

в) Противоположните лъчи  $OB^{\rightarrow}$  и  $OD^{\rightarrow}$  са рамене на съседните ъгли  $BOD$  и  $DOE$ .

г) Противоположните лъчи  $OB^{\rightarrow}$  и  $OE^{\rightarrow}$  са рамене на съседните ъгли  $BOC$  и  $AOE$ .

д) На фигурата  $\sphericalangle BOC$  е съседен ъгъл за  $\sphericalangle DOE$ .

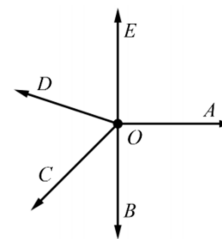
е) На фигурата  $\sphericalangle COD$  и  $\sphericalangle AOC$  са съседни ъгли.



Фиг. 16



Фиг. 17



Фиг. 18

ж) Противоположните лъчи  $OB^{\rightarrow}$  и  $OE^{\rightarrow}$  са рамене на четири двойки съседни ъгли.

**Коментар към задача 7.** Задачата е от типа задачи за коригиране на грешки. В таблица 2 са поместени верните твърдения и коментар за направените корекции. Коментарите по тази задача са детайлни, тъй като подобен тип задачи не се срещат в действащите към този момент учебници.

Таблица 2

	Вярно твърдение	Коментар
а)	Лъчът $OC^{\rightarrow}$ е общо рамо за съседните ъгли $BOC$ и $COE$ .	Поправя се лъчът, който е общото рамо за съседните ъгли.
б)	Лъчът $OD^{\rightarrow}$ е общо рамо за съседните ъгли $BOD$ и $EOD$ .	Поправя се единият от съседните ъгли.
в)	Противоположните лъчи $OB^{\rightarrow}$ и $OE^{\rightarrow}$ са рамене на съседните ъгли $BOD$ и $DOE$ .	Поправя се единият от двата противоположни лъча, които са рамене на съседните ъгли.
г)	<b>I начин:</b> Противоположните лъчи $OB^{\rightarrow}$ и $OE^{\rightarrow}$ са рамене на съседните ъгли $BOA$ и $AOE$ .	Поправя се единият от съседните ъгли.
	<b>II начин:</b> Противоположните лъчи $OB^{\rightarrow}$ и $OE^{\rightarrow}$ са рамене на съседните ъгли $BOC$ и $COE$ .	Поправя се другият от съседните ъгли.
д)	<b>I начин:</b> На фигурата $\sphericalangle BOD$ е съседен ъгъл за $\sphericalangle DOE$ .	Поправя се единият от съседните ъгли.
	<b>II начин:</b> На фигурата $\sphericalangle BOC$ е съседен ъгъл за $\sphericalangle COE$ .	Поправя се другият от съседните ъгли.
е)	На фигурата $\sphericalangle COD$ и $\sphericalangle AOC$ НЕ са съседни.	Формулира се отрицанието на даденото твърдение.
ж)	Противоположните лъчи $OB^{\rightarrow}$ и $OE^{\rightarrow}$ са рамене на три двойки съседни ъгли.	Коригира се броят на двойките съседни ъгли.

**Задача 8.** На фигура 19  $\sphericalangle POM$  и  $\sphericalangle NOQ$  са изправени. Попълнете пропуснатото в текста така, че полученото да е вярно.

а) Лъчът ..... е общо рамо за съседните ъгли  $NOM$  и  $PON$ .

б) Противоположните лъчите ..... и ..... са рамене на съседните ъгли  $POQ$  и  $NOR$ .

в) На фигурата  $\sphericalangle MOR$  е съседен ъгъл на .....

г) На фигурата  $\sphericalangle POQ$  е съседен ъгъл на ..... и на .....

д) Лъчът  $OM^{\rightarrow}$  е общо рамо за съседните ъгли ..... и .....

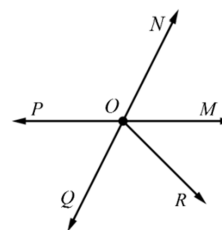
е) Лъчът  $OR^{\rightarrow}$  е общо рамо за двойките съседни ъгли:

..... и .....; ..... и .....

