

Рецензия

За дисертация за „доктор на науките“
Екстремални задачи в Евклидовата комбинаторна геометрия
за получаване на научната степен „доктор на науките“
в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика;
професионално направление; 4.5. Математика
Автор: доцент Данила Дмитриевич Черкашин, PhD
Секция „Математически основи на информатиката“
Институт по математика и информатика, Българска академия на науките

Настоящата рецензия е изготвена и представена въз основа на заповед № 68/25.03.2024 г. на директора на Института по математика и информатика, Българска академия на науките, за назначаване на научно жури и протокола от проведеното първо заседание на журито. на 27.03.2024г.

1. Представяне на кандидата. Данила Черкашин е завършил средно образование през 2009 г. в Санкт Петербург и висше образование (MS) през 2015 г. в Държавния университет на Санкт Петербург. Той е защитил докторска дисертация в професионална област 4.5 (Математика) през 2018 г., озаглавена „Екстремални проблеми при оцветяване на хиперграфи“ след докторска процедура в Петербургския отдел на Математическия институт на Стеклов на Руската академия на науките (PDMI-RAS). През 2018-2022 г. работи в ИПМИ-РАН, а от 2022 г. е в Института по математика и информатика на Българската академия на науките (ИМИ-БАН) като постдокторант (2022-2023 г.) и доцент от юли 2023 г.

2. Представени материали и предварителна защита. Всички необходими материали за допускане до предзащита и защита са представени в ИМИ-БАН в срок и съобразно изискванията на Правилника на ИМИ. Предварителната защита се провежда на 12.03.2024 г., последвана от положителна оценка за готовността за защита.

3. Актуалност на темата и целесъобразност на поставените цели и задачи. Дисертационният труд се състои от три основни части. Първата част (глави 2-4) разглежда определени проблеми за минимизиране на разстоянието в евклидовото пространство. Глава 5 определя независимостта и хроматичните числа на някои графи от типа Джонсън. И

накрая, третата част (глави 6-7) изследва хроматичните числа на някои геометрични обекти. На пръв поглед тези области звучат доста различно, но в действителност те са доста близки една до друга по природа: всички те оптимизират някои параметри, свързани с елементарни обекти. Тъй като разглежданите обекти са прости, решенията на тези оптимизационни проблеми изискват силни умения за решаване на проблеми. От друга страна, тяхната простота ги прави математическите задачи „на крачка от практическите приложения“. Фактът, че тези проблеми са във фокуса на международния интерес, се демонстрира с последните статии в областите, написани от известни автори като Peter Frankl, Daniela Kühn и Deryk Osthus. Обобщавайки, убеден съм, че темата на дисертацията е достатъчно актуална в международен мащаб.

4. Характеристика, оценка и принос на дисертационния труд. Дисертацията се състои от 7 глави. Глава 1 е само кратко въведение.

Глава 2 разглежда задачи, свързани с дървета на Steiner. Основният въпрос тук е да се намери минималната дължина на множество, правещо дадено (крайно или безкрайно) множество свързано в евклидовото пространство. Главата съдържа 3 три интересни нови резултата. Edelbrunner и Strelkova задават въпроса дали мярката на n -точковите конфигурации с повече от едно решение е нула или не. Теорема 2.1.1 дава отговор в много по-силна форма: доказва се, че въпросната Хаусдорфова мярка е $2n-1$. Теорема 2.1.4 е силно подобрение на резултата на Еделсбрунер и Стрелкова, като се твърди, че n -точковите конфигурации в равнината с уникално дърво на Щайнер са свързани по път (path-connected). Доказателството на тази теорема се основава главно на няколко хитри трансформации. Теорема 2.2.1 дава подобрена конструкция на безкрайно дърво на Щайнер, свързващо неизброимо множество. Фактът, че тази задача привлича голям интерес, се доказва от скорошния бърз отговор на други автори, леко подобряващи тази конструкция. Предложение 2.5.1 показва пътя към по-нататъшни изследвания.

Глава 3 се занимава със задачата на Джилберт-Щайнер. Това е тясно свързано с проблема с дърветата на Щайнер, но тук някои маси се транспортират през връзките. Основният резултат от тази глава е теорема 3.3.1, която твърди, че ако планарен поток има точка на разклонение със степен най-малко 4, тогава има поток със строго по-

малък функционал на Джилберт. Следствие от това е теорема 3.1.2, която гласи, че планарният проблем на Джилберт-Щайнер няма точка на разклонение от степен 4 или повече. Раздел 3.5 дава много добри отворени проблеми за бъдещите поколения.

