

ОТ МРЕЖИ НА ПЕТРИ КЪМ ОБОБЩЕНИ МРЕЖИ

Поля Гочева, Валери Гочев

Висше училище “Колеж по телекомуникации и пощи”

poly_gocheva@abv.bg, valeri_gochev@abv.bg

Резюме: Настоящият доклад включва неформално въведение в мрежите на Петри и обобщените мрежи. Използването им за симулиране на реални системи е дискутирано на базата на постепенно усложняващи се примери, като са направени и бележки във връзка с области на приложение и класове решавани задачи. При мрежите на Петри акцентът е поставен върху различните техни модификации, а в описанието на обобщените мрежи са дадени сведения за предикати на преходи и характеристики на ядра.

Ключови думи: обобщени мрежи, мрежи на Петри

Въведение

В своята дисертация, защитена през 1962 г. в Бон, Германия, Карл Адам Петри предлага като средство за моделиране на паралелни процеси нов формализъм [1], който в изследвания на други автори бива именуван “мрежи на Петри”, допълнително анализиран и развит [2]. Публикациите, засягащи теория и приложение на мрежи на Петри, са много на брой, но трябва да се отбележи, че в последните години се забелязва известен спад. Според авторите причина за последния са някои дефиниции, които ограничават и теоретичните изследвания, и класовите задачи, решими с този инструментариум.

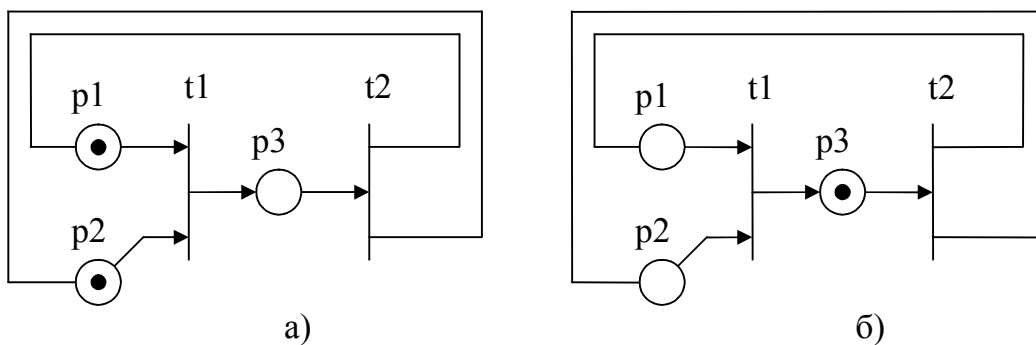
Обобщените мрежи са създадени от Красимир Атанасов през 1982 г [3]. Те действително (според името си) обобщават функционал-

но всички мрежи на Петри, като представимостта е доказана в множество публикации [4]. Не по-малко съществен е фактът, че новите компоненти в обобщените мрежи предоставят повече възможности за адекватно моделиране на реални процеси [5]. Една от целите на настоящия доклад е да се обоснове чрез адаптирани от авторите примери използването на обобщени мрежи както вместо мрежи на Петри, така и в по-широк контекст като симулационни модели в ситуации, в които прилагането на последните е неефективно.

1. Мрежи на Петри

По-долу е направено кратко въведение в мрежите на Петри. Независимо от своята специфика, всички те притежават свързани с *дъги позиции* и *преходи*, през които преминават *ядра*. Тези компоненти се изобразяват графично, което осигурява нагледност на представянето.

Пример 1: На фиг.1.1 е изобразена *елементарна* мрежа [6]. Съгласно общоприети за този най-прост вид мрежи на Петри означенията позициите се задават посредством кръгове, преходите – чрез отсечки, дъгите – чрез стрелки, а ядрата – чрез точки. Всяка позиция на елементарна мрежа съдържа най-много едно ядро, т.е. налице са два варианта – присъствие или отсъствие на ядро, които се формализират чрез характерните за булевата алгебра символи “1” и “0”. Съвкупността от ядра във всички позиции се представя посредством *маркировка* с подредба според индексите на позициите; за елементарната мрежа от фиг.1.1 в случая а) тя е $M_0 = \langle 1, 1, 0 \rangle$ (*начална* маркировка), а в случая б) – $M_1 = \langle 0, 0, 1 \rangle$.



