

СТАНОВИЩЕ

по процедура за защита на дисертационен труд на тема:
„An approach for pricing American-style derivatives“
(„Метод за оценяване на американски вид деривативи“)
от доц. д-р Цветелин Заевски
за придобиване на научна степен „доктор на науките“

Област на висше образование: **4. Природни науки, математика и информатика**
Професионално направление: **4.5. Математика**
Научна специалност: **„Теория на вероятностите и математическа статистика“**
Секция **„Изследване на операциите, вероятности и статистика“ (ИОВС)**
Институт по математика и информатика към БАН (ИМИ)

Становището е изготвено от: **проф. дн Марусия Никифорова Божкова**, секция „Изследване на на операциите, вероятности и статистика“, член на научното жури съгласно Заповед № 457/ 3.12.2024 г. на Директора на ИМИ - БАН и протокол от предзащитата с номер 15/29.11.2024г. Датата на първата сбирка на журито е 09.12.2024г.

1. Обща характеристика на дисертационния труд и представените материали Представеният дисертационен труд е на английски език. Той съдържа 527 страници основен текст, завършващ със справка за приносите от 4 страници, оформени като глава 16, 6 страници съдържание, 2 страници увод, 32 страници библиография, включваща 294 източници, индекси с имена и понятия, които се срещат в основния текст. Дисертацията е структурирана в 16 глави. Отделно, в началото на дисертационния труд има списък от 13 публикации на кандидата, излезли в периода 2020-2024, последван от предговор от 3 стр. В първа глава е направено въведение в разработената тематика, включващо: цел, актуалност, оригинални приноси и практически открития, мотивация, описание на американските опции в съвременната научна литература, американските финансови инструменти и развитата методология. Останалите глави 2-13 са със същите номера и съответното съдържание, както на статиите по приложения списък „Всички публикации за участие в конкурса“. В глава 14 са представени кодовете на езика MATLAB, използвани за пресмятане/валидиране на теоретичните методи, развити от д-р Заевски в обем от 359-469 (110 стр.) Глава 15 съдържа 3 стр. заключителни бележки и отворени проблеми.

2. Данни и лични впечатления за кандидата Доц. Заевски е завършил висше образование във Факултета по математика и информатика (ФМИ) Софийския университет „Св. Кл. Охридски“ (СУ), специалност Приложна математика през 1999 г. като защитава магистърска степен под ръководството на проф. дмн Рачо Денчев с дипломна работа на тема: „Модел на финансовия пазар. Оценка на европейски деривати.“ Продължава своето образование в докторантура във ФМИ на СУ и придобива научна и образователна степен „доктор“ под ръководството на проф. дмн Рачо Денчев. През 2013 г. защитава дисертация на тема „Комбинирани процеси на Ито и Леви“ в катедра „Вероятности, операционни изследвания и статистика“ на ФМИ. Работи последователно като асистент в периода 2014-2021 и доцент от 2021 до сега в ИМИ-БАН. Ръководител е на секция ИОВС на ИМИ от юли 2024 г. Познавам доц. Заевски

от много години, в последните от които води магистърски курс „Математическа теория на финансовия пазар“ към магистърската програма „Вероятности, актюерство и статистика“ и имам високо мнение за неговите научни и организаторски качества. За своите научни постижения, свързани до голяма степен с публикациите по настоящата дисертация, е избран за Автор на научно приложно постижение на ИМИ-БАН за 2019г., 2022г. и 2023г.

