

РЕЦЕНЗИЯ

за дисертацията на доц. д-р Младен Светославов Савов
на тема:

представена за присъждане на научната степен Доктор на
математическите науки, в област висше образование, професионално
направление 4.5 Математика, научна специалност "Теория на
вероятностите и математическа статистика".

Изготвил становището: проф. дмн Леда Димитрова Минкова, член
на жури съгласно заповед N 336 от 21.12. 2016 год. на Изпълнителния
Директор на Института по математика и информатика на БАН.

Биографична справка. Младен Савов е завършил Приложна математика във ФМИ, Софийски Университет през 2004 година. От 2005 до 2008 година е редовен докторант в Университета в Манчестър, Англия. През 2008 год. защитава дисертация на тема Small time behaviour of Lévy processes под ръководството на Prof. R.Doney. Имал е едногодишна постдокторска позиция при Prof. J.Bertoin в Университета Пиер и Мария Кюри в Париж, Франция и три години в Оксфорд. От 2012 до 2014 год. е на длъжност Лектор по вероятности в University of Reading, Англия. През 2014 год. се завръща в България като доцент по Вероятности и статистика в Института по математика и информатика на БАН.

Актуалност на тематиката и целесъобразност на поставените цели и задачи. Резултатите, разглеждани в тази дисертация са в една съвременна област от теория на вероятностите, която се развива много активно в последните години. Дисертацията е посветена на изучаването на експоненциален функционал на процеса на Леви, който е една случайна величина. Самият процес на Леви представлява интерес за много изследователи във връзка с приложението му във финансите и в застраховането. Изучаваният от автора експоненциален функционал е тясно свързан както със спектралната теория на себеподобните Марковски процеси така също и с разклоняващите се процеси. Не на последно място е приложението на този функционал при моделиране цената на Азиатски опции.

Методика на изследването. В дисертацията са приложени аналитични методи на изследване, които в комбинация с вероятностните методи водят до много силни резултати. Този подход позволява да се работи с целия клас експоненциални функционали и води до нови резултати или подобрява вече известни. Изучаването на въведените от автора функции

на Бернщайн-Гама води до детайлното изучаване на трансформацията на Мелин за експоненциалния функционал. С намирането на обратната трансформация на Мелин се получава разпределението на експоненциалния функционал.

Общо описание на дисертацията. Представената дисертация е написана на английски. Съдържа 177 страници, разделени на 6 глави, първата от които е уводна, а шестата съдържа научните приноси. Използваната литература съдържа 102 заглавия.

В уводната глава са въведени понятията, използвани в дисертацията, направен е обзор на литературата и са поставени проблемите, разглеждани в следващите глави. Литературата е анализирана задълбочено, с отчитане на недостатъците, възможностите за подобрене и предложения за следващия анализ.

Във втора глава, основният резултат е Теорема 2.1.1, където при определени условия е получена факторизация на експоненциален функционал от процес на Леви. Особено полезен от практическа гледна точка е резултатът, отнасящ се за обобщен процес на Орнщайн-Уленбек. Показано е, че разглежданият експоненциален функционал от процес на Леви, I_Ψ , е единственото стационарно разпределение на обобщения процес на Орнщайн-Уленбек. Показана е сходимост в широк смисъл на редицата от стационарни мерки, съответстващи на редица от процеси на Орнщайн-Уленбек (Теорема 2.3.10). В процеса на доказване на Теорема 2.1.1 са изведени някои свойства на функцията Ψ .

В трета глава се разглежда подобна задача за т.н. убит процес на Леви и съответния експоненциален функционал (Теорема 3.1.1). Въведена е трансформацията $\mathcal{T}_\beta \Psi(z)$, която се оказва много полезна при изучаване на процесите. Същественият принос е, че трансформацията върху $\Psi(z)$, трансформира и Винер-Хопф факторите на $\Psi(z)$, (Твърдение 3.3.4 от автореферата). За доказателството на основния резултат (Теорема 3.1.1), се налага доказването на помощни резултати, които имат своя самостоятелен принос. Това са Твърдение 3.2.1 за представянето на трансформацията $\mathcal{T}_\beta \Psi_q(z)$, Твърдение 3.2.3 за представяне на факторите и съответната факторизация на Винер-Хопф, виж (3.2.7). Интерес представлява още резултатът на Твърдение 3.2.4 за представянето и абсолютната непрекъснатост на разпределението на експоненциалния функционал от убит процес на Леви. Тук може да се отбележи и резултатът на Твърдение 3.2.6 за факторизацията на I_Ψ и сходимостите, изведени в Лема 3.2.8. От практическа гледна точка полезни се оказват резултатите от Следствие 3.1.3 за представянето на експоненциален функционал от убит процес на Леви и на неговата плътност и Следствие

3.1.5 за плътността на момента на първо достигане на единицата за α -устойчив процес на Леви.

В четвърта глава основният резултат е Теорема 4.2.1. Получено е представяне за трансформацията на Мелин за положителната случайна величина I_Ψ в термините на обобщено произведение на Вайерщрас. Наречено е обобщено, тъй като обобщава произведението на Вайерщрас за Гама функция.

Същественият принос в тази дисертация се съдържа **в пета глава**. Разработена е методология за изучаването на експоненциалните функционали на Леви и връзката на функционалите с трансформацията на Мелин. Работата тук е посветена на решаване на функционалното уравнение (5.1.1). Тук е въведена новата специална функция, наречена функция на Бернщайн-Гама (Дефиниция 5.3.1). Функцията е означена с $W_\varphi(z)$. Получено е явно представяне на функцията във вид на произведение (5.3.9). Получена е явна формула за трансформацията на Мелин за Ψ чрез функцията W_φ (Теорема 5.2.1). Изведени са някои свойства на функцията $W_\varphi(z)$ (Теорема 5.3.1). Това дава възможност да се получи една прецизна асимптотика на Стирлинг за $|W_\varphi(z)|$ (Теорема 5.3.2). Показано е, че въведената функция $W_\varphi(z)$ е трансформация на Мелин за една положителна случайна величина. В Теорема 5.2.5 се изследва скоростта на намаляване на $|W_\varphi(z)|$ по протежение на комплексните прави от вида C_a . В Теорема 5.2.7 е получено представяне за трансформацията на Мелин за всеки експоненциален функционал. Показано е, че разпределението на експоненциалния функционал има безкрайно гладка плътност освен когато прилежащият процес на Леви е сложен Поасонов процес с положително изместване. Тогава е изчислен броят на налични производни на плътността. Този резултат е много сходен с развитието на теорията на себе-разлагащите се случайни величини. С обратната трансформация на Мелин се получава разпределението на експоненциалния функционал, виж (5.5.10).

Получена е т.н. голяма асимптотика за функцията на разпределение F_Ψ на експоненциалния функционал (Теорема 5.2.14). Малката асимптотика за F_Ψ е дадена в общия случай в Теорема 5.2.19. В Теорема 5.2.24 е получено асимптотичното поведение на експоненциалния функционал, когато $I_\Psi = \infty$. Изучават се вероятностните мерки, съответстващи на експоненциалния функционал при наличие на условието на Спитцер за асоциирания процес на Леви. Резултатът се оказва подобен на резултати, свързани със случайното блуждание. Тук методологията дава възможност да не се налагат ограничения върху функциите и за съществуване на експоненциалните моменти на случайните величини. Накрая е показана факторизацията на Винер-Хопф за всеки експоненциален функционал

(Теорема 5.2.27). Разработената теория на експоненциалните функционали за процеси на Леви показва, че повечето от известните в литературата резултати могат да се сведат до конкретни и изчислими свойства на функциите на Бернщайн-Гама. Това позволява тези резултати да се възстановят с лекота за някои иначе трудни резултати. Така например изследванията за гладкостта на плътността на супремума на устойчивите процеси на Леви, които се съдържат в повече от 5 публикации, са частен случай на резултатите получени в предложената дисертация. Нещо повече, тук се вижда, че такива резултати са валидни в много по-голяма общност.

Оформление и изложение. Дисертацията е добре структурирана. Пресмятанията и изводите са много на брой. Има дълги доказателства, които са изпълнени точно и последователно.

Авторефератът на дисертацията е написан на български и отразява пълно и точно получените в дисертацията резултати. Точно и много подробно са формулирани научните приноси в дисертацията. Считам, че заявените от дисертанта приноси действително са такива.

Публикациите Дисертацията е написана на базата на 13 статии, 11 от които са в списания с IF. Две от статиите са в рецензия. Три от публикациите са самостоятелни, останалите са в съавторство. Общият IF на представените статии е 10.097. Отделно е представен списък от 23 статии, публикувани след докторската дисертация.

Критични бележки. Критични бележки по същество нямам. Думата "нотация" в българския текст трябва да се замени с българската дума "означение". Използването на $-\xi_s$ в автореферата вместо ξ_s затруднява четенето на глава 3. Има и разминаване в някои означения. Това, че всяка глава е статия води до някои неудобства. Например функцията на Бернщайн-Гама е използвана в четвърта глава, а дефиницията е дадена в пета глава. Това не намалява стойността на дисертацията.

Цитирания Представена е справка за 111 забелязани цитирания. Една от статиите има 56 цитирания. Голяма част от цитиранията са в списания с IF.

Казаното до тук говори, че публикациите на Младен Савов са високо оценени от авторите на статии по тематиката. Считам, че той има своето достойно място в тази колегия.

Личните ми впечатления са, че Младен Савов е много амбициозен и прецизен в работата си. Познавам го от преди 10 години, когато посещаваше лекциите ми във ФМИ. Той имаше ясно определена цел, която знаеше как да постигне.

Заклучение. Считам, че представеният дисертационен труд напълно отговаря на изискванията на ЗРАСРБ, неговия правилник и Правилниците за прилагане на ЗРАСРБ на БАН и ИМИ. Дисертационният труд съдържа научно-приложни и приложни резултати, които представляват оригинален принос в науката. Оценката ми за представената дисертация е положителна.

Дисертационният труд показва, че докторантът притежава задълбочени знания и приложни умения като демонстрира качества и умения за самостоятелно провеждане на научно изследване.

Съгласно всичко казано до тук, предлагам на Почитаемото жури да присъди на Младен Светославов Савов научната степен "Доктор на математическите науки".

Дата: 15.04.2017 г.
гр. София

Подпис:.....
Леда Минкова