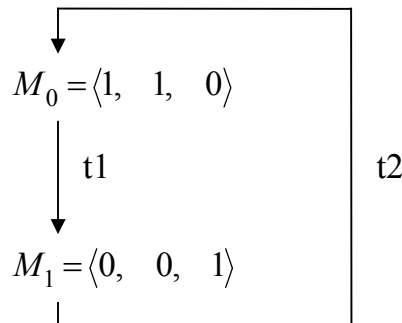
Фиг.1.1. Елементарна мрежа:

а) преди активирането на преход (*t1*); б) след активирането му.

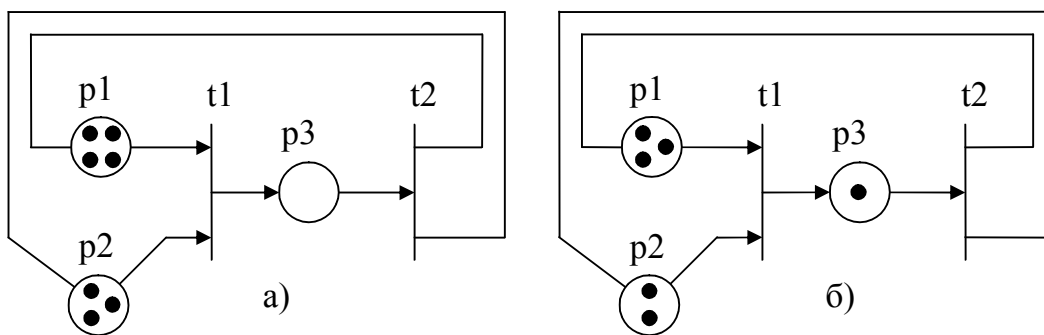
Всеки преход в мрежа на Петри има *входни* и *изходни* позиции, зададени чрез свързването им с ориентирани дъги към него. Преходи-

те могат да се *активират*, изтривайки ядра от входните си позиции и записвайки ядра в изходните си позиции, като по този начин се симулират промени в моделирани системи. При активиране на преход на елементарна мрежа се изтрива ядро от всяка негова входна позиция и се записва ядро във всяка от изходните му позиции. В разглеждания пример $t1$ се активира, променяйки маркировката от M_0 на M_1 . Предвид коментирания вече капацитет на позициите е ясно, че за да е възможно активиране, е необходимо всичките входни позиции на $t1$ да съдържат ядра, а изходните му позиции – да са празни; на фиг.1.2 е изобразен графа на възможните маркировки (включващ и активиращи се преходи).

Доколкото мрежите на Петри се използват най-вече като средство за моделиране, по-долу е дадена интерпретация на представената елементарна мрежа. В настоящото изложение последната се използва за симулация на ремонт на дадена техника от поддържащо подразделение по начина, описан в следващите редове. Ядро в позиция $p1$ отразява изправност на техниката, ядро в $p2$ – неангажираност на поделението в неин ремонт, а ядро в $p3$ – неизправност на техниката и участие на поделението в ремонта ѝ. Активиране на $t1$ моделира начало на даден ремонт, а $t2$ – неговия край.



