

МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2021  
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2021  
*Proceedings of the Fiftieth Spring Conference  
of the Union of Bulgarian Mathematicians  
2021*

**МАТЕМАТИКА В ЕЛЕКТРОННА СРЕДА  
GEOGEBRA ACTIVITY (M<sub>e</sub>GA)**

**Павлин Петков, Севдалина Георгиева, Елена Колева**

В рамките на програма „Следващите 10 – в подкрепа на значими идеи през следващите десет години“ в раздел „Онлайн учене“ на фондация „Америка за България“ СМБ – секция Варна участва с проект „Математика в електронна среда *Geogebra Activity/Classroom* (M<sub>e</sub>GA)<sup>1</sup>“. Резултатите от реализирането му са подходящи за използване от учители по математика за нуждите на електронното обучение в 5.–12. клас.

В проекта “Математика в Електронна среда *Geogebra Activity* (Mathematics in Electronic environment with *Geogebra Activity* – M<sub>e</sub>GA)” се разработва модел за електронно интерактивно обучение по математика чрез решаване на проблеми в *GeoGebra Activity/Classroom*. Актуалността на тематиката на проекта е обоснована от необходимостта да се създадат методически разработки на уроци и дидактически средства към тях, групирани по класове и теми според действащите учебни програми по математика, като формата им да е приложима за обучение в електронна среда. Новите функционалности на виртуалната платформа *GeoGebra.org* дават възможност да се създадат интерактивни листове *Geogebra Activity*, които могат да се копират, редактират, споделят и превръщат във виртуален час с *Geogebra Classroom* с цел по-добро управление на класа в електронна среда. За да се увеличи ефективността на обучението по математика и да се използват огромните възможности и на динамичния софтуер, се включва като основен метод в учебните сценарии „обучение чрез решаване на проблеми“. Интерактивните листове се изработват от учители за учители. Всички продукти от реализирането на проекта ще се публикуват в сайт за свободен достъп. Българските учители по математика ще имат възможност да използват освен многобройните ресурси в официалния сайт на *GeoGebra*, във Виртуалния кабинет по математика, разработен от ИМИ на БАН

<sup>1</sup>Фондация „Америка за България“ е независима, неправителствена и неполитическа американска благотворителна фондация, която работи в партньорство с български организации за укрепване на частния сектор и демократичните институции в страната. Фондацията е плод на успеха на Българо-американския инвестиционен фонд (БАИФ), създаден през 1991 г. от Конгреса на САЩ с подкрепата на Американската агенция за международно развитие. За повече информация: [www.us4bg.org](http://www.us4bg.org). Подкрепата за СМБ – секция Варна е осигурена от Фондация „Америка за България“. Изявленията и мненията, изразени тук, принадлежат единствено на СМБ – секция Варна и не отразяват непременно вижданията на Фондация „Америка за България“ или нейните партньори.

[2], така и споделените интерактивни листове по проекта M $\angle$ GA на СМБ – секция Варна.

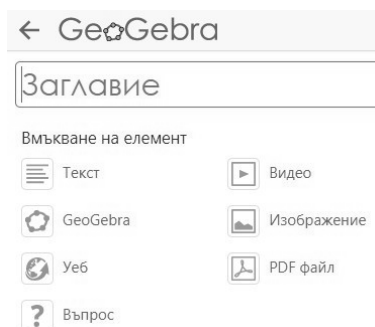
**Учебното съдържание**, което е включено в M $\angle$ GA листовите, е съобразено с Наредба № 5 от 30.11.2015 г. за общообразователната подготовка и учебните програми по математика за 5. - 12. клас. Целта на последователността от интерактивни листове по глобални теми е да се подпомогнат учителите в постигането на заложените в нормативните документи знания, умения и отношения по математика в съответния етап от задължителната училищна подготовка. Интерактивните листове могат да се променят в зависимост от индивидуалните потребности на учениците, т.е. те са отворени за редакция ресурси, насочени към всички учители по математика.

**Процесът на контрол и оценка** на знанията и уменията на учениците по математика е пряко свързан с образователните цели, определени в нормативните документи за учебно съдържание. В модела M $\angle$ GA има логична връзка между целите на обучението и критериите и показателите за контрол и оценка на учебните постижения. Операционализацията на целите на обучение преминават през трите етапа: определяне на глобална цел, определяне на компонентите на глобалната цел и формулиране на измерими цели на обучението. Така формулираните чрез измерими глаголи цели представляват критерии и показатели за контрол и оценка на учебните постижения на учениците [5].

Основният метод в модела M $\angle$ GA е „обучение чрез решаване на проблеми“. Според Хуторски този метод се състои в подреждане на учебни дейности на учениците за решаване на познавателни учебни задачи (проблеми), които имат липсващи елементи [3]. „В субективен смисъл учебният проблем е осъзната от субекта теоретична или практическа трудност, решаването на която чрез самостоятелно генериране на идеи осигурява на личността преход от незнание към знание“ [6]. В обективен смисъл учебният проблем е структура с непълни данни. Задачата, която трябва да се изпълни, е откриване на недостигащата информация и допълване на структурата ѝ [4]. В разработките на отделните учебни единици на модела M $\angle$ GA на учениците се представят учебни проблеми с недостигащи елементи, при които те придобиват нови знания, откриват свойства и логически връзки, прилагат знанията си в непознати ситуации, съставят задачи, модели, конструкции по зададени условия. Чрез динамичните файлове на *GeoGebra* се създават необходимите условия за изследване и експериментиране, за да могат учениците да преминат през етапите за разрешаване на учебен проблем: идентификация на проблема, формулиране и доказване (отхвърляне) на хипотеза. „Учениците учат математика като решават задачи. Математическите идеи са резултат от умението да се решават проблеми, а не в следствие на преподаваните елементи на задачата преди решаването ѝ“ [1].

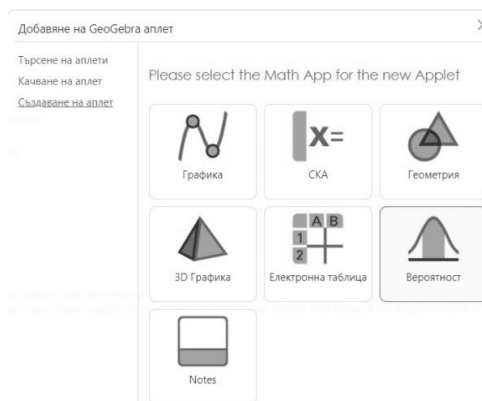
Формата на обучение в модела M $\angle$ GA е електронна среда. Според П. Кендеров „новите образователни среди, основани на съвременните софтуерни системи, позволяват и поощряват проучването и изследването чрез експериментиране и изпробването на нови и нови възможности. Така се развиват творческите умения на учениците, подтикват се към новаторство, към желание да се проверят и реализират идеите. . . “ [8]. Целта е при обучение в електронна среда да се използват възможностите на технологиите за допълване на традиционното обучение, а не за заместването му [7].

Средството на модела M<sup>2</sup>GA е *GeoGebra Activity/Classroom*. Чрез виртуалната платформа се създават интерактивни (M<sup>2</sup>GA) листове, в които се подреждат учебни дейности за реализиране на урочни единици на теми от учебното съдържание по математика 5.-12. клас по метода "обучение чрез решаване на проблеми". В интерактивните листове се интегрират текст, динамични конструкции, работна повърхност за конструиране на динамични чертежи, онлайн дъска, връзка към уеб страница, видео, изображения, pdf файлове, задачи с избираем или свободен отговор (Фиг. 1).



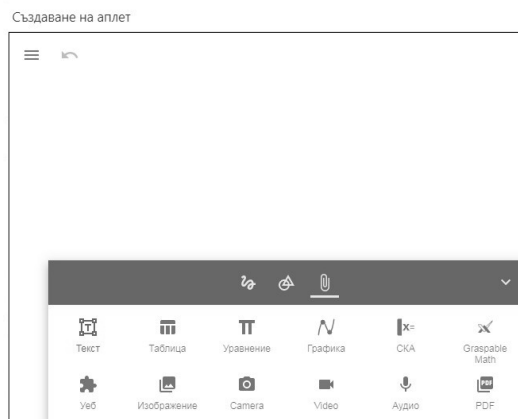
Фиг. 1

Голямото разнообразие от приложения на *GeoGebra* за създаване на динамични конструкции за всички раздели на математиката дава възможност да се разработят учебни дейности за целия учебен курс по математика на всички нива. В *GeoGebra Activity* могат да се вмъкват свободните ресурси от *GeoGebra.org*, да се създават нови аплети в платформата или да се качат готови файлове от компютъра (Фиг. 2).



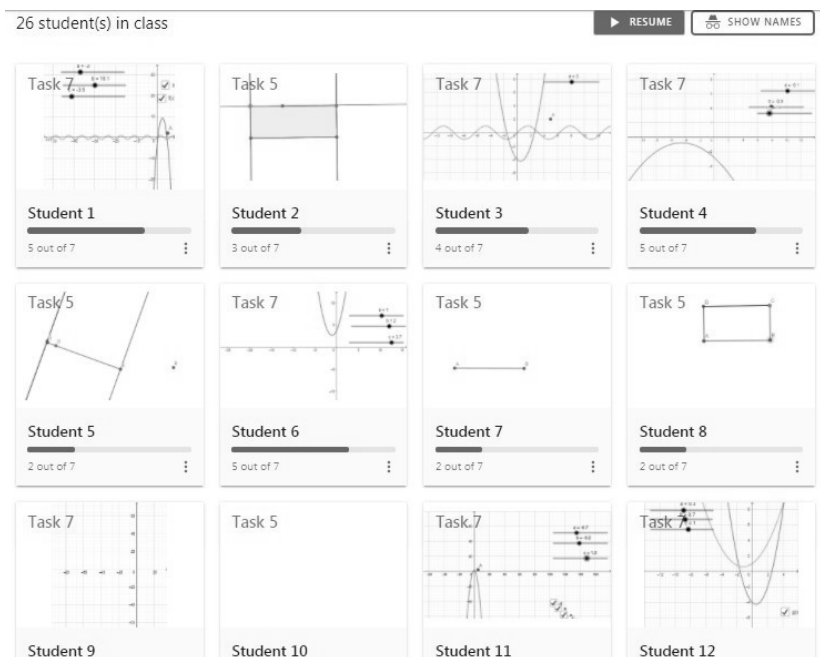
Фиг. 2

Добавена е и възможност за интегриране в интерактивните листове и онлайн дъската *GeoGebra Notes*, на която учителят и учениците могат да пишат с писалка, да чертаят фигури и тела, да въвеждат текст с математически символи, да вмъкват таблици, графики, изображения, видео, хипервръзки и др. (Фиг. 3).



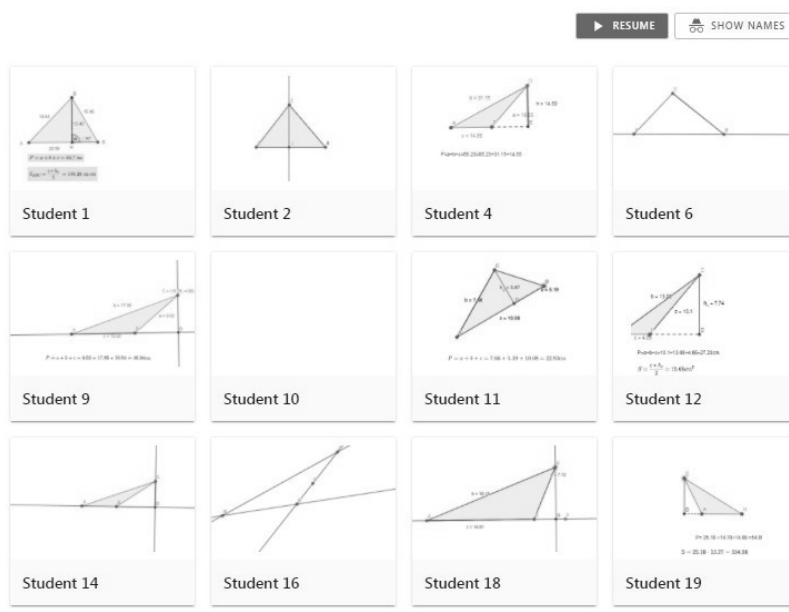
Фиг. 3

Готовите интерактивни листове могат да се споделят с линк във виртуални класни стаи за индивидуална работа на учениците. Друга възможност е *GeoGebra Activity* да се превърне в *GeoGebra Classroom*: виртуален час, в който учителят наблюдава едновременно напредъка на всеки ученик. (Фиг. 4). Във всеки един момент може да се спре достъпът на учениците до задачите, което прави динамичните листове удобни и за провеждане на изпити, контролни и класни работи в електронна среда.



