

СТАНОВИЩЕ

от доц. д-р Валдемар Василев Цанов,
секция „Анализ, геометрия и топология“ към
Института по математика и информатика при БАН,

относно дисертационен труд на

Марин Владимиров Генев

на тема

**„Функции холоморфни над крайномерни комплексни комутативни
асоциативни алгебри – някои локални, глобални и универсални аспекти”**

с научен ръководител **акад. Веселин Дренски**,

за получаване на образователната и научна степен „доктор“ в област
на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика,
професионално направление 4.5. Математика,
докторска програма „Геометрия и Топология“.

Член съм на научното жури по защита на този дисертационен труд съгласно заповед № 83/14.08.2026 на Директора на Института по математика и информатика при БАН (ИМИ-БАН). Становището е изготвено според изискванията на Закона за развитието на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ, Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности в БАН и съответния правилник на Института по математика и информатика при БАН.

Според представените изискуеми документи и трудове, Марин Владимиров Генев удовлетворява изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за неговото прилагане, правилниците за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности в БАН и в Института по математика и информатика на БАН, както и на специфичните изисквания за придобиване на образователната и научна степен „доктор“, дадени в Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности в Института по математика и информатика при БАН.

1. ОБЩА ХАРАКТЕРИСТИКА НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

Дисертационният труд се състои от 227 страници и съдържа: въведение, глава с предварителни сведения, две глави с основните резултати, допълнение с нужни резултати от тензорната алгебра, и библиография от 186 заглавия групирани по теми. Изследванията засягат естествени и актуални въпроси от съвременната алгебра и комплексна геометрия, свързани с обобщения на класически теореми от комплексния анализ, в контекста на крайномерни комутативни асоциативни комплексни и реални алгебри. Фокусът е върху понятия за еквиариантна диференцируемост и аналитичност на (локални) изображения между алгебри относно даден морфизъм, или между алгебра и неин крайномерен модул относно представянето. Централните резултати касаят обобщения на уравненията на Коши-Риман и интегралната формула на Коши,

както и някои техни приложения. Главата с предварителни сведения съдържа подробно изложение на необходимите дефиниции и теория на крайнометричните комутативни асоциативни алгебри, позволяващо известните аналитични резултати да бъдат формулирани в общ контекст, а новите резултати да стъпят на добре дефинирана основа. Разнообразните аспекти засегнати във въведението и предварителните сведения, подкрепени с обширната библиография показват, че кандидатът има интереси и познания, излизайщи отвъд конкретната тема на дисертационния труд, засягащи потенциални продължения и приложения на получените резултати.

Дисертационният труд има теоретичен характер и отговаря на общоприетите изискванията за дисертация, с която може да се присъди образователната и научна степен „доктор”.

2. ОСНОВНИ НАУЧНИ ПРИНОСИ

Основните резултати на дисертацията са поместени в глави 1 и 2, и представляват обобщения на класически теореми от комплексния анализ в контекста на крайномерни комутативни асоциативни реални и комплексни алгебри. Разглеждат се морфизми $\varphi : \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$ на такива алгебри и модули M с представяния $\rho : \mathcal{A} \rightarrow \text{End}(M)$, съответно реални или комплексни.

Глава 1: Диференциране над $\mathcal{A}$. Изследват се три понятия за $\mathcal{A}$ -диференцируемост, класическа, Фреше и строга Фреше, на изображения $f : U \rightarrow \mathcal{B}$, или $f : U \rightarrow M$, където $U \subset \mathcal{A}$ е отворено подмножество, както и понятията за аналитичност и k -кратна регулярност. Доказано е, че k -регулярността над $\mathcal{A}$ е еквивалентна на $\mathcal{A}$ -еквивариантност и k -регулярност над $\mathbb{R}$. В комплексния случай, $\mathcal{A}$ -холоморфни са класически $\mathcal{A}$ -диференцируемите функции, за който по-късно е доказана аналитичност. Изведени са правила за диференциално смятане, като верижно правило и правило на Лайбниц. Строгата Фреше $\mathcal{A}$ -диференцируемост играе ключова роля, и нейното приложение в дадения контекст е един от оригиналните приноси в дисертацията. Показано е, че тя е полезна при интегриралните теореми, но има лоша съпоставимост с верижното правило.

Построени са канонични факторизации на $\mathcal{A}$ -холоморфни функции през епиморфизми на алгебри. Показано е как общата теория на Артиновите алгебри позволява в дадената ситуация много въпроси да се сведат до случая на неразложимо представяне на локална алгебра. Конструирано е канонично аналитично продължение на $\mathcal{A}$ -холоморфни функции $f : U \rightarrow M$ до проекционното затваряне на U , индуциращо изоморфизъм на снопи.

Изведен е аналог на уравненията на Коши-Риман и тяхното обобщение от Шеферс. Това разбира се е ключова стъпка в развитието на теорията. Конструирани са оператори на Wirtinger, задаващи условие за Фреше $\mathcal{A}$ -диференцируемост. Универсалната конструкция на тези оператори е един от интересните приноси на дисертацията, с потенциални приложения като технически инструмент в изследвания по свързани теми.

