

Становище

по дисертационен труд
на Иво Михайлов Михайлов

на тема “Кохомологии на Галоа и реализиране на p -групи като групи на Галоа”
за придобиване на научната степен “доктор на математическите науки”

област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика
професионално направление 4.5 Математика
научна специалност 01.01.02 “Алгебра и теория на числата”

1. Общо описание на представените материали

Представеният дисертационен труд на Иво Михайлов е посветен на така наречената “обратна задача” в теорията на Галоа. Дисертацията съдържа 186 страници и се състои от Увод, 6 глави, приложение и литература от 97 източника, само три от които на български език.

Представени са 15 статии по дисертацията от последните 11 години, от които 14 са в списания, три издавани в чужбина и три издавани в България. Четири от статиите са в J. Algebra, три в C.R. de l'Acad. Bulg. des Sciences, по две в Cent. Eur. J. Math., Math. Balk. (New Series) и Serdica Math. J. и една в Acta Arith. Седем от статиите са в списания с импакт фактор, като усредненият им импакт фактор е 0.511. Едната статия е в сборник с трудове на Пролетната конференция на СМБ. Четири от статиите са в съавторство, като приемам че участието на двамата съавтори във всяка от статиите е равностойно.

Към материалите е приложен списък на цитиранията на публикациите, включени в дисертацията. Посочени са 24 цитирания от български и чуждестранни автори, като много добра оценка за изследванията на дисертанта са 2 цитирания в монография на Ледет, издадена от Американското математическо дружество.

2. Обща характеристика на научната, преподавателска и научно-приложна дейност на дисертанта

Иво Михайлов е преподавател в катедра “Алгебра и геометрия” в Шуменския университет “Еп. К. Преславски” – асистент от 1996г., старши асистент от 2001, главен асистент от 2002 и доцент от 2007г. Изнася лекции по Линейна алгебра, ЛААГ, Алгебра и Теория на Галоа на студенти от различни специалности. Съвместният с проф. Никола Зяпков учебник по Висша алгебра и теория на Галоа, издаден през 2004г., е особено полезен за студентите с ясното му и изчерпателно изложение и добрия набор на текста.

3. Анализ на научните и научно-приложните постижения на дисертанта

Научните интереси на Иво Михайлов са върху обратната задача в теорията на Галоа, Нютеровата задача и кохомологии на Галоа.

В Увода на дисертацията се припомня определението на обратната задача на Галоа, която се състои от две части:

- Да се определи за крайна група G и поле K дали съществува разширение на Галоа M/K такова, че групата на Галоа $Gal(M/K)$ е изоморфна на G ;

- Ако G се реализира като група на Галоа над K , да се конструират в явен вид разширения на Галоа или полиноми над K , притежаващи G като група на Галоа.

Уводът съдържа и обзор на резултатите в световен мащаб, свързани с изучаването на тази задача, като е посочено и мястото в тях на изследванията на дисертанта. Те ще бъдат отделени в **болд шрифт** в съответните места на анализа по-долу.

В Глава 1 е изложен кохомологичният подход при изследване на задачата за вложимост в абелово ядро по работите на Яковлев, Башмаков, Ишханов, Лурье и Фадеев. **Получени са и нови резултати, които развиват задълбочено този подход и правят възможно пресмятането на необходимите и достатъчни условия за разрешимост на задачи за вложимост на редица крайни групи.** Дефинира се първо препятствие като определен елемент във втората кохомологична група и неговата тривиалност като хомологичен клас се свързва с известно условие за съгласуваност. Второто препятствие е елемент на първата кохомологична група и неговото разпадане е достатъчно условие за разрешимостта на задачата за вложимост. Посочена е връзката между препятствията за разрешимост на дадена задача за вложимост с абелово ядро и съответните препятствия за съпътстващите ѝ задачи. Намерени са критерии за достатъчност на условието за съгласуваност за решаване специфични задачи за вложимост, както и такива за редуциране определени задачи за вложимост към техни съпътстващи задачи.

Глава 2 е посветена на разработените от автора теоретични кохомологични критерии за задачата за вложимост с циклично ядро от прост ред. **Те позволяват точното пресмятане на препятствията на редица задачи за вложимост, касаещи p -групи.** Използван е съвременен и бързо развиващ се подход към задачата за вложимост, а именно теорията на ортогоналните представяния на крайни групи. Посочена е потенциалната приложимост на получените резултати в други конкретни области на математиката.

В Глава 3 са пресметнати препятствия за реализиране на малки 2-групи като групи на Галоа. Показан е начин за явни такива пресмятания над локални полета, както и реализирането на групите от ред 32 като групи на Галоа.

Глава 4 е посветена на пресмятането на препятствията за реализирането на редица p -групи и описанието на разширенията на Галоа, които реализират тези групи. Разгледани са двете неабелови групи от ред p^3 за p -нечетно просто – групата на Хайнзенберг с експонента p и групата с пораждащи g_1 и g_2 и определящи съотношения $g_1^p = g_2^p = 1$ и $g_1 g_2 = g_2 g_1^{p+1}$, както и четири неабелови групи от ред p^4 . В параграф 2 са анализирани задачи за вложимост, касаещи четири неабелови групи от ред p^4 , които притежават фактор-група от вида $H \times C_p$ за някоя група H от ред p^2 и описание, независимо от избора на p . **Намерени са препятствията за реализиране на тези групи като групи на Галоа с помощта на задачи за вложимост, асоциирани със съответните централни групови разширения.**

Описанието в явен вид на модулярните p -разширения на Галоа е съществена част от теорията на препятствията и то е направено в параграф 4 на Глава 4. Точното пресмятане на определени препятствия води до описание решенията на съответната задача за вложимост и такова представлява Теорема 4.3.1. Въз основа на нея в Теорема 4.3.2 е направено описание на всички $M(p^n)$ разширения, където с $M(p^n)$ е означена модулярната p -група от ред p^n . Илюстрация на доказаните в параграф 4 теореми е дадена в Пример 4.3.7, конструиращ конкретно разширение над $\mathbb{Q}$. Разгледани са и няколко примера на модулярни разширения, получени чрез анализ на конкретно препятствие.

Неабеловите групи от ред 2^{n+3} , имащи циклична подгрупа с индекс 2 са едни от най-често срещаните групи в работи, разглеждащи въпроси от теорията на Галоа. Намирането на необходими и достатъчни условия за реализирането на тези групи като групи на Галоа над произволни полета с характеристика различна от 2 представлява сериозно предизвикателство, като един все още нерешен напълно проблем при $n \geq 3$. При отслабени условия за корените на единицата дисертантът пресмята в Глава 5 препятствията на задачите за вложимост с циклично ядро от ред 2^n и дава пълно описание на разширенията на Галоа, реализиращи модулярната група от ред 2^{n+3} при направените предположения.

В Глава 6 са пресметнати препятствията за реализиране на неабеловите 2-групи, имащи циклична подгрупа с индекс 4, но нямащи циклична подгрупа с индекс 2. За целта е използвана класификацията на тези групи, направена от Ниномия. Разгледано е и приложение на намерените препятствия при нютеровата задача чрез нов подход, аналогичен на обобщението на обратната задача в теорията на Галоа.

В края на дисертацията в приложение е дадено описание на групите от ред 32 с изчислени техни характеристики – център, ранг и експонента.

Ще отбележим, че авторефератът на дисертацията отразява правилно приносите на дисертацията. Нещо повече – изложението в автореферата е направено по начин, който дори допълва на места някои изложения от дисертационния труд.

4. Критични бележки и препоръки

Някои от твърденията в дисертационния труд, например Теорема 2.3.8, биха имали по-стегнато звучене при използване по-кратки и повече изречения при формулирането им.

Могат да бъдат посочени и някои печатни или стилови грешки.

В Автореферата: – например на стр.2 ред 7 и ред 11 отдолу, стр.13 ред 8 отдолу, стр. 17 ред 2 и ред 6 отдолу.

В Дисертацията: - например на стр. 11 ред 13 отгоре, стр. 29 ред 15 отдолу, стр.45 ред 4 и ред 10 отгоре, стр.49 ред 5 отгоре.

Такива грешки са отстраними при внимателен прочит на Автореферата и Дисертацията и не намаляват цялостното много добро впечатление от тези два научни труда.

5. Лични впечатления за дисертанта

Информацията в Автобиографията на дисертанта, стегнатостта и пълнотата на изложението при проведената предзащита на дисертационния труд, на която присъствах, създадоха в мен много добри впечатления за д-р Иво Михайлов.

Заключение: Представените от д-р Иво Михайлов материали отговарят напълно на критериите и показателите за придобиване на съответната научна степен съгласно ЗРАСРБ, неговия Правилник и Правилниците за прилагане на ЗРАСРБ на БАН и ИМИ. Това и всичко казано по-горе ми дава достатъчно основания да препоръчам на уважаемото жури да предложи на НС на ИМИ да присъди на Иво Михайлов Михайлов научната степен "доктор на математическите науки" по научна специалност 01.01.02 "Алгебра и теория на числата".

Русе, 22.12.2011г.

Подпис:

Доц. д-р Цеца Рашкова