

Рецензия

по процедура за защита на дисертационен труд на тема:

„Симетрия и метрична геометрия в банахови пространства”

за придобиване на
образователна и научна степен „доктор”

от

кандидат: **Светозар Златков Станков**

Област на висше образование: **4. Природни науки, математика и информатика**

Докторска програма: **Математически анализ**

Професионално направление: **4.5. Математика**

Рецензията е изготвена от: **доц. д-р Милен Николаев Иванов** в качеството му на член на научното жури.

1. Обща характеристика на дисертационния труд и представените материали

Представеният дисертационен труд е с обем от 70 страници и се състои от 4 глави, увод и заключение, и библиография от 54 заглавия.

Резултатите от дисертацията са публикувани в статиите

[1] Stephen J. Dilworth, Denka Kutzarova, Bünyamin Sari, Svetozar Stankov, Duals of Tirilman spaces have unique subsymmetric basic sequences, Bulletin of the London Mathematical Society, 56 (2024), issue 1, 150-158, JIF=0.8(2023), Q2 Mathematics (179/490)(2023);

[2] S. J. Dilworth, Denka Kutzarova, Svetozar Stankov, Metric embeddings of Laakso graphs into Banach spaces, Banach Journal of Mathematical Analysis, 16 (2022), no. 4, Paper No. 60, 14 pp., JIF=1.1(2023), Q1 Mathematics (98/490)(2023);

[3] S. Stankov, On the Symmetrized Dual of Schlumprecht Space, C. R. Acad. Bulg. Sci., vol. 78(2025), no. 1, 13–18, JIF=0.3(2023), Q4 Multidisciplinary Sciences (114/134)(2023).

Точките от тях съгласно Правилника за прилагане на ЗРАСРБ са 75 (за 2), 60 (за 1) и 36 (за 3) или общо 171, с което минималните национални изисквания от 30 точки за придобиване на ОНС доктор се надхвърлят многократно.

Статията [2] е цитирана веднъж в статия в списание, индексирано в WoS. Това, че С. Станков има и самостоятелна публикация е отличен атестат за неговите качества.

2. Данни и лични впечатления за кандидата

От приложената автобиография се вижда, че С. Станков е бил много успешен състезател по математика в училище. След това е завършил блестящо ФМИ. Аз бях рецензент на дипломната му работа с проф. Троянски, която беше впечатляваща.

Личните ми впечатления от него са, че има ярък интелект и веднага забелязва пропуските.

3. Съдържателен анализ на научните и научноприложните постижения на кандидата, съдържащи се в представения дисертационен труд и публикациите към него, включени по процедурата

Работата на С. Станков допринася с оригинални резултати в поне три големи направления в теорията на банаховите пространства, всичките с активна история от поне 50 години и много обрати. Поради това напредъкът в тях е много труден. Аз обичам да се шегувам, че банаховите пространства са като Ню Йорк от песента: който може да се справи в тях, може навсякъде в анализа и това се потвърждава от многобройни математици, направили име в банаховите пространства и след това заблестели къде ли не.

Тези три потока са:

Първо, класическите банахови пространства, в случая L_1 .

Второ, геометрията на банаховите пространства. Най-грубо казано: хилбертовото пространство е най-хармоничното банахово пространство, най-изпъкнало и най-гладко. Когато други пространства имат свойства, по някакъв начин подобни на хилбертовите, до колко те са подобни на хилбертово. Например, ако всеки монотонен базис расте по норма с достатъчна скорост, или двоично дърво расте по максимална норма или в някакво средно и т.н.

Трето, изучаване на не-класически пространства, които препятстват стандартна класификация на банаховите пространства. Започнала като контрапримери, тази област в края на 20-и век става централна и се развиват пространства със свои собствени свойства, нещо като трансцендентните функции в анализа. Тези пространства са забележителни с това, че на пръв поглед нищо не може да се каже за тях поради сложната комбинаторна дефиниция на норма на редиците.

Във втората глава на дисертационния труд се доказва, че клас от пространства имат единствена с точност до еквивалентност субсиметрична базисна редица.

