Рецензия

По процедура за присъждане на научна степен ”професор”, на доц. дмн Емилия Григорова Бажлекова, в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5 Математика, научна специалност ”Математически анализ” (Приложения на дробното смятане)

от проф. дмн Цвятко Рангелов, член на Научното жури, назначено със заповед N: 206/16.07.2024 г. на Директора на Института по математика и информатика, БАН, утвърдено от НС на ИМИ на 31.05.2024 г. (протокол N: 7).

1) Конкурсът, със срок 2 месеца, е обявен в ДВ бр. 43 от 17.05.2024 г. за нуждите на Института по математика и информатика, БАН. За участие в него документи е подала доц. дмн Емилия Григорова Бажлекова. Тя завършва ФМИ на СУ ” Св. Кл. Охридски” през 1986 г. През 2001 г. защититава дисертация (легализирана в България като ОНС ”доктор” през 2011 г.) в Техническия университет на Айндховен, Нидерландия на тема ”Дробни еволюционни уравнения в Банахови пространства”. През 2022 г. защитава дисертация за доктор на математическите науки в ИМИ, БАН, на тема "Принцип за субординация на обобщени дробни еволюционни уравнения".

Доц. Бажлекова е била докторант в секция Комплексен анализ на ИМИ-БАН (1989 г. - 1993 г.), математик в същата секция (1995 г. - 2004 г.), математик и асистент в секция Анализ, геометрия и топология на ИМИ-БАН (2011 г. - 2014 г.) и доцент към същата секция от 2014 г. до днес.

2) Научната дейност на доц. Е. Бажлекова е в областта на диференциалните уравнения с дробни производни, специални функции на дробното смятане, конволюционен анализ и приложенията им. Тя има 57 публикации, от които за участие в конкурса са представени 22, публикувани след 2014 г. и не участвали в конкурса за доцент. От тях 16 са статии в списания [1, 2, 4, 6 - 10, 15 - 22] и 6 са публикации в международни конференции [3, 5, 11 -14]. Статиите са публикувани в реномирани научни издания по математика и физика като: Fract. Calc. Appl. Anal. - 3; J. Comput. Appl. Math. - 1; Int. J. Appl. Math. - 1; Fractal Fract. - 4; AIP Conf. Proc. - 6; Comp. Math. Appl. - 1; Numer. Math. -1; Biomath -1; J. Theor. Appl. Mech. -1; J. Ineq. Spec. Funct. - 1; Serdica Math. J. -1; Compt. Rend. Acad. Bulg. Sci. -1.

С импакт фактор (IF) са 11 публикации [1, 4, 7, 10, 15, 16, 18 - 22], 7 са с SJR [3, 5, 11 - 14, 17] и 4 без IF/SJR [2, 6, 8, 9] индексирани в Scopus или ZentralBlatt. От публикациите 18 са в съавторство с I. Bazhlekov, S. Pchenichnov, D. Vasileva, B. Jin, Z. Zhou, R. Lazarov, K. Tsocheva и 4 са самостоятелни.

Взимайки предвид теоретичните резултати, получени в статиите и научните интереси на колегите, считам, че приносът на кандидата в съвместните публикации е равностоен със съавторите й. Също така резултатите на нито една от горните 22 публикации не са включени нито в материалите по конкурса на доц. Е. Бажлекова за доцент през 2014 г., нито в защитената през 2022 г. дисертация за доктор на науките.

Работите на доц. Бажлекова имат съществено място сред работите на колегите изследващи задачи с дробни производни и приложенията им. Впечатляват цитиранията на нейните публикации в последните години - след 2014 г. те са над 460 според базата данни Scopus, като от тях цитиранията на статиите, представени за настоящия конкурс, са 220. Нейни резултати са цитирани в монографии на автори като Y. Zhou (2014), Z. Yong (2021, 2023), Mainardi (2022). Ясно е, че са изпълнени изискванията на чл. 3(1), 4. от Правилника на ИМИ за поне 12 публикации с ИФ или SJR. Във връзка с чл. 2 от Правилника на ИМИ за "минималните изисквани точки по групи показатели" за кандидата за професор доц. Е. Бажлекова се получава следното: А - 50 т.; В - 134 т.; Г - 552 т.;Д - 336 т.; Е - 205 т., което означава, че това изискване е изпълнено.

3) Авторската справка правилно отразява съдържанието и приносите в трудовете на доц. Е. Бажлекова, представени за конкурса.

Тематиката на конкурса върху задачи с дробни производни и приложенията им е в актуална, интензивно развиваща се област от анализа и диференциалните уравнения. В последните години тази тематика е предмет на изследване както от математици, така и от специалисти по механика и физика. Редица са приложенията на дробното смятане в задачи от непрекъснатите среди, вискоеластичност, устойчивост на системи и др. Въпреки че операторите с дробни производни от ред α в случай на цели α са диференциални оператори, процесите, които се моделират с тях, както и методите на решение на задачи на Коши и гранични задачи, са съществено различни главно поради нелокалния характер на уравненията с дробни производни.