3. Съдържателен анализ на научните и научноприложните постижения на кандидата, съдържащи се в представения дисертационен труд и публикацииите към него, включени по процедурата

Тематика на дисертацията. Изследванията, представени в дисертацията попадат в областта на финансовата математика и присъщите ѝ от областта на стохастиката процеси като Брауново движение, дифузионни процеси, моделът на Black-Scholes и др. Съгласно MSC 2020 статиите, върху които се базира дисертацията, се реферират в областите на: Стохастичните процеси (60: Stochastic processes), сред които мартингали с непрекъснат параметър; Теория на игрите, икономика, финанси и други социални и поведенчески науки (91 : Game theory, economics, finance, and other social and behavioral sciences), сред които: игри за две лица, стохастични игри, стохастични диференциални игри, стохастични модели в икономиката, деривативни ценни книжа (ценообразуване на опции, хеджиране и др.); частни диференциални уравнения (ЧДУ) (35: Partial Differential Equations), сред които гранични проблеми за ЧДУ със свободни граници, ЧДУ във връзка с теория на игрите, икономика, финанси и други социални и поведенчески науки). Както се отбелязва в дисертацията и в началото на автореферата, мотивацията на изследванията е използване на идеи и методи от стохастичните модели и игри за решаване на класически проблеми, свързани с оценяване на американски тип опции.

Актуалност на разработваните проблеми. Считаю, че в дисертацията се изучават и решават важни и актуални задачи, възникнали след финансовата криза от 2008 г. Използват се известни и се развиват нови разнообразни техники, като се преодоляват сериозни принципни и технически трудности.

Научни приноси.

В тази дисертация е разработен нов подход за оценка на финансови инструменти от американски тип, издадени върху базов актив, моделиран чрез лог-нормален дифузионен процес, зададен чрез

$$dS_t = rS_t dt + \sigma S_t dB_t, \quad (1)$$

където r е безрисковия лихвен процент, σ е волатилността и $B_t, t \geq 0$ е Брауновото движение. Тяхната основна характеристика е правото на ранно упражняване, което притежателят може да използва по всяко време преди падежа. Така уравнението на Блек-Шоулс (1) се превръща в ЧДУ със свободна граница. Традиционният подход за изследване на тези задачи се основава на система от интегрални уравнения, чието числено решаване изисква относително много изчислително време. Като алтернатива, подходът, който е предложен в дисертацията, се основава на някои свойства на първото достигане до ниво от Брауновото движение. Ако ζ е първото достигане до

линейна функция на B_t , T е крайната дата за упражняване и θ , σ и k са константи, то за целите на развития в дисертацията подход, интерес представляват очакванията $Ee^{-\theta\zeta}\mathbb{I}_{\{\zeta < T\}}$ и $Ee^{\sigma B_T}\mathbb{I}_{\{\zeta \geq T\}}$. Използвайки тези резултати за Марковските моменти на Брауновото движение, кандидатът апроксимира оптималните граници чрез максимизиране на финансовата полза на притежателя на дериватива. По този начин задачата със свободни граници е преобразувана в ЧДУ в известна област, за чието решаване съществуват много числени методи. В дисертацията се предлага един сравнително бърз Монте Карло алгоритъм за изчисление на очакването $Y_t = E^{t, S_t}[e^{-r(\tau-t)}G(\tau, S_\tau)]$, което задава цената на дериватива, където $G(t, x)$ е платежната функция и τ е моментът на първия изход от област D , с чието напускане се свързва падежа. Като алтернатива на този подход, в дисертацията се предлага цената на дериватива да бъде записана като функция на времето и текущата цена на основния актив, т.е. $Y_t = V(t, S_t)$. Уравнението на Колмогоров дава, че функцията $V(,)$ като решение на ЧДУ

$$\begin{aligned} V(t, x) + (\mathcal{A}^{\mathbb{Q}})(t, x) - rV(t, x) &= 0, \quad (t, x) \in D, \\ V(t, x) &= G(t, x), \quad (t, x) \in \partial D, \end{aligned}$$

където $\mathcal{A}^{\mathbb{Q}}$ е инфинитезималния генератор на дифузията S_t спрямо рисково - неутралната мярка $\mathbb{Q}$. Ако активът изплаща непрекъснато дивиденди при процент λ , тогава динамиката (1) се превръща в

$$dS_t = (r - \lambda)S_t dt + \sigma S_t dB_t.$$

Оказва се, че адаптирания метод на Кