

Рецензия от проф. д-р Тони Пантев

Факултет по математика
Университет на Пенсилвания

по подадените кандидатури за длъжността „доцент” за нуждите на Института по Математика и Информатика към Българската Академия на Науките съобразно конкурса обявен в Държавен вестник № 106/12.17.2024.

Област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика,

Професионално направление: 4.5 Математика,

Научна специалност: „Геометрия и топология” (Тропическа геометрия)

Аз съм външен член на научното жури за тази процедура. Журито беше назначено със заповед № 106/12.17.2024 г. на директора на Института по Математика и Информатика. чл.-кор. проф. д-р Петър Бойваленов. Единствената кандидатура в конкурса е подадена от д-р Михаил Школников, научен сътрудник в ИМИ-БАН. Като член на журито получих от д-р Школников всички административни и научни документи, изисквани от Закона за развитието на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагането му и Правилника за условията и реда за присъждане на научни степени и заемане на академични длъжности в Българската Академия на Науките.

1 Биографични данни

Д-р Михаил Школников е роден на 4 октомври 1991 г. От 2008 до 2012 г. той учи в бакалавърската програма в Университета в Санкт Петербург със специалност Математика. От 2012 до 2013 г. учи в магистърската програма по чиста математика в университета в Женева. През 2013г получава магистърска степен от Женевския университет и е приет за докторант в катедрата по математика на Женевския университет. Защищава докторска степен през 2017г. От 2017г до 2019 г. е постдокторант в ISTA, Виена, Австрия, и от 2019 г. до 2020 г. е постдокторант в Женевския университет. От 2023 г. е щатен научен сътрудник в МЦМН на ИМИ-БАН.

2 Научно изследователска дейност

Изследователската дейност на д-р Школников е организирана в две основни направления – работа върху квантовите инварианти на връзки и възли и изследвания в тропическата геометрия. И двете изследователските направления са обширни теми сами по себе си и включват някои от най-интересните нерешени задачи в алгебричната топология и алгебричната геометрия, които в момента се изследват от математическа общност. В областта на квантовата топология, работите на Школников са широко известни и се считат за едни от най-добрите източници на прецизни контрапримери и явни формули в теорията на възлите. В областта на тропическата математика, Школников е една от главните движещи сили в тропическата геометрия, с оригинални работи допринасящи едновременно и към концептуалното развитие и към ефективната приложимост на теорията. Отличителна особеност на неговата изследователска програма в това направление е, че тя е насочена главно към най-трудните и неизследвани идеи в областта на тропикализацията. Тези непрекъснати опити за пробив отвъд границите на познатото и разработеното в темата, често водят Школников до неочаквани открития и му позволява да доразвие тропикализацията като метод за моделиране. Школников е един от главните архитекти на две изключително интересни нови области - тропическата оптика и неабелевата тропикализация - и е един от водещите автори на неотдавнашния напредък в изследването на тропическите и абелевите пясъчни купчини. Неговите научни статии са винаги в авангарда на своите основни теми и са широко приложими, включително към теорията на представянията, към изброителната геометрия, към квантовите инварианти на възли, към дискретна и комплексна динамика, към некомутативния хармоничен анализ и към геометрията на специалните функции.

Статиите, представени в конкурса, могат да се разпределят грубо в четири потока, които ще опиша накратко:

(i) *Модели на пясъчни купчини.* Съществена част от изследователската програма на Школников разработва анализ на поведението на клетъчни автомати. В забележителната статия [8] Ленг и Школников изучават формата на възможните граници на скалиране в моделите на абелеви пясъчни купчини и предлагат нова ефективна структура за кодифициране на еволюцията на пясъчните купчини под действието на хармонични полета. Иновативната идея тук е да се въведе подобрена версия на класическия модел

на купчина пясък, в която е позволено броя частици в граничните върхове да се задава от реално число. Тази структура на моделиране е подобна и формално двойствена на афинните $\mathbb{R}$ -сгради свързани с групите на Ли над неархимедови полета. В потвърждение на тази аналогия, Ленг и Школников показват, че хармоничните полета могат да се опишат като затворени геодезични криви в свързана група на Ли, която е естествено асоциирана с подобрената пясъчна купчина, което води до универсална координатизация, чрез която е възможно директно сравнение на конфигурации на купчини пясък в различни области. Това дава способ чрез който класическите абелеви пясъчни купчини могат да се разглеждат като дискретизации на подобрените и позволява на авторите да покажат, че обичайната група на пясъчните купчини е ренормализуема. В следващата статия [10] от този проект Ленг и Школников изследват следствията от функториалното поведение на техните усъвършенствани пясъчни групи в едномерния случай. Те откриват, че мономорфизмите породени от процеса на дискретизация между паркетизиращите групи за обикновенни пясъчни купчини, са кодирани в нов тип подреждане на изпъкнали полиформи в равнината. От тук се получава нов елегантен комбинаторен модел за границата на редица от групи от пясъчни купчини.

В друго направление, Школников и неговите съавтори конструират в [4] единственият известен модел на непрекъсната тропическа пясъчна купчина с самоорганизирана критичност. Моделът е изключително атрактивен тъй като възниква като граница на скалиране на класическия модел на пясъчна купчина предоставя нов универсален начин за разпознаване и описание на критични явления и модели на формиране в редица области, като например алгебричната геометрия, алгебричната топология, квантовата теория на полето и квантовата статистическа механика.

