

С Т А Н О В И Щ Е

от доц. д-р Цецка Рашкова,

ФПНО – Русенски университет “Ангел Кънчев”

член на Научно жури съгласно Заповед № 83/14.08.2026 г.

на Директора на Института по математика и информатика – БАН

О Т Н О С Н О

Дисертационен труд за придобиване на образователна и научна степен ‘доктор’

Автор на дисертационния труд – **Марин Владимиров Генов**

Тема на дисертационния труд – ‘**Функции холоморфни над крайномерни комплексни комутативни асоциативни алгебри – някои локални, глобални и универсални аспекти**’

Област на висше образование – **4. Природни науки, математика и информатика**

Професионално направление – **4.5 Математика**

Докторска програма – **Геометрия и топология**

Научен ръководител – **акад. Веселин Дренски**

Обща характеристика на дисертационния труд

Дисертацията е в обем от 227 страници на английски език и се състои от Декларация за оригиналност, Посвещение и благодарности, Абстракт, Означения и конвенции, Въведение и структура, 3 Глави, Апендикс върху структурни тензори и Библиография. Представени са списъци на публикациите на дисертанта и докладваните резултати по темата на дисертацията. Списъкът с литературни източници съдържа 135 заглавия от чуждестранни автори.

Публикациите по темата на дисертацията са две. Те са в издания на БАН със съответен индекс $IF=0.3$ за [Gen24] и $SJR=0.173$ за [Gen26]. Докладваните резултати по темата на дисертацията са 6 – на 3 институционални семинара и на 3 международни научни форума в страната.

Авторефератът е в обем от 46 страници, оформен е съгласно изискванията и отразява по същество поставените цели, получени резултати и приноси.

Забележка – На места има различия в номерацията на отделни твърдения в дисертацията и автореферата. В становището ми е използвана номерацията, съответстваща на тази в дисертацията.

Главната цел и мотивация на дисертацията е да даде солидна основа за развиване геометрията над крайномерни комутативни асоциативни алгебри в духа на теорията на Римановите повърхнини и по-общо на комплексно-аналитичната геометрия.

Чрез основния език на комутативната алгебра, алгебричната топология и диференциалната геометрия е направено подробно изучаване на диференциране и интегриране над крайномерни представяния на разглеждания тип алгебри чрез взаимодействието между анализа и базови алгебрични категорно-теоретични конструкции.

Познаване на проблема - Изложението без съмнение показва задълбочено познаване на разглежданите въпроси. Богатият научен потенциал на дисертанта е виден и от цитираните литературни източници, които са от 16 различни подобласти на алгебрата, геометрията и топологията.

Кратко описание на съдържанието

Отправна точка на дисертацията са крайномерни представяния ρ на разглежданите крайномерни комутативни асоциативни алгебри и като продължение на тези представяния разглеждане морфизми на тези алгебри.

Нека A е K -алгебра от посочения вид, $K \in \{R, C\}$ и M е крайно породен A -модул. Изложението представлява обобщение на теорията на векторно значните холоморфни функции на една променлива върху множеството от функции с A -линеен диференциал, като ролята на C се изпълнява от A , а на съответното комплексно векторно пространство – от крайно породения A -модул.

Глава 0 съдържа предварителни сведения и дефиниции, структурирани в 3 раздела. Раздел 0.1 е алгебричната подготовка с 13 подтеми. Раздел 0.2 излага факти за групата на единиците на алгебрата A . Раздел 0.3 е посветен на нормирани алгебри и матричен анализ.

Глава 1 съдържа резултати, свързани с чисто алгебричната основа на направените в дисертацията изследвания.

Глава 2 аргументира разглеждания топологичен апарат.

Раздел 1.1 е посветен на диференцируемост относно представянето ρ .

В Раздел 1.2 са доказани различни автоматични ρ -диференцируеми продължения на ρ -диференцируеми функции и пълни канонични факторизации /за разглежданите представяния ρ /.

В Раздел 1.3 са формулирани хомогенните обобщени уравнения на Коши-Риман-Шеферс /включени в публикация [Gen24] на дисертанта/ за ρ -диференцируеми функции. Извеждат се обобщени оператори на Виртингер, универсални за разглежданите алгебри.

В Раздел 1.4 са изложени различни версии на обобщената интегрална теорема на Коши.

В Раздел 2.1 се разглежда комплексния случай със спектрални съображения.

В Раздел 2.2 се въвежда ρ -аналог на аналитичния индекс и се дава пълната му характеристика чрез спектрално хомологичния подход /включено в [Gen26]/.