Фиг.1.2. Граф от възможни маркировки

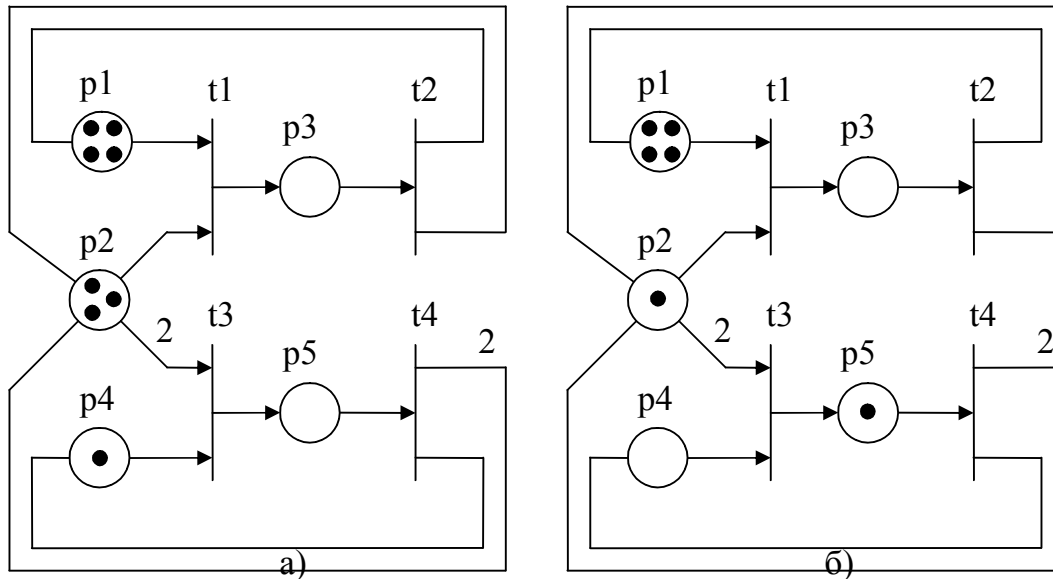


Фиг.1.3. Позиционно-преходна мрежа:

а) преди активирането на преход ($t1$); б) след активирането му.

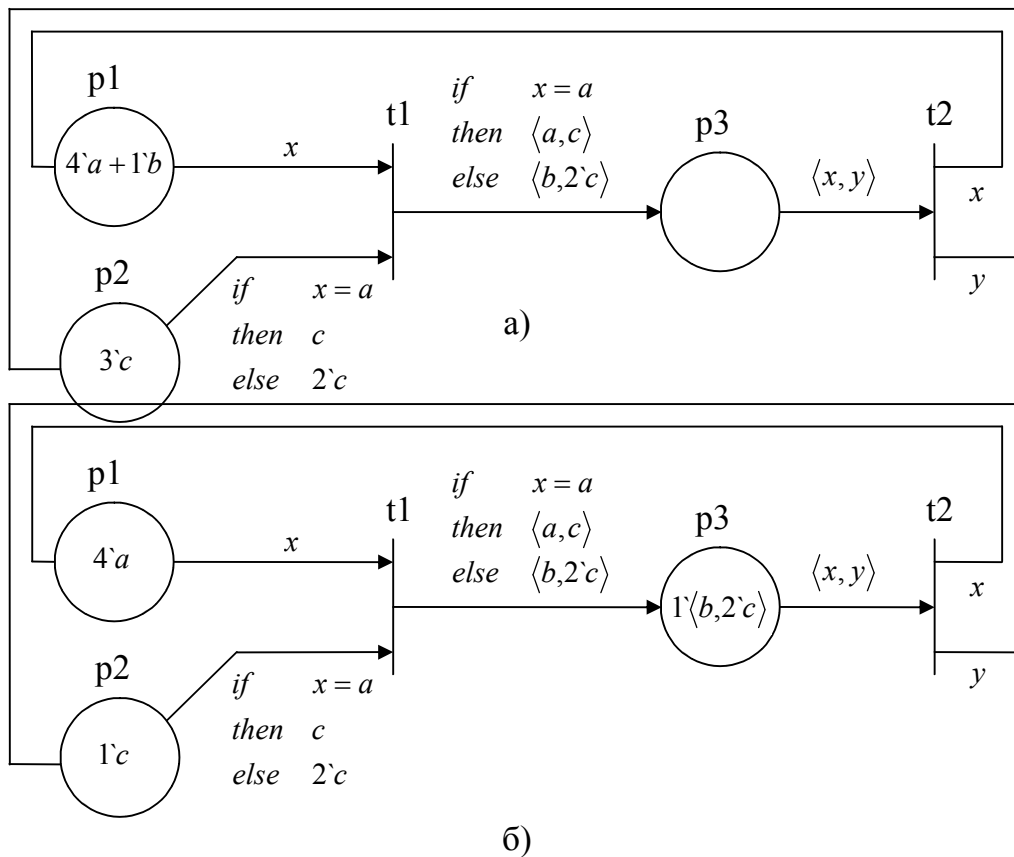
Пример 2: Ако реалната система от *Пример 1* се усложни до наличие на четири единици техника и три поддържащи подразделения, моделирането ѝ с елементарна мрежа би изисквало твърде голям брой позиции и преходи. Естествен начин за преодоляване на проблема е премахването на ограничението за максимум едно ядро в позиция. Като резултат се получава *позиционно-преходна* мрежа [6]. На фиг.1.3 са представени две от възможните ѝ маркировки. Съгласно отбелязаното в предходния пример, при активиране на преход се изтрива ядро от всяка негова входна позиция и се записва ядро във всяка от изходните му позиции. Разликата е в липсата на изискване изходните позиции да са празни. Ядрата и в тази мрежа на Петри не притежават никакви характеристики, което е коректно при еднаквост както на техниката, така и на функционалността на поддържащите я подразделения.