ж) Противоположните лъчи  $OQ^{\rightarrow}$  и  $ON^{\rightarrow}$  са рамене на двойките съседни ъгли:

..... и .....; ..... и .....

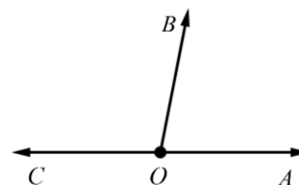
..... и .....



Фиг. 19

**Коментар към задача 8.** Тази задача формира умения за контекстуално прекодиране на обекти или  $n$ -орки от обема на понятие. Този тип задачи е описан от Ю. Нинова [4]. Дейностите, които се извършват, не са чисто репродуктивни, но търсенето е теоретично локализирано, защото са подсказани обектите, които трябва да се кооперират. Ученикът трябва да прекодира елемента, като го свърже с посочената фигура или прекодираният елемент да свърже с подходяща комбинация от фигури. В задачата има примери, при които един и същи елемент от фигурата се включва като елемент на различни фигури, и примери, в които трябва да се намерят общите елементи на различни геометрични фигури.

**Задача 9.** На фиг. 20  $\sphericalangle AOC$  е изправен. На какво условие трябва да отговаря точка  $D$ , така че след построяването ѝ на фигурата:



Фиг. 20

- $\sphericalangle AOB$  и  $\sphericalangle AOD$  ще бъдат съседни ъгли?
- $\sphericalangle COB$  и  $\sphericalangle AOD$  ще бъдат съседни ъгли?
- ще има точно една двойка съседни ъгли?
- ще има точно четири двойки съседни ъгли?
- ще има точно две двойки съседни ъгли?

**Коментар към задача 9.** Дейностите, които се извършват при решаване на последната задача от системата, имат творчески характер. При решаването на тази задача се изисква конкретизиране на условията, при които се удовлетворяват дадените ситуации. По този начин обектът, който трябва да се построи, се свързва с обекти от обема на друго понятие. За решаването ѝ е нужно добро владение на характеристичните свойства от определението на понятието и обема на понятието *съседни ъгли*. Тъй като задачата е творческа, предоставяме нейното решение в таблица 3.

Таблица 3

	Решение	Коментар
а)	Точката $D$ трябва да се построи така, че лъчите $OD^{\rightarrow}$ и $OB^{\rightarrow}$ да бъдат противоположни.	Построената <b>точка</b> се свързва с обект от обема на <i>понятието-релация</i> <b>противоположни лъчи</b> .
б)	Точката $D$ трябва да се построи така, че лъчите $OD^{\rightarrow}$ и $OB^{\rightarrow}$ да съвпадат.	Построената <b>точка</b> се свързва с обект от обема на <i>понятието-релация</i> <b>съвпадащи лъчи</b> .
в)	Точката $D$ трябва да се построи така, че лъчите $OD^{\rightarrow}$ и $OB^{\rightarrow}$ да съвпадат.	Построената <b>точка</b> се свързва с обект от обема на <i>понятието-релация</i> <b>съвпадащи лъчи</b> .
г)	Точката $D$ трябва да се построи така, че лъчите $OD^{\rightarrow}$ и $OB^{\rightarrow}$ да бъдат противоположни.	Построената <b>точка</b> се свързва с обект от обема на <i>понятието-релация</i> <b>противоположни лъчи</b> .
д)	Точката $D$ трябва да се построи така, че лъчите $OD^{\rightarrow}$ и $OB^{\rightarrow}$ да НЕ бъдат противоположни.	Построената <b>точка</b> не бива да свързва с обект от обема на <i>понятието-релация</i> <b>противоположни лъчи</b> .

Ако ученикът среща затруднения на определено ниво от реализирането на системата от задачи, то може да се използва следната методика на работа. Ако ученикът среща затруднения при изпълнение на упражненията в умствен план (т.е. разпоз-

наване на обект от обема на понятието по готови чертежи), то упражненията за корекция могат да го върнат на ниво – външно-речева форма на проявление на дейността (т.е. да повтори определението на понятието или да изобрази обекта). А ако и това упражнение не се изпълнява правилно, то упражненията за корекция трябва да го върнат на материалната опора.

