

**Рецензия на дисертационен труд на
Марин Владимиров Генов
„Функции холоморфни над крайномерни комплексни комутативни
асоциативни алгебри – някои локални, глобални и универсални аспекти“**

Професионално направление: 4.5. Математика
Докторска програма „Геометрия и топология“
Институт по математика и информатика при Българската академия на науките
(ИМИ-БАН)

Рецензията е изготвена от: доц. д-р Михаил Школников (ИМИ-БАН) като член на научното жури за защита на този дисертационен труд съгласно Заповед № 83/14.08.2026г на директора на ИМИ-БАН.

1. Обща характеристика на дисертационния труд и представените материали

Обемът на дисертацията е 227 страници според информационната карта в НАЦИД, като общият брой на цитиранията е 186. Работният език е английски; научното съдържание се състои от Въведение, Предварителна глава 0, Глава 1 „Диференциране върху $\mathcal{A}$ “ и Глава 2 „Интегриране върху $\mathcal{A}$ “, както и Приложение А „Структурни тензори“.

2. Кратка автобиография и лични впечатления от кандидата

Преди предзащитата не бях особено запознат с работата на автора на дисертацията, въпреки че се срещаме няколко пъти и обсъждахме математика. Той ми направи впечатление на човек с широки интереси и широк математически усет. Според мненията на други изследователи Марин Генов предпочита бавния стил на работа и държи на индивидуалните усилия. Въпреки това обемът на дисертацията и количеството литература в нея, както и задълбочените описания на цитираните работи, говорят за всеотдайност и професионализъм, както и за адекватност на времето, отделено за извършване на рецензираната работа.

От предоставеното CV виждам, че Марин Генов е бил в официална докторантска програма четири години и е отчислен от програмата през юни 2024 г. с право на защита. Година преди това той постъпва на длъжност „математик“ в ИМИ-БАН в секция „Анализ, геометрия и топология“, а през 2024 г. преминава в секция „Алгебра и логика“ първо на аналогичната длъжност „математик“, а следващата година я надгражда до „асистент“ в същата секция. Има известен преподавателски опит в Софийския университет и в Университета „Лудвиг Максимилиан“ в Мюнхен с курсове в различни области на анализа и алгебрата.

Освен това неговата дипломна работа от 2014 г. в Университета „Лудвиг Максимилиан“ под ръководството на Мартин Шотенлоер е посветена на L-функции, което показва, че компетентността му обхваща и теорията на числата. Магистърската му дипломна работа от 2018 г. в Софийския университет е озаглавена „Функции, холоморфни върху крайномерни комплексни асоциативни комутативни унитарни алгебри – някои локални, формални, глобални и универсални аспекти“ под ръководството на Емил Хорозов според предоставеното CV. Настоящата работа под ръководството на акад. Веселин Дренски, носеща много подобно име, изглежда е пряко продължение и много съществено разширение на споменатата магистърска дипломна работа, съдейки поне по ръкописа в arXiv от 2018 г. arXiv:1812.11661v2 „Functions Holomorphic over Finite-Dimensional Commutative Associative

Algebras 1: One-Variable Local Theory I“, което показва похвална вярност към темата и изключителна упоритост на автора.

3. Анализ на съдържанието на научните и приложните постижения на кандидата, съдържащи се в представения дисертационен труд и публикациите към него, включени в процедурата

Този дисертационен труд е монументален. На първо място, Предварителна глава 0 изгражда последователна алгебрична основа за по-нататъшното третиране на обобщението на холморфна функция за случая на променлива, принадлежаща на отворена област вътре в комутативна асоциативна унитарна алгебра над реалните или комплексните числа. Изборът на система от коефициенти е продиктуван както от топологични, така и от аналитични потребности на по-напредналите теми, развити в следващите две глави. Голяма част от материала в Глава 0 е представена в голяма общност и дори сама по себе си е много впечатляваща, тъй като може да послужи като основа за самостоятелен нетрадиционен курс по комутативна алгебра, покриващ въпреки това много от съществените теми, да речем, за правене на алгебрична геометрия. Изложението там, както и в следващите глави, е щателно и показва много добре развит математически вкус и обич към детайла.

Позицията на автора, изрично заявена във (великолепно написаното) въведение, е възхитителна и изключително смислена. Цитирам го по-долу: *„Но въпреки някои такива изолирани постижения, самият брой исторически „независими“ преоткрития говори само за доста окаяното състояние, в което се намира предметът на крайномерния комутативен А-анализ, което само по себе си трябва да се разглежда като негативно развитие, като се имат предвид живите му начала. Наистина, с някои забележителни изключения, областта показва тъжна тенденция авторите да обират (често едни и същи) най-ниско висящи плодове. Ние се стремим да поправим това, като оберем всички останали ниско висящи плодове. Нещастен, но не неочакван страничен продукт от гореспомнатото развитие е и разпръснатата природа на предмета.“*

Смятам, че този дисертационен труд е постигнал целта си. Всъщност, освен че е шедьовър на схоластиката (в добрия смисъл на думата), той има и значителна новост. Една такава е въвеждането на *спектралния подход* в крайномерната комутативна аналитична теория. Друга е откриването на обобщени оператори на Виртингер, действащи върху функции от алгебра към модул над нея, универсални за всички комутативни алгебри. Много класически резултати в теорията на функциите на една комплексна променлива са пренесени в много по-голяма общност, включително такава фундаментална теорема на Коши и Гурса, даваща характеристика на комплексната диференцируемост чрез контурно интегриране. Сред фундаменталните постижения, което на пръв поглед може да изглежда като техническа вратичка, улесняваща развитието на теорията, е въвеждането на снопа с междинна регулярност $\mathcal{F}_p^{\text{str}}$, който се държи добре при определени категорийни конструкции.