Пример 3: В *Пример 2* се предполага, че едно подразделение ремонтира една единица от разглежданата техниката. Ако още една единица от нея, но вече изискваща ремонт от две подразделения, бъде добавена в моделираната се система, то при неразличимост на ядрата е необходимо да се въведат нови позиции и преходи (фиг.1.4). На дъгата, свързваща $p2$ с $t3$, има етикет 2, указващ, че при активирането на $t3$ се изтриват две ядра от $p2$. Аналогично на дъгата, свързваща $t4$ с $p2$, има същия етикет, указващ, че при активирането на $t4$ се записват две ядра в $p2$.



Фиг.1.4. Позиционно-преходна мрежа с етикети на две от дъгите:
 а) преди активирането на преход (t_3); б) след активирането му.

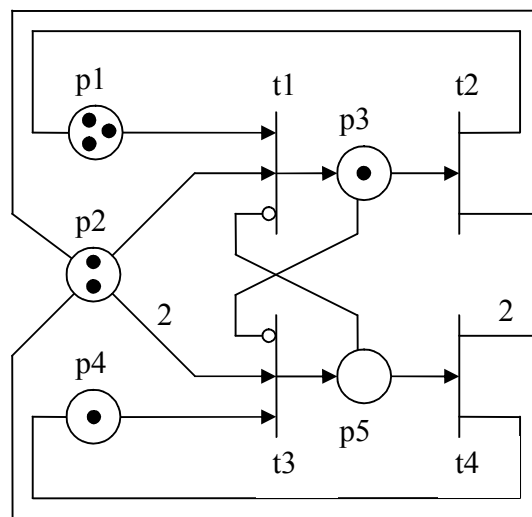
Пример 4: Еднаквостта на ядрата в горните мрежи на Петри възпрепятства представянето на сходни, но различни обекти в дадена позиция. Петте ядра от фиг.1.4 а), моделиращи техника, обаче, биха могли да присъстват в една (означена с $p1$ на фиг.1.5) позиция на *цветна* мрежа на Петри [7]; четирите еднотипни са с етикет a , а различното от тях – с етикет b . Цветните мрежи на Петри принадлежат към мрежите на Петри от високо ниво и се основават на т. нар. *мулти-множества*. На фиг.1.5 е указан гъвкав подход за определяне на броя на изтриваните и записващите се от $t1$ ядра чрез използване на условни оператори. Очевидно е, че с прилагането на цветната мрежа на Петри намалява броя на преходите, позициите и дъгите.