Фиг. 4

Удобен изглед на *GeoGebra Classroom* е и наблюдение на това как учениците решават всяка една задача. (Фиг. 5) Това дава възможност на учителя да направи указания в момент, в който вижда, че те се затрудняват или правят грешни разсъждения. При провеждането на урок по математика в присъствена форма е невъзможно да се проверят едновременно тетрадките с решенията на всички по дадена задача и да се наблюдава индивидуалната им работа. *GeoGebra Classroom* е удобна платформа, която може да се използва не само за дистанционно обучение, а и в присъствен час. За да се използва в училище, са необходими електронни устройства с интернет свързаност.



Фиг. 5

Възможностите на виртуалната платформа *GeoGebra.org* и прилагането на обучение чрез решаване на проблеми повишават ефективността на обучението от разстояние в електронна среда и го доближават в голяма степен до провеждането на съвременен урок по математика в присъствена форма. При решаването на задачи динамичният софтуер служи за изследване на различни възможности, за формулиране на междинни хипотези и откриване на идеи за доказателство. С помощта му за кратко време могат да се осъществят редица наблюдения и учебно-изследователска дейност в час – учебна дейност на учениците за формиране на практически и теоретични знания за предмета на основата на изследване, преобразуване и експериментиране с него [10]. С *GeoGebra* или друга подобна система е възможно значително да се разшири множеството от задачите с практическа насоченост, които могат да се разглеждат и успешно решават още в училище. По този начин младите хора ще се убедят в полезността на изучаваната от тях математика и ще развият уменията си да я прилагат [9].

**Реализирането на проекта M<sub>2</sub>GA** се осъществява в два етапа:

**Първи етап**

- Разработване на теоретичен модел на обучение по математика в електронна среда *GeoGebra Activity* (M<sub>2</sub>GA).
- Изработване на критерии и показатели за установяване на ефективността на модела на обучение M<sub>2</sub>GA.
- Обучение на учители за реализиране на модела на обучение M<sub>2</sub>GA (работа с платформата *GeoGebra* и запознаване със същността на модела на обучение M<sub>2</sub>GA).
- Организиране на екипи от учители по математика за методическите разработки на учебните дейности по модела на обучение M<sub>2</sub>GA и учители по информатика за изработване на интерактивните работни листове в платформата *GeoGebra.org*.
- Създаване на интерактивни листове с учебни дейности по разработения модел на обучение M<sub>2</sub>GA за постигане на компетентностите, определени в учебните програми по математика за 5.–12. клас.

**Втори етап**

- Организиране и експериментиране на модела на обучение M<sub>2</sub>GA с целевите групи – ученици в 5. до 12. клас.
- Диагностика на резултатите от реализирането на експерименталния модел на обучение M<sub>2</sub>GA. Количествен и качествен анализ на резултатите от педагогическото изследване.
- Представяне на резултатите от реализирането на модела на обучение M<sub>2</sub>GA чрез публикации, форуми, конференции.
- Публикуване на разработените M<sub>2</sub>GA листове в уеб сайт.

**Целевите групи**, участващи в проекта, са две – учители по математика и ученици 5.–12. клас.

**Учителите** по математика:

- създават учебни проблеми по математика за 5.–12. клас;
- създават интерактивни листове по модела M<sub>2</sub>GA;
- използват интерактивните листове от модела на обучение M<sub>2</sub>GA като дидактически средства в учебния процес по математика:
  - в присъствена форма;
  - по модела „един ученик – едно устройство“;
  - обучение от разстояние в електронна среда – синхронно и асинхронно;
  - обръната класна стая;
  - прилагат метода „учене чрез решаване на проблеми“.