Най-дългата (54 страници) глава е глава 4. Нейната основна задача е да се минимизира най-голямото разстояние до даден набор M от точки. В дуалната задача търсим набор с минимална дължина, който има разстояние най-много r от M . Тук теорема 4.2.3 дава конструкция на M с безкраен брой ъглови точки, така че да има уникален максимален минимизатор за M , който също е определен. Теорема 4.2.4 дава клас от прости криви, които са минимизатори на максималното разстояние. Основният резултат от тази глава е теорема 4.3.2. По-рано Миранда, Паолини и Степанов предположиха, че определена хубава конструкция (подкова) е решението за клас проблеми, където M има граница на радиуса на минималната кривина. Теорема 4.3.2 доказва това предположение за голям клас, поради което може да се нарече „Теорема за подковата“. Нейното доказателство съдържа много стъпки с много идеи. В края на главата има дълъг списък (2 страници) с интересни отворени въпроси.

Графите от типа на Джонсън в глава 5 са тясно свързани с теорията на екстремалните множества. Основните резултати в тази глава са, от една страна, теореми 5.1.7, 5.1.8 и 5.1.9, точно определящи числата на независимост на някои естествени графи от тип Джонсън, от друга страна, теореми 5.1.10, 5.1.11 и 5.1.12 дава доста строги долни и горни оценки на хроматичните числа на някои други графи от типа на Джонсън. Приятна изненада за рецензента е, че неговият метод е използван при доказателствата. Конструкциите са базирани на кодове на Рийд-Соломон.

Глава 6 изследва хроматичното число на безкрайния граф, чийто набор от върхове двумерна сфера с радиус r и два върха са съседни, ако тяхното евклидово разстояние е точно 1. Тривиално е, че това хроматично число е 2, ако r е $\frac{1}{2}$, но не беше ясно какво се случва, ако r е малко по-голямо. Симънс изказва хипотеза през 1976 г., че хроматичното число е 4. Сега (след 48 години!) Черкашин и Воронов доказват тази

хипотеза. Това е истински пробив! Доказателството, разбира се, е дълго и умно. Отворените въпроси също не липсват в края на тази глава.

Глава 7 изучава хроматичното число на обект с по-голяма размерност, наречен срез. Основният резултат от главата определя това хроматично число за геометричния обект, което е произведение от три копия на реалната права и шест копия на интервала $[0, e]$, където e е малко положително число. Теорема 7.1.2 твърди, че това хроматично число е между 10 и 15. Горната граница лесно следва от известни резултати, но долната граница е доста трудна за доказване. Доказателството се основава на Теорема 7.1.3, твърдение за оцветяване на правилни d -мерни симплекси и е от независим интерес. За съжаление в края на тази глава има само един открит проблем.

В заключение, това е отлична работа по международните стандарти, съдържаща важни резултати с трудни доказателства.

5. Критични бележки и препоръки. Броят на правописните грешки е много нисък и ще превода само два примера, само за да покажа, че рецензентът е прочел тезата: на страница 8 в теорема 2.1.1 n трябва да е поне 4, не най-много, в последния ред на страница 116 n трябва да се замени с d .

6. Приноси на дисертационния труд. Рефератът (авторефератът) представлява добра препратка към научните приноси в дисертацията. Приемам тази препратка и съм напълно съгласен с нейните твърдения. Получените резултати и техният брой според мен отговарят на високите стандарти на ИМИ-БАН за докторска дисертация.

7. Лични впечатления. Никога не съм срещал автора. Видях само неговата „защита“ онлайн. Правеше впечатление на истински учен.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представената дисертация, авторефератът и свързаните с нея научни трудове показват, че доц. Данила Черкашин е силен учен в областта на математиката, а именно в областта на екстремалните задачи за графи, крайни множества и геометрия. Той има значителни нови резултати в тези области.

Дисертацията съдържа оригинални теоретични резултати, които са много близки до практическите приложения. Изданията отговарят на всички изисквания на Закона за развитието на академичния състав в

Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и съответните Правилници на ИМИ-БАН. Представените материали и резултатът в дисертационния труд напълно съответстват на специфичните изисквания на ИМИ-БАН, приети във връзка с Правилника на ИМИ-БАН за прилагане на ЗРАСРБ.

Представените от кандидата материали не повтарят тези от предходни процедури за придобиване на научно звание и заемане на академична длъжност. Не е открит плагиатизъм в дисертацията и свързаните с нея публикации.

Дисертацията показва, че доц. Данила Черкашин притежава задълбочени теоретични познания и професионални умения. Той демонстрира качества и умения за провеждане на изследвания с оригинален и световно значим принос.

Поради изложеното с увереност давам положителната си оценка на проведеното изследване, представено в рецензирания дисертационен труд, автореферата, постигнатите резултати и научния принос и предлагам на уважаемото научно жури да присъди научната степен „доктор на науките“ на Данила Черкашин в област на висшето образование 4. „Природни науки, математика и информатика“, професионално направление 4.5 „Математика“.

Будапеща, 24 април, 2024

Подпис:

Дюла ОН Катона

Професор, дмн