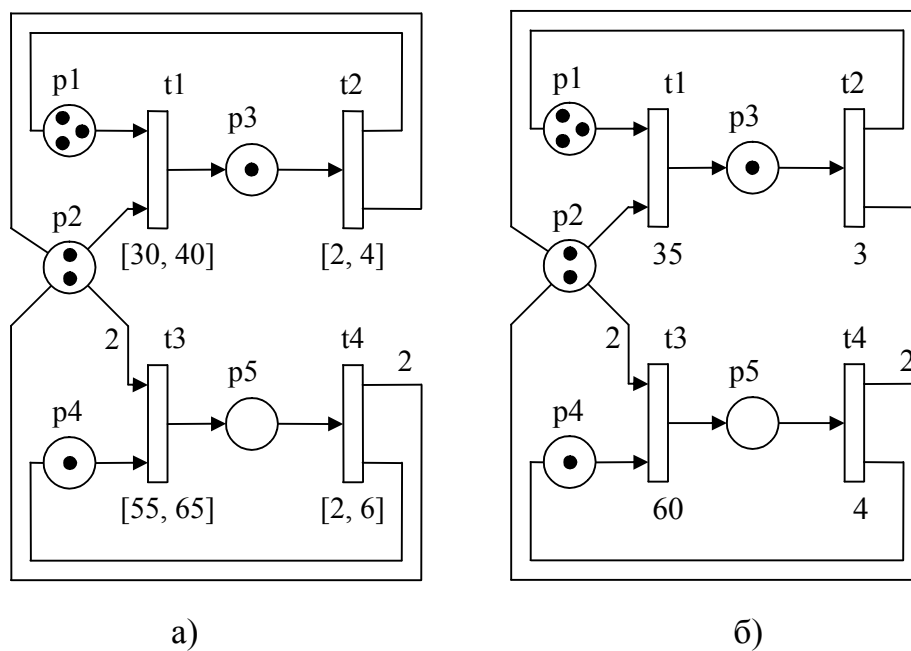
Фиг.1.5. Цветна мрежа на Петри:

а) преди активирането на преход ($t1$); б) след активирането му.

Пример 5: С цел представяне на типични за мрежите на Петри дъги, по-долу е направено допускане за невъзможност на едновременен ремонт на двата вида техника. Извършено е моделиране чрез *потискащи* дъги (в краищата на които има кръгове вместо стрелки), забраняващи активиране на прехода, към който са насочени при наличие на ядро в позицията, от която излизат (фиг.1.6). Така конструираната позиционно-преходната мрежа не може да се замени с цветна мрежа на Петри с по-малък брой позиции или преходи.



Фиг.1.6. Позиционно-преходна мрежа с потискащи дъги



Фиг.1.7. Мрежи на Петри с времеви компоненти: а) мрежа на Петри с времеви интервали; б) стохастична мрежа на Петри

Пример 6: Разгледаните по-горе мрежи на Петри не дефинират времеви компоненти. За разлика от тях, изобраените на фиг. 1.7 притежават такива. В първата (фиг.1.7 а) присъстват интервали, лимитиращи времената от постъпването на определени мултимножества от ядра във входните му позиции на преходите до активирането на последните [8]. Във втората (фиг.1.7 б), дискутираните времена са зададени чрез вероятностни разпределения със средни стойности [9]. Ограниченията се вземат предвид при анализа; в някои случаи те обуславят подредба на активирания и редуциране на графи от възможни маркировки.