В допълнение към формалните теореми, пълните им доказателства и точните дефиниции, на които те се основават, работата представя необичаен (поне за рецензента) органичен синтез на алгебра, анализ и топология, в намаляващ ред на присъствие. Това според мен може да бъде бъдещо развитие към интегриране на техниките, съгласувано събрани и развити от автора на дисертацията, в основното течение на съвременната математическа мисъл, ако той желае, разбира се, или от други изследователи, работещи по близки теми. Наистина, впечатлението, което придобих след прегледа на библиографията, е, че текущото състояние на предмета остава сравнително непопулярно, въпреки че корпусът от съответната литература расте от втората половина на XIX век. Един изключителен пример за признато универсално признание на родствения начин на мислене са многообразиата на Фробениус,

развити и популяризирани от Юрий Манин.

Що се отнася до двете публикации, приложени като част от комплекта документи на процедурата, тази в Докладите на БАН накратко описва някои фундаментални резултати относно локалните аспекти на теорията, а тази в *Serdica Mathematical Journal* е по-съществен текст върху обобщението на интеграционната формула на Коши, разширяваща известни резултати на други автори. И двете са обхванати от представения дисертационен труд.

4. Аprobация на резултатите

По-старата публикация

M. Genov, „Holomorphy over finite-dimensional commutative associative C-algebras: local theory“, *C. R. Acad. Bulg. Sci.* 77(5), 2024, 646–656.

е съкратена версия от типа на съобщение на някои резултати, представени и доказани в дисертацията, по-специално свързани с локалната теория в случая на морфизма $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$.

Най-новата публикация

M. Genov, „The Generalized Homological Cauchy Integral Formula for A-Holomorphic Functions“, *Serdica Math. J.* 52 (2026), 185–204.

е по-фокусирано и самостоятелно изложение на случая на функция от отворено подмножество на алгебра към самата алгебра, като по този начин пренебрегва по-общата постановка, развита в дисертацията, където целта е крайно породен модул над тази алгебра.

Както се вижда от горното, и двете публикации са с един автор. Доколкото виждам, нито една от тях не е цитирана от други изследователи.

От предоставеното CV следва, че Марин Генов е изнесъл поне половин дузина доклади по темите, обхванати в дисертацията. Повечето от тях са били в ИМИ-БАН, но поне два са изнесени на международни конференции.

Научните работи отговарят на минималните национални изисквания и изискванията на ИМИ-БАН за придобиване на образователната и научна степен „доктор“ по математика. Не е забелязано плагиатство.

5. Качества на автореферата

Представеният автореферат е изключително солиден и изчерпателен, описва съдържанието на дисертацията много точно. Единственото ми притеснение е, че може да е по-дълъг от повечето подобни документи, въпреки че за такива не изглежда да има строго формално ограничение на страниците.

6. Критични бележки и препоръки

На първо място, литературната осведоменост на автора е зашеметяваща; той изглежда има всеобхватно разбиране на предмета и съседните области. Второ, както сам авторът отбелязва, изследването, дори на алгебрично ниво, е можело да бъде много по-ангажиращо, с въвеждането например на по-напреднала теория на модулите в многомерния случай. Това обаче не е недостатък, а по-скоро обещание за години ползотворна работа. От геометрична гледна точка би било желателно да се опита да се види какви биха били съответните теории за конкретните случаи на по-екзотични базови алгебри (като по-високоразмерни локални), различни от реалните, комплексните и дуалните числа, както и взаимодействията между

тях. Функториалността, която се подчертава в определени части на дисертацията, би могла да предостави подходяща основа за пренасяне на резултатите между тези геометрии.

Като читател все още смятам, че повече примери биха били полезни, въпреки че в дисертацията има някои. Това, което бих искал да видя в действие, по-специално, са аналитичните продължения. Конкретно предложение е следното: разгледайте класическия лакунарен ред над $\mathbb{C}$ и $\mathbb{C}[\varepsilon]/\varepsilon^2$ – какви са съответните области на аналитичност?

Накрая, все още като наивен в анализа и ЧДУ, ми се струва, че развитите техники биха могли да предоставят мощна рамка поне в някои от съответните ситуации, където симетриите са в изобилие.

7. Заключение

Запознавайки се с дисертационния труд, представен в процедурата, и съпътстващите научни публикации, и въз основа на анализа на тяхната значимост и на съдържащите се в тях научни и приложни приноси, потвърждавам, че представеният дисертационен труд и научните публикации към него, както и качеството и оригиналността на резултатите и постиженията, представени в тях, отговарят на изискванията на ЗРАСРБ на Република България, Правилника за прилагането му и съответните правила в ИМИ-БАН за придобиване от кандидата на образователната и научна степен „доктор“ по математика. По-специално, кандидатът покрива минималните национални изисквания в професионалното направление и не е открито плагиатство в научните работи, представени за конкурса.

Въз основа на горното силно препоръчвам да се присъди образователната и научна степен „доктор“ по математика на Марин Генов.