**Учениците:** придобиват компетентности, определени в учебните програми по математика за 5.–12. клас в електронна среда, като:

- изследват;
- експериментират;
- решават проблеми;
- откриват свойства и логически връзки;
- прилагат знанията си в познати и непознати ситуации;
- създават динамични конструкции.

Учители и ученици са участници в съвременен учебен процес по математика в електронна среда, основан на иновативни модели и технологии.

**Очакваните ефекти** от реализирането на проекта MCGA са:

- повишени дигитални и методически умения на учителите по математика, чрез проведените обучения;
- приложение на интерактивни листове в обучението по математика в 16 паралелки от 5.–12. клас;
- публикуване и популяризиране на разработените интерактивни листове в уеб сайт;
- представяне на резултатите от реализирането на модела на обучение MCGA в публикации, форуми, конференции.

Предизвикателствата на динамичното съвремие изискват все повече прилагане на интерактивни методи, иновативни технологии и адаптивни дидактически средства за осъществяване на образователен процес в различни условия. Изискванията към учителите и към техните дигитални компетентности все повече се увеличават. Тяхна е и отговорността да изберат най-подходящите методи, форми и дидактически средства за реализиране на обучение в присъствена и дистанционна форма, в електронна и неелектронна среда, онлайн и офлайн, синхронно и асинхронно.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] J. НIEBERT et. al. Problem Solving as a Basis for Reform in Curriculum and Instruction: The Case of Mathematics. *Educational Researcher*. 25. 12-21. 10.2307/1176776, 1996.
- [2] Т. СНЕНЛАРОВА, Г. ГАСЧЕВ, Р. КЕНДЕРОВ, Е. СЕНДОВА. A Virtual School Mathematics Laboratory. V-та Национална конференция по електронно обучение. Русе, 16–17.06.2014, 146–151.
- [3] А. ХУТОРСКОЙ. Дидактика. Учебник для вузов. Стандарт третьего поколения. Москва, Питер, 2017.
- [4] В. Оконь. Въведение в общую дидактику. Москва, Высшая школа, 1990.
- [5] Н. КОЛИШЕВ. Педагогическите умения на учителите. Контрол и оценка на учебните постижения на учениците. Книга седма. София, Захарий Стоянов, 2015.
- [6] Н. КОЛИШЕВ. Теория на педагогическите умения на учителите. София, Захарий Стоянов, 2018.
- [7] Н. ТОНЧЕВА. Софтуерни технологии за създаване на дидактически материали за обучението по математика, УИ „Епископ К.Преславски“, Шумен, 2011.
- [8] П. КЕНДЕРОВ. Предговор в „Добри практики в образованието по математика и ИТ за развиване на ключови компетентности“, ред. Т. Чехларова и Е. Сендова, Издателство Макрос, 2015, 7–11.
- [9] П. КЕНДЕРОВ, Т. ЧЕХЛАРОВА. Оптимални конични съдове (Изследвания с динамични конструкции), Макрос 2000, 2018.
- [10] С. ГРОЗДЕВ, Т. ЧЕХЛАРОВА. Методика и информационни технологии в образованието. В: Сборник доклади „Руската наука, образование и култура в съвременния свят“, 30.09–01.10.2008, Стара Загора, 27–35.

Павлин Петков  
e-mail: p.petkov.varna@gmail.com  
Севдалина Георгиева  
e-mail: sevdalina.m.georgieva@gmail.com  
Елена Колева  
e-mail: elkolevako@gmail.com  
ул. „Академик Андрей Сахаров“ 15, партер, офис № 4а  
кв. Победа, 9009 Варна, България

**MATHEMATICS IN AN ELECTRONIC ENVIRONMENT  
WITH GEOGEBRA ACTIVITY – M<sub>e</sub>GA**

**Pavlin Petkov, Sevdalina Georgieva, Elena Koleva**

Within the program “The next 10 – in support of that matter in the next ten years” in the “Online Learning” section of the America for Bulgaria Foundation The Union of Bulgarian Mathematicians – UBM-Varna section, participates with the project “Mathematics in electronic environment Geogebra Activity/Classroom (M<sub>e</sub>GA)”. The results of its implementation are suitable for usage by mathematics teachers for the needs of e-learning 5th–12th grade.