Изследвана е 1-формата $f(Z)dZ$ асоциирана с дадена функция f и е показано, че Фреше $\mathcal{A}$ -диференцируемост на f е еквивалентна на затвореност на $f(Z)dZ$, при наличие на Фреше $\mathbb{R}$ -диференцируемост. Доказани са обобщения на интегралните теореми на Коши и Коши-Гурса. Изведени са важни следствия, като безкрайна интегрируемост на $\mathcal{A}$ -холоморфни функции върху едносвързана област в $\mathcal{A}$.

Глава 2: Интегриране над $\mathcal{A}$. Тук базисното поле е това на комплексните числа. Понятието $\mathcal{A}$ -значен, или по-общо M -значен, аналитичен индекс е въведено за допустими двойки от точка и 1-цикъл в $\mathcal{A}$. Основни свойства на този индекс са изучени. Важен е случаят на локална алгебра $\mathcal{A}$ и връзката на $\mathcal{A}$ -значния индекс с класическия индекс на спектралната проекция на 1-цикъла в локалното поле на алгебрата. Доказана е инвариантност на индекса относно (спектрална) хомотопия на 1-цикли, и

е разработено структурно взаимодействие с мултипликативната група $\mathcal{A}^\times$ на $\mathcal{A}$. Доказано е обобщение на интегралната формули на Коши в максимално общ за дадения контекст хомологичен вариант. Разгледани са много частни случаи (например едносвързани области) и следствия, обобщаващи стандартни следствия от класическия едномерен случай. Доказано е обобщение на теоремата на Морера, както и еквивалентност между $\mathcal{A}$ -холоморфност и $\mathcal{A}$ -аналитичност на функции. Построено е канонично $\mathcal{A}$ -аналитично продължение на $\mathcal{A}$ -холоморфна функция до спектралното затваряне на нейната дефиниционната област, и са характеризирани областите на $\mathcal{A}$ -холоморфност. Построена е трансформация на Коши. Доказано е обобщение на интегралната формула на Коши-Помпею, и са дадени нейни приложения в теорията на Бохнер-Мартинели.

Към приносите на дисертацията следва да се причисли и систематичното формализиране на основните понятия в един общ добре определен контекст, обхващащ категорията на крайнометричните комутативни асоциативни комплексни алгебри и категорията на техните крайномерни модули.

3. АПРОБАЦИЯ НА РЕЗУЛТАТИТЕ

Резултати от дисертацията са публикувани в следните две статии, съответно [1] с импакт-фактор, [2] с SJR

- [1] M. Genov, “Holomorphy over finite-dimensional commutative associative $\mathbb{C}$ -algebras: local theory”, C. R. Acad. Bulg. Sci. 77.5 (2024), p. 646–656.
- [2] M. Genov, “The Generalized Homological Cauchy Integral Formula for $\mathcal{A}$ -Holomorphic Functions” (2026), to appear in Serdica Mathematical Journal.

4. КАЧЕСТВА НА АВТОРЕФЕРАТА

Автореферетът се състои от 41 страници, по съдържание следва структурата на дисертацията, и също съдържа обширна библиография. Въведението описва мотивиращи известни резултати и сходни теми в по-широк контекст. Основните резултати са формулирани в технически подробности, придружени от съответните дефиниции и формулировки на значителна част от твърденията съставляващи доказателствата. Ключовите наблюдения са добре упоменати. Авторефератът дава добра представа за резултатите на дисертацията и главната нишка в нейното съдържание.

5. ЦЯЛОСТНА ОЦЕНКА И ПРЕПОРЪКИ

Дисертационния труд е добре структуриран, съдържа оригинални и важни резултати, подробно изложение на необходимата теория, и обща формализация на вече известни резултати по темата. Голяма част от резултатите са обобщения на фундаментални за комплексния анализ теореми, например интегралната формула на Коши, и са били обект на изучаване, включително в дадения контекст. Тук предложените обобщения имат завършен характер и формулировки удобни за приложение. По тези причини дадения труд би могъл да послужи добре при по-нататъшно развитие на теорията.

Като препоръка бих могъл да забележа, че би било интересно да се подчертае и разучи наличието на нови феномени в обобщената теория. Например, ролята на строгата Фреше $\mathcal{A}$ -диференцируемост е особено интересна, тъй като показва феномен отличаващ обобщената теория от класическата.

Резултати от дисертацията са публикувани в утвърдени списания и докладвани на семинари и международни конференции. Лично съм присъствал на два семинарни доклада на Марин Генов, където съм получил много добри впечатления.

Оценявам дисертационния труд като отличен.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложеният дисертационен труд отговаря напълно на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и правилниците за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности в БАН и в Института по математика и информатика на БАН, както и на специфичните изисквания, дадени в Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности в Института по математика и информатика на БАН.

Въз основа на гореизложеното, убедено давам положителна оценка на дисертационния труд **„Функции холоморфни над крайномерни комплексни комутативни асоциативни алгебри – някои локални, глобални и универсални аспекти”**, и препоръчвам на Научното жури да присъди образователната и научна степен **„доктор“** на **Марин Владимиров Генов** в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика, докторска програма „Геометрия и Топология“.

20.09.2026 г.
София

Член на научното жури:

(доц. д-р В. Цанов)