В Раздел 2.3 се доказват няколко версии на интегралните формули на Коши над съответната алгебра A /включени в публикация [Gen26] на дисертанта/, като се започва

с локална "точкова" формулировка, преминава се през хомотопична "точкова" и локална формулировка и се стига до най-общата хомологична версия.

В Раздел 2.4 са доказани Глобална "спектрална" и Обобщена формула на Коши-Помпею за достатъчно диференцируеми изображения и ориентируеми компактни повърхнини в общо положение.

От изложените в посочените две глави твърдения, като особено значими се открояват следните

Приноси в дисертационния труд

- Въведени и изследвани са основни свойства на холоморфните функции в равнината, когато полето на комплексните числа $\mathbb{C}$ се заменя от крайномерна комутативна асоциативна унитарна алгебра $\mathbf{A}$ /над $\mathbf{R}$ или $\mathbb{C}$ /, а съответното векторно пространство се заменя от крайно породен $\mathbf{A}$ -модул.
- Изведени са редица основни факторизации и автоматични продължения на ρ - диференцируемите функции и е доказана тяхната пълна стандартна факторизация в общия случай /Теорема 1.2.13 /.
- Доказана е по-силна форма на първата основна теорема от [GM96] , цитирана в подобласт Крайномерен комутативен реален $\mathbf{A}$ -анализ, за една $\mathbf{A}$ -променлива /Твърдение 1.1.16/.
- Доказана е обобщена Теорема на Коши-Гурса за ρ -диференцируеми функции, както и безкрайната интегрируемост на ρ -диференцируемите функции за широк клас от области /Твърдение 1.4.11/.
- Дадена е пълна характеристика на аналога на аналитичния индекс на крива в комплексната равнина /главно Лема.2.2,2 , Лема 2.2.3, Следствие 2.2.6 и Лема 2.2.12/.
- Изведени са градириани по сила обобщени интегрални формули на Коши / Твърдение 2.3.1, Твърдение 2.3.4 и Теорема 2.3.6/.
- Изведена и доказана е Спектрална нул-хомологична формула на Коши над $\mathbf{A}$ /Твърдение 2.3.8/.
- Формулирана и доказана е трансформация на Коши над $\mathbf{A}$ /Твърдение 2.3.16/.
- Доказана е обобщена теорема на Коши-Помпею за компактни ориентируеми повърхнини в обща позиция спрямо радикала /Теорема 2.4.7/.

Качество на направените публикации

Статия [Gen24] - В нея е показано, че към морфизми на крайномерни комутативни асоциативни унитарни Банахови $\mathbf{C}$ -алгебри може да се асоциират топологични пространства от диференцируеми функции с линеен диференциал. В такива пространства авторът разглежда някои нови резултати за фундамента на съответната локална теория и усилва вече известни такива.

След алгебрични и аналитични предварителни бележки и означения авторът достига до обобщени уравнения на Коши-Риман-Шеферс /Твърдение 5.1/ и обобщени оператори на Виртингер. Обобщеният индекс и Интегралната формула на Коши са предмет на Твърдение 7.4. Обобщената трансформация на Коши е разгледана в Твърдение 8.4, а Твърдение 8.6 е обобщение на версията на Морера. Чрез спектралната

хомология е доказана Обобщената хомологична интегрална формула на Коши /Теорема 9.2/.

Статия [Gen 26] – Чрез използвания и в [Gen24] математически апарат са доказани значими резултати, от които ще споменем Центрираната интегрална формула на Коши над A с индекс /Твърдение 5.1 /, Локалната интегрална формула на Коши над A / Твърдение 5.2 /, Автоматичното аналитично продължение до спектрални цилиндри /Теорема 5.3/, както и спектрално нул-хомологичната интегрална формула на Коши над A /Теорема 5.5/.

Оценявам високо качеството на тези 2 публикации.

Мнение, препоръки и забележки

Дисертацията е разработена задълбочено и прецизно. Получените резултати съдържат приноси основно с научен характер и отговарят на поставените цел и задачи на дисертацията.

Нямам критични бележки по същество към представения дисертационен труд. Препоръката ми към докторанта е изчистване стилово на отделни пасажки, още по-добро изясняване на връзките в многобройните разглеждани математически подобласти, запознаване с тях на по-разнообразна математическа аудитория и бъдещо съавторство и цитирания.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Оценявам **положително** извършената от дисертанта работа и получените в дисертацията резултати. Дисертационният труд отговаря на всички изисквания на ЗРАСРБ, на Правилника за неговото прилагане, както и на Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в ИМИ-БАН.

Убедено предлагам на уважаемото Научно жури да присъди на Марин Владимиров Генов образователната и научна степен 'доктор' в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5 Математика , докторска програма Геометрия и топология.

Русе,

16.09.2026 г.

Съставил;

/ доц. д-р Ц. Рашкова/