

## Принцип на Дирихле

1. а) Докажете, че от 13 приятели винаги има двама, родени в един и същ месец.  
б) Докажете, че измежду 25 приятели има трима с една и съща зодия.
2. На дъската са записани 11 естествени числа. Докажете, че измежду тях винаги могат да се изберат две числа с разлика, кратна на 10.
3. В клуб членуват англичани и французи, всеки от които е или математик, или физик, или химик. На един конгрес участвали 19 члена на този клуб. Докажете, че сред тях има четирима с една и съща националност и професия.
4. Хиляда и едно джуджета обитават 20 двора, всеки от които има по 5 стаи. Най-малко колко джуджета живеят в най-населената стая?  
(А) 10; (Б) 11; (В) 51; (Г) 2.
5. Може ли вълшебникът Мерлин да запише цифрите 0, 1 и 2 в магически квадрат  $3 \times 3$  така, че всички сборове по редове, стълбове и диагонали да бъдат различни?
6. Подът в двореца на принцеса Моргана е шахматно оцветен квадрат  $5 \times 5$ , във всяко поле на който стои джудже. В даден момент всяко джудже преминава в съседно поле. Докажете, че някъде по дъската ще остане свободно поле и в някое поле ще има повече от едно джудже.
7. На един прием, 14 от рицарите на Крал Артур разказали за общо 100 подвига. Докажете, че някои двама от тях са разказали равен брой подвизи.
8. Вярно ли е, че в компания от 10 човека винаги ще се намерят двама с един и същи брой приятели в компанията?  
(Приемаме, че ако А е приятел на В, то и В е приятел на А.)
9. В чекмедже има 12 различни чифта чорапи. Колко чорапа най-малко трябва да се извадят от чекмеджето в тъмното, за да е сигурно, че измежду тях има чифт еднакви чорапи?  
(А) 13; (Б) 25; (В) 37; (Г) 48.49

**10 - за домашно.** В произведението

С . Л . Ъ . Н . Ч . О . Г . Л . Е . Д . И

на всяка буква съответства цифра, като на различните букви съответстват различни цифри. На колко е равно това произведение?

**11 - за домашно.** В един град има 2 училища, в които учат ученици от 1 до 12 клас. Колко най-малко ученика от този град трябва да се поканят на коледно тържество, за да има със сигурност трима от едно и също училище и един и същи клас?

**12 - за домашно.** Колко най-много ореха трябва да се раздадат на 20 деца, за да е сигурно, че някои две деца имат равен брой орехи?