**4.3. Дейности и средства на микроравнище.** На този етап се конкретизира създадената дидактическа технология върху структурата на определението на избраното математическо понятие. Създава се конкретна дидактическа система от задачи за работа с учениците.

За въвеждане на понятието може да се използва предложената в 4.2.2. дидактическа ситуация, визуализирана с електронен ресурс. За усвояване на определението на понятието е предложена система от задачи, поместена в методическите бележки в 4.2.2. От предложените 9 задачи за урока са избрани задачите 1., 2., 4., 5. и 8. Останалите задачи са допълнителни (идейно повтарят задачите, предназначени за работа в клас) и учителят може да ги използва по своя преценка, но целта им е същата – усвояване на определението на понятието *съседни ъгли*. По-големият брой задачи дава възможност за създаване на различни, но „еквивалентни“ от теоретическа и дидактическа гледна точка подсистеми задачи.

Методиката на работа със системата задачи, ролята на задачите, функциите на задачите и мястото на допълнителните задачи, са описани подробно в методическите бележки в 4.2.

**5. Заключение.** При съставянето на системата от задачи са съблюдавани трите аспекта на педагогическа технология, описани от Г. К. Селевко [5].

В **научен** аспект дидактическата система от задачи е реализирана на базата на описаната дидактическа технология, на базата на логическата структура на определението на конкретното понятие и на базата на описаните психологически изследвания. Реализацията е на *макроравнище*.

По отношение на **процесуално-описателния** аспект при създаването на системата от задачи са формулирани целта, очакваните резултати, условията за ползване, методи/дейности и средствата. Системата от задачи е конструирана върху технология, за която са описани структурата и компонентите ѝ. За съставяне на дидактическите материали са посочени и използвани възможности на софтуера за динамични чертежи *GeoGebra*. Реализацията е на *мезоравнище*.

**Процесуално-действиен** аспект е реализиран на *микроравнище* чрез използването динамичния електронен ресурс, на конкретна дидактическа система от задачи за ученика и чрез използване на методическото ръководство за учителя.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Н. А. Аммосова, Г. Г. Краснова. Конструирование системы задач по алгебре и началам математического анализа в соответствии с этапами усвоения учащимися знаний. *Международный научно-исследовательский журнал* (2015) № 3, част 4, 25–27.
- [2] П. Асенова, М. Маринов. Система от задачи в обучението по математика. *Математика и информатика*, (2019), 53–71.
- [3] В. И. Зыкова. Очерки психологии усвоения начальных геометрических знаний. Москва, Учпедгиз, 1955.

- [4] Ю. Нинова. Модели и дидактически технологии за решаване на дидактически задачи, свързани с изучаването на математическите понятия. Дисертация, София, 2004.
- [5] Г. К. СЕЛЕВКО. Современные образовательные технологии. Москва, Народное образование, 1998.
- [6] Г. В. СУХОДОЛЬСКИЙ. Математическая психология. Харьков, Генезис, 2006.
- [7] Н. Ф. ТАЛЫЗИНА. К вопросу об усвоении начальных геометрических понятий. Материалы совещания по психологии. Известия АПН РСФСР, 1957.

Юлия Нинова  
 Факултет по математика  
 и информатика  
 СУ „Св. Климент Охридски“  
 бул. Джеймс Баучер № 5  
 1164 София, България  
 e-mail: julianinova@hotmail.com

Слави Кадиев  
 Национална гимназия за древни езици  
 и култури „Св. Константин Кирил Философ“  
 ул. Баба № 16  
 1360 София, България  
 e-mail: slav4o9405@abv.bg

## DIDACTIC TECHNOLOGY FOR COMPILING A DIDACTIC SYSTEM OF PROBLEMS

**Julia Ninova, Slavi Kadiev**

The article discusses a didactic technology for compiling a system of problems for introducing geometric concepts in grade 7.–8. and to master their definitions. The activities of the teacher, realized at different levels, are specified. The different levels at which these activities are carried out also determine their specific means. The technology is specified for the concept of adjacent angles.

**Key words:** didactic system of problems, didactic technology, definition of concept, adjacent angles