Какво означава това? Ясно е, че стандартните базиси на l_p и c_0 са симетрични в смисъл, че наредбата на индексите не играе никаква роля, или казано по-научно, каноничната норма е инвариантна спрямо произволна пермутация на индексите. В обширното и дълбоко изследване на структурата на банаховите (под)пространства, е естествено да се разглеждат базисни редици, т.е. такива които са базис на затворената си линейна обвивка. Такива базисни редици са симетрични, ако са еквивалентни на пренарежданията си, в смисъл че получените банахови пространства са изоморфни. Забележително свойство на l_p и c_0 е, че всяка симетрична базисна редица е еквивалентна на стандартния базис, т.е. в някакъв смисъл тези пространства имат по само един вид симетрични базисни редици. В много скорошната работа [8] е даден пример на пространство с единствена в този смисъл субсиметрична базисна редица. Субсиметрична значи да е безусловна и еквивалентна на подредиците си. Ясно е, че това би следвало да е съществено по-слабо условие, но примерите не са лесни, защото са основани на пространството на Цирелсон: първият пример за банахово пространство, което не съдържа l_p и c_0 , защото не съдържа никаква симетрична базисна редица. Настоящата работа развива теорията, иницирана в [8].

Всяко „несиметрично“ редично пространство може да се симетризира, като се вземе супремум по пермутациите на индексите. Ясно е, че новото пространство ще бъде съществено различно. Пространството на Шлумпрехт е знаменито „цирелсоноподобно“ пространство, в което базисът от единичните вектори (редиците с точно една единица и останалото нули) е субсиметричен, но не симетричен. Неговата симетризация съдържа копие на l_1 . В трета глава се доказва, че това важи и за симетризацията на дуалното му. Това е значим резултат, защото пространството на Шлумпрехт понастоящем може да се счита за почти класическо.

Четвъртата глава е посветена на ключовата конструкция, позволяваща крайно представяне на c_0 като блокове от базиса от единични вектори на пространствата от втора глава.

Петата глава изследва друга тема. Най-близкият до хилбетровото пространство голям клас от банахови пространства е този на супер-рефлексивните, т.е. тези, които имат еквивалентна равномерно изпъкнала норма. Те могат да се характеризират с аналитично-геометрични „модули“, които нямат много общо с нормата, и това е една от най-възбуждащите сфери на теорията на банаховите пространства. Първият резултат е този на Бургейн, който доказва, че двоичните дървета не могат да се вложат с крайна дисторция в супер-рефлексивно пространство. Двоично дърво е такъв граф, на който всички върхове освен листата, са среда на точно една отсечка, съединяваща два върха от следва-

щото ниво. Дисторцията е мярка доколко се запазват метричните отношения при влагането. След това подобни резултати са доказани за два други вида графи, които могат да се дефинират итеративно, както двоичните дървета се дефинират итеративно: диамантените и Лаксо графите. В настоящата работа чувствително е подобрена оценката на минималната дисторция, с която Лаксо графите могат да се вложат в произволно не-супер-рефлексивно пространство.

4. Аprobация на резултатите

Резултатите са публикувани в 3 статии в добри списания. Едната от тях даже вече е цитирана. Докладвани са на конференции.

5. Качества на автореферата

Авторефератът добре представя основните резултати от дисертацията, без да навлиза, разбира се, в детайли от доказателствата, но предизвиквайки любопитство последните да бъдат разбрани.

Работата е добре поставена в контекста на обилната история на изследваните области.

Представени са всички необходими дефиниции на понятията, които са доста специфични и технични, и без дефиниции читателят би бил затруднен и принуден да ги търси.

Обемът е напълно адекватен.

Собствените приноси са подчерани ясно и точно.

Българският превод на автореферата е с неоптимална дисторция.

6. Критични бележки и препоръки

Има математически несъщъствени недоглеждания като:

"...никое подпространство може да бъде представено..." (Дефиниция 2 на стр. 3 от автореферата)

"The theorem in Chapter ?? leaves the question of symmetric minimal space open." (стр. 7 от автореферата)

В дисертацията някои дефиниции се повтарят, напр. дефиницията за базисна редица на стр. 11 и стр. 25.

7. Заключение

След като се запознах с представените в процедурата дисертационен труд и придружаващите го научни трудове и въз основа на направения анализ на

тяхната значимост и съдържащи се в тях научни и научноприложни приноси, **потвърждавам**, че представеният дисертационен труд и научните публикации към него, както и качеството и оригиналността на представените в тях резултати и постижения, отговарят на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за приложението му и съответния Правилник на БАН за придобиване от кандидата на образователната и научна степен “доктор” в научната област 4. Природни науки, математика и информатика и професионално направление 4.5. Математика. В частност кандидатът удовлетворява минималните национални изисквания в професионалното направление и не е установено плагиатство в представените по конкурса научни трудове.

Въз основа на гореизложеното, **препоръчвам** на научното жури да присъди на Светозар Златков Станков образователна и научна степен „доктор“ в научна област 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика (Математически анализ).

20.05.2025 г.

Изготвил рецензията:

доц.д-р М. Иванов