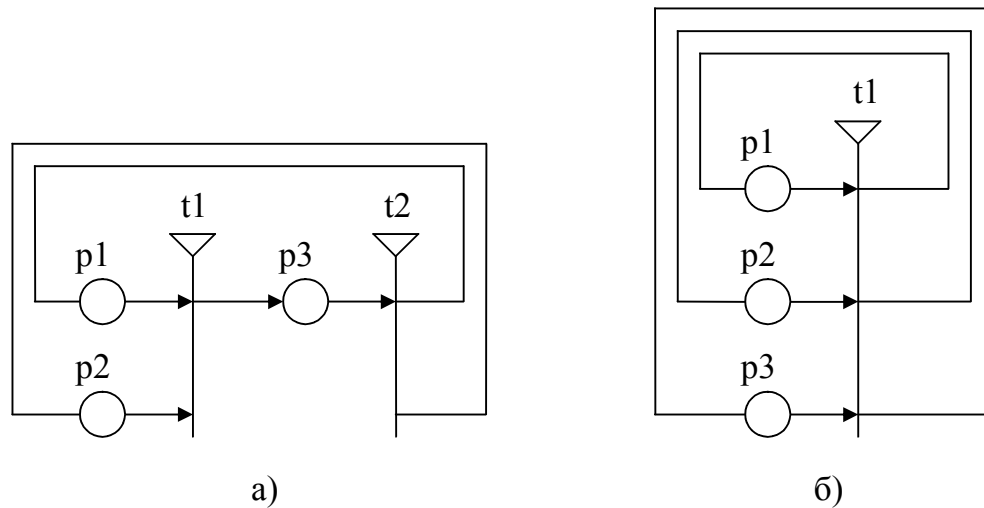
2. Обобщени мрежи

Обобщените мрежи са с по-сложна структура от мрежите на Петри. Компонентите им теоретично се разделят на статични, динамични, времеви и памет [5]. Всяка обобщена мрежа притежава времева скала, а активирането на преходите ѝ се извършва в дискретни моменти от време. Един от факторите, обуславящи възможност или невъзможност за активиране на преходите са асоциирани с тях предикати (подредени в *индексирани* матрици). Във всеки моделен момент от време специфична функция определя вярностни стойности за предикатите. Преминавайки през преходите, ядрата получават нови характеристики посредством *характеристична* функция. Графичното означение на преход в обобщена мрежа е отвесна черта с триъгълник над нея (фиг.1.8), като последният указва структура, съдържаща седем компонента.

Пример 7: На фиг.1.8 а) е представена графична структура на обобщена мрежа, моделираща процесите от *Пример 3* и *Пример 4* по начин, който е максимално близък до мрежите на Петри от тези примери. Ядрата на обобщените мрежи обикновено не се изобразяват; причина за това са допускания за големия им брой и сложните им характеристики. В конкретния случай характеристиките са същите като тези от цветната мрежа на Петри от *Пример 4*.

В началния момент от функционирането на обобщената мрежа в позиция $p1$ има пет, а в позиция $p2$ – три ядра. В съответствие с дефинирани предикати в определени моменти от време през прехода $t1$ преминават или едно ядро с характеристика a и едно ядро с характеристика c , или едно ядро с характеристика b и две ядра с характеристика c . И в двата случая те се сливат в едно ядро с указаната на фиг.1.5 характеристика (съответно $\langle a,c \rangle$ или $\langle b,2c \rangle$). По сходен начин функционира и прехода $t2$, с тази особеност, че ядрата от пози-

ция $p2$ се разцепват на две или три ядра. За разлика от цветните мрежи на Петри, обаче, обобщените мрежи притежават механизми за определяне на моменти от време, в които преходите се активират (включително и чрез времеви компоненти, много по-гъвкави от представените в *Пример б*).



Фиг.1.8. Обобщена мрежа: а) с два прехода; б) с единствен преход.