Представените трудове за участие в конкурса биха могли да се разпределят в следните групи:

3a) Изследване на решенията на дробни еволюционни уравнения и получаване на Дюамелови представяния.

3b) Линейни виско-еластични модели с дробни производни.

3c) Инвертни задачи за уравнения с дробни производни.

3d) Приложение на дробното смятане за моделиране на сложни физически процеси и разработване на числени методи за решаването им.

Ще се спрем по-подробно върху някои характерни статии от всяка от горните групи.

3a) Към тази група са работи [1 - 3, 9, 12, 13], като [1] е в Q1.

В [1] се изследва начално-граничната задача

$$\begin{cases} (1 + aD_t^{\alpha})u_t = \mu(1 + bD_t^{\beta})\Delta u + F(x,t), \quad x \in \Omega, t \in (0,T], \\ u(x,t) = 0, \quad x \in \partial\Omega, t \in [0,T], \\ u(t,x) = f(x), \quad x \in \bar{\Omega}, \end{cases} \tag{1}$$

където $0 < \alpha, \beta < 1$, $a, b \geq 0$, $\mu > 0$ и D_t^{γ} е дробна производна на Риман-Лиувил от ред γ:

$$D_t^{\gamma} f(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\gamma)} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\gamma}}\, d\tau, \quad 0 < \gamma < 1.$$

Такава начално гранична задача описва разпределението на скоростта на виско-еластично течение с дробен конститутивен модел на Oldroyd-B, обхващащ голям клас от флуиди като Нютонов, Модел на Максуел с дробни производни и др. Получени са нови резултати с използване на предложеното от И. Димовски (1990) конволюционно смятане и компактна форма на Дюамелово представяне на решението на (1). Представени са числени примери и методът е сравнен с метода на крайните разлики, прилаган за решаване на задачата (1). Тази статия е цитирана 51 пъти, което показва интереса към изследванията на доц. Бажлекова.

Работи [3, 12, 13] са върху изследване на уравнението в (1), като в [3, 12] се изучава по-общ абстрактен вид, в [13] при $\alpha = \beta$ и $F = 0$ се изследват свойствата на фундаменталното му решение.

Интересна е работа [9], в която се разглежда едномерна начално-гранична задача за уравнение на дифузията от разпределен ред

$$\begin{cases} \partial_t^{|\mu|} u(x,t) = u_{xx}(x,t), \quad x \in (0,1), t > 0, \\ u(0,t) = u(1,t) = 0, \quad t \geq 0, \\ u(x,0) = f(x), \quad x \in [0,1], \end{cases} \tag{2}$$

където $f \in C^2([0,1]), f(0) = f(1)$ и $\partial_t^{|\mu|}$ е дробна производна от разпределен ред, дефинирана като

$$\partial_t^{|\mu|} = \int_0^1 \mu(\beta) \partial_t^\beta d\beta, \quad \partial_t^\beta f(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\beta)} \int_0^t (t-\tau)^{-\beta} f'(\tau) d\tau, \quad \beta \in (0,1),$$

е дробна производна на Капуто и μ е теглова функция, $\mu \in C([0,1]), \mu \geq 0$. Решението на (2) е намерено с прилагане на представяне на Дюамел като конволюция на частно решение и началната функция.

Ще отбележим, че в работи [1, 2, 9], съществено се прилага конволюционното смятане на И. Димовски (1990) при получаване на нови резултати за начално-граничните задачи с дробни производни.

3b) Към тази група са работи [7, 8, 10, 19, 20] от които [10, 19, 20] са в Q1.

Характерно за тази група публикации е разглеждането на различни линейни конститутивни закони, обобщение на класически такива. Виско-еластичните модели се определят от зависимостта между напрежението $\sigma(x,t)$ и деформацията $\varepsilon(x,t)$. В механиката на непрекъснатите среди важно значение имат законите на Максуел, Джефери, Зенер, а в последните години поради многобройните приложения се изучават и техните дробни обобщения. Така например:

- дробен модел на Максуел $(1+aD_t^\alpha)\sigma(x,t) = bD_t^\beta \varepsilon(x,t), 0 < \alpha \leq \beta \leq 1, a, b > 0$, на който е посветена работа [8];
- дробен модел на Джефри $(1 + aD_t^\alpha)\sigma(x,t) = (1 + bD_t^\beta)\dot{\varepsilon}(x,t), 0 < \alpha, \beta < 1, a, b > 0$, на който е посветена работа [10];
- дробен закон на Бюргерс $(1+a_1 D_t^\alpha + a_2 D_t^{2\alpha})\sigma(x,t) = (1+b_1 D_t^\beta + b_2 D_t^{2\beta})\dot{\varepsilon}(x,t),\ 0 < \alpha \leq \beta \leq 1, a_j, b_j > 0$, на който е посветена работа [7];
- обобщен закон на Зенер $(1 + aD_t^{(k)})\sigma(x,t) = (1 + bD_t^{(k)})\varepsilon(x,t), a, b > 0$ на който са посветени работи [19, 20]. Тук $D_t^{(k)}$ е обобщена конволюционна производна от типа на Риман-Лиувил с ядро $k(t)$.

В посочените работи се изследва въпросът за условията които удовлетворява модула на релаксация $G(t)$, дефиниран с равенството

$$\sigma(x,t) = \int_0^t G(t-\tau)\dot{\varepsilon}(x,\tau)d\tau, t > 0.$$

За да има моделът с дробни проиводни физически смисъл, трябва да са изпълнени условията $G(t) \geq 0, G'(t) \leq 0$, $t > 0$. В работите от тази група са намерени необходими условия за изпълнение на това условие, както и достатъчни за по-силно условие $(-1)^n G^{(n)}(t) \geq 0$, $t > 0, n \in \mathbb{N}$.

3c) Към тази група са работи [15, 16, 22], като и трите са в Q1.

В работи [15] и [16] се изследва обратна задача за определяне на функцията $h(x)$ и решението $u(x,t)$ при зададена функция $g(x)$ в начално-граничната задача

$$\begin{cases} D_t^{(k)} u(x,t) = u_{xx}(x,t) + h(x), \quad x \in (0,1), t \in (0,T), \\ u_x(0,t) = u_x(1,t) = 0, u(1,t) = 0, \quad t \in (0,T], \\ u(x,0) = 0, u(x,T) = g(x), x \in [0,1], \end{cases} \tag{3}$$

където $g(x), h(x) \in L^2[0,1]$ и

$$(D_t^{(k)} f)(t) = \frac{d}{dt}\int_0^t k(t-\tau)f(\tau) - k(t)f(0), \quad t > 0, k(t) \geq 0,$$

е обобщена дробна производна на Капуто. В [15] задача (3) се изучава в пространството на непрекъснатите функции, докато в [16] в пространства на Соболев. В [22] по-сложна задача от (1) се изследва с принципа на субординация, развит от доц. Бажлекова в докторската й дисертация. Трябва да се отбележи, че задачи от вида (3) са сложни, предмет са на интензивно изследване, поради връзката им с аномални дифузионни процеси.

Изследванията на доц. Бажлекова върху задача (3) намират място сред колегите, което се вижда от това, че статия [15], публикувана 2021 г. вече е цитирана 26 пъти.

3d) Към тази група са работи [4 - 6, 14, 17, 18, 21], като [4, 21] са в Q1.

Като цяло публикациите са върху анализ на числени методи за решаване на сложни гранични задачи моделиращи с дробни производни процеси от физиката и механиката. Например в [4] е разгледан модел на Rayleigh-Stokes за обобщен флуид с дробни производни зададен с начално-граничната задача

$$\begin{cases} \partial_t u - (1 + \gamma \partial_t^\alpha) \Delta u = f, \quad x \in \Omega, t \in (0, T), \\ u(x, t) = 0, \quad (x, t) \in \partial\Omega \times (0, T], \\ u(x, 0) = v(x), x \in \Omega, \end{cases} \tag{4}$$

където $\gamma > 0$, ∂_t^α, $\alpha \in (0, 1)$ е дробна производна на Риман-Лиувил от ред α, дефинирана в 3а). За задачата (4) е разработен полу-дискретен Метод на крайните елементи от тип Гальоркин и е получена оптимална оценка на грешката за решенията.

Това е най-цитираната работа - 98 пъти.

В [21] за обобщение на модела на Jeffreys с дробни производни, по-сложен от уравнението в (4) е приложен принципът на субординация (тема на дисертацията на доц. Бажлекова за дмн) и е установен резултат за субординация на подходящи еволюционни уравнения с цял ред на производните.

Различни приложения на дробното смятане за моделиране на сложни процеси в естествознанието са предмет на останалите статии [5, 6, 14, 17, 18] в тази група.

4) Активно е участието на доц. Бажлекова след 2014 г. в научни проекти: 3 национални (ДФНИ И02/9 (2014-2017); ДО1-205/23.11.18 г. (2018-2021); BG05M2OP001-1.001-00 (2018-2023)) и 5 международни (КП-06-Русия/5 (2020-2023); по ЕБР - БАН-САНИ (2012-2016, 2017-2019, 2020-2023), БАН-ОИЯИ (2020-2022).

5) Нямам критични бележки. Познавам доц. Е. Бажлекова като трудолюбива и активно работеща в актуална област от математиката.

6) Заключение: Считам, че доц. дмн Емилия Бажлекова напълно удовлетворява изискванията на ЗРАСРБ, както и изискванията на БАН и ИМИ за конкурсната длъжност професор. Също така в представените за конкурса статии няма плагиатство.

Препоръчвам на научното жури да предложи на Научния съвет на Института по математика и информатика да избере доц. дмн Емилия Бажлекова за професор по професионално направление 4.5 ”Математика”, научна специалност ” Математически анализ ” (Приложения на дробното смятане).

4 септември 2024 г. Подпис:

Ц. Рангелов