Школников също има поредица от важни статии, написани съвместно с Калинин. Те включват много интересната статия [9], в която се доказва съществуването на прости връзки на пясъчни солитони, фундаментална статия [5], развиваща вълновата динамика на тропическите редове, и статията [3], описваща стабилните състояния на хептагоналното паркетизиране на хиперболично пространство. Школников също има съвсем скорошна и важна самостоятелна статия [12], в която се предлага степенен закон, на който трябва да се подчинява броят на стъпките в най-дълбоките тропически израздания на хиперповърхнини.

(ii) *Тропическа оптика.* Друга основна тема в текущата изследователска дейност на Школников е изследването на вълновите фронтове и каустики в тропическата геометрия. Това е нова област, основана и развита до сегашното си ниво от Школников и неговите съавтори и е едно от най-стимулиращите и оригинални съвременни разработки в тропическа геометрия. Сред феноменалните приноси на Школников по тази тема трябва да се отбележи неговата забележителна съвместна статия с Калинин [7], която дава явни алгоритми за сумиране на тропически редове върху изпъкнали области, чрез изследване на тропическите каустики на многостените на Делзан. Една друга техническа, но концептуално проявяваща работа, е неотдавнашната съвместна статия на Школников с Михалкин развиваща двумерната тропическа оптика.

(iii) *Неабелева тропикализация.* Едно от най-трудните направления в изследователската програма на д-р Школников се концентрира върху конструирането и разнищването на механизмите на тропикализацията и фазова тропикализация за афинни подмногообразия в комплексни редуктивни групи и симетрични пространства. Основите на тази теория и първите класове от нетривиални примери се съдържат в неотдавнашната статия на Михалкин и Школников [11], в която те класифицират тропическите граници на хиперболични амеби на криви използвайки $\mathbb{H}^3$ -сферични комплекси, както и в съвсем новата работа на Школников и Петров [13], в която най-простата версия на неабелевата фазова тропикализация се изучава в изключително интересния $\mathbb{P}SL_n(\mathbb{C})$ -модел. Ясно е, че тези резултати и конструкции са само началото на една амбициозна и много богата изследователска програма.

(iv) *Квантови инварианти в маломерната топология и теория на представянията.* Много плодотворно направление, изследвано от д-р Школников, се съдържа в неговите забележителни работи по квантови инварианти на възли и неговата конструкция на квантови групи като симетрии на смесени състояния във взаимодействаща квантова система.

Статиите на Школников [1] и [2], написани съвместно с Дужин, доказват фундаментални резултати в маломерната топология. В [1] се въвежда и доказва необходимо алгебричното условие разпознаващо кога един възел допуска диаграма от сдвоени съвпадащи кръстосвания. Използвайки това условие, Дужин и Школников успяват да

конструират поредица от примери на възли, които не допускат сдвояваща диаграма, решавайки по този начин един от проблемите на Кърби, който преди тяхната работа е нерешен в продължение на 25 години. В [2] авторите дават кратка и явна формула за полинома на HOMFLY на рационална връзка или възел в термините на верижна дроб на рационалното число, което определя връзката. Формулата е елегантна и много лесна за работа особено в сравнение с предишна формула на Nakano, която е доста тромава и сложна.

И накрая, в статията [6], написана съвместно с Якабойлу и Лемешко, Школников развива много оригинален подход към изучаването на квантови системи с много тела. Подходът обяснява как квантовите групи възникват естествено като симетрии на смесени състояния и позволява ефективно изчисляване на граничните режими на теорията и при силно и при слабо взаимодействащи константи на връзката.

3 Публикации и влияние

Д-р Школников има впечатляващ списък от публикации и е представил за участие в конкурса колекция от тринадесет публикации, които са с изключително високо научно качество и с забележително междудисциплинарно влияние. Статиите на Школников са внимателно проектирани, перфектно изпълнени и са модел за математическа строгост и концептуална яснота. Резултатите му са публикувани в престижни професионални списания, включително *Proceedings of the National Academy of Sciences of the US*, *European Journal of Mathematics*, *Communications of Mathematical Physics*, *Journal of Knot Theory and its Ramifications*, *Bulletin of the London Mathematical Society*, *Fundamenta Mathematicae*, и *Comptes Rendus Mathématique*.

4 Заключение

Статиите, подадени от д-р Михаил Школников в този конкурс недвусмислено показват, че той е водеща фигура в тропическата геометрия и квантова топология. Трудовете

му имат и ще продължават да имат трансформиращо въздействие върху теорията на представянията, изброителната геометрия, маломерната топология, теория на сособеностите и математическа физика. Научните постижения на Школников са повече от достатъчни, за да удовлетворят изискванията за назначаване като Доцент в която и да е високопрофилна академична институция.

Въз основа на всичко това, убедено препоръчвам на научното жури да одобри кандидатурата на д-р Вколников и да предложи на Научния Съвет на ИМИ-БАН да назначи д-р Михаил Станиславович Школников за Доцент в **област на висше образование:** 4. Природни науки, математика и информатика; **професионално направление:** 4.5 Математика; **научна специалност:** Геометрия и топология (Тропическа геометрия).