Предикатите, асоциирани с преходите, се задават в индексирани матрици по следния начин:

$$I_1 = \begin{array}{c|c} & p3 \\ \hline p1 & u13 \\ p2 & u23 \end{array} \quad (1)$$

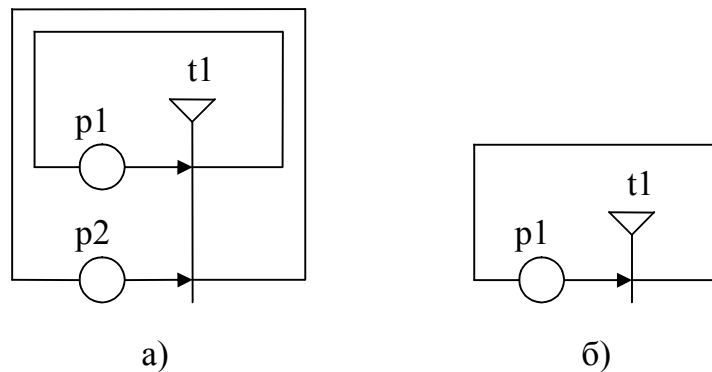
$$I_2 = \begin{array}{c|cc} & p1 & p2 \\ \hline p3 & u31 & u32 \end{array} \quad (2)$$

Двата прехода могат да се обединят в един, както това е показано на фиг.1.8 б). Неговата индексирана матрица от предикати (наричана още *условие* на прехода) трябва да има следния вид:

$$I_3 = \begin{array}{c|ccc} & p1 & p2 & p3 \\ \hline p1 & false & false & v13 \\ p2 & false & false & v23 \\ p3 & v31 & v32 & false \end{array} \quad (3)$$

Предикатите $v13$ и $v23$ осигуряват едновременно преминаване на ядра през $t1$. Аналогично $v31$ и $v32$ синхронизират трансфер през $t2$. Логическата стойност $false$ задава непреминаване на ядро от съответната входна към съответната изходна позиция. Обратно, логическата стойност $true$ (в примера отсъства такава) обуславя задължителен трансфер. Използване на преходи от вида, представен на фиг.1.8 б) води до по-лесно разграничаване на функционални части в големи модели.

Възможно е и намаляване на броя на позициите. Техниката в ремонт и ремонтите я подразделения са представими и чрез ядра в позиции $p1$ и $p2$ (фиг.1.9 а)). В този случай ядрата трябва да се различават и според участието (или неучастието) на моделираните обекти в ремонт. При още по-сложни характеристики, указващи и тип на моделирания обект (единица техника или подразделение), двете позиции могат да се обединят в една (фиг.1.9 б)). Теоретично е възможно и използването на единствено ядро в обобщена мрежа с графичната структура от фиг.1.9 б); в този случай то ще описва в своите характеристики текущото състояние на моделираната система. Последните могат да съдържат и част от историята на системата или дори цялата такава (това до голяма степен зависи от максималния брой запамятаващи се характеристики).



Фиг.1.9. Редуциране на графична структура на обобщена мрежа:
а) с две входно-изходни позиции; б) с една такава.

3. Някои области на приложение на мрежите на Петри и обобщените мрежи и класове решавани задачи

Съществува връзка между развитието на мрежите на Петри до обобщени мрежи и парадигмите в програмирането [10]. Първите мрежи на Петри (елементарните мрежи), създадени през 60^{-те} години на

миналия век, с използваната от тях булева логика са най-близко до програмиране на машинен език. Разработените по-късно мрежи на Петри от високо ниво с характерните си променливи съответстват на езици от високо ниво (пълно съвпадение на терминологията); определено може да се направи и паралел между йерархичните мрежи на Петри и структурното програмиране. При обобщените мрежи практически липсват ограничения за характеристиките на ядрата; разработчиците, занимаващи се с моделиране на реални процеси, са свободни да дефинират най-различни типове данни – процес, който е характерен за обектно-ориентираното програмиране. Изтъкнатите съответствия до голяма степен определят класовете задачите, които подлежат на решаване с различните модификации на мрежи на Петри или с обобщени мрежи. В допълнение, съгласно публикации за представимост, на модели, използващи мрежи на Петри, могат да се съпоставят модели със същата функционалност, използващи обобщени мрежи [4]. Доказателствата за представимост обикновено са конструктивни – указват не само съществуването на модели, но и начини за разработването им.

Много от приложенията на мрежи на Петри са в областта на комуникационна техника. Този факт е обусловен от редица фактори, сред които са добре формулираната проблематика, еднородността на процесите в локален план, наличието на строги времеви ограничения. Представянето, обаче, с мрежи на Петри на сложни телекомуникационни системи е невъзможно (или най-малкото – би било непрактично или непълно). За сравнение, обобщените мрежи имат потенциал за моделиране в последната област, който не е реализиран – в библиография за тях от 2007 г. 44 от общо 638 заглавия са в областта на компютърната и комуникационна техника [11]. Сходна е ситуацията с приложенията на мрежи на Петри и обобщени мрежи в логистиката; например, едва 8 от публикациите в последния източник са посветени на моделиране на транспортни системи.

Анализирайки цитираната библиография, обаче, трябва да се подчертае и присъствието на области, в които моделирането с мрежи на Петри е нехарактерно. Типичен пример са медицината и биотехнологиите; действително, невъзможно е разработените за техни цели обобщени мрежи да бъдат заменени от мрежи на Петри. Последният факт може да се отнесе и към области, свързани с понятието „изкуствен интелект“; в този случай особено отчетливо се проявява разликата във възможностите, предоставяни от двата формализма.

Заклучение

Въпреки несложността на разгледаните в изложението реални системи, в моделиращите ги мрежи на Петри се забелязват редица ограничения, възпрепятстващи по-адекватно представяне. Друг недостатък, който се проявява в тези мрежи на Петри, е липса или еднотипност на времеви компоненти. Работата с обобщени мрежи, напротив, предполага по-общ подход. Демонстрираната алтернативност на графичната им структура е една от предпоставките за конструиране на големи модели. Дефинираните в обобщените мрежи компоненти позволяват симулиране на изключително разнообразни процеси. Прилагането на обобщени мрежи, включително в нови области, представлява перспективно поле за изследвания.

Литература

- [1] Petri C.A., *Kommunikation mit Automaten*, Institut für Instrumentelle Mathematik, Schriften des IIM Nr.2, Bonn, 1962.
- [2] Peterson J., *Petri Net Theory and the Modeling of Systems*. Prentice Hall, 1981.
- [3] Atanassov K., On the concept "Generalized net", *AMSE Review*, Vol. 1, No. 3, 1984, 39-48.
- [4] Atanassov K., The generalized net which represents all Petri nets. *AMSE Review*, Vol. 12, No. 3, 1990, 33-37.
- [5] Atanassov K., *On Generalized Nets Theory*. "Prof. M. Drinov" Academic Publishing House, Sofia, 2007.
- [6] Reisig W., G. Rozenberg, Eds., *Lectures on Petri Nets I: Basic Models*, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 1491, Springer-Verlag, 1998.
- [7] Jensen K., *Coloured Petri nets: basic concepts, analysis methods and practical use*, Springer, 1996.
- [8] Wang J., *Timed Petri Nets, Theory and Application*. Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [9] Haas P., *Stochastic Petri Nets: Modelling, Stability, Simulation*. Springer Series in Operations Research and Financial Engineering, 2002.
- [10] Гочев В., Реализация на обобщени мрежи с помощта на обектно-ориентирано програмиране в среда за разработка .NET Framework. *Управление и образование, том VI, кн.4*, Университет "Проф. д-р Асен Златаров", Бургас, 2010, 227-231.
- [11] Alexieva J., E. Choy, E. Koucheva, Review and Bibliography on Generalized Nets Theory and Applications. *A survey of generalized nets (Choy E., M. Krawczak, A. Shannon, E. Szmidt, Eds.)*, Raffles KvB Institute Pty Ltd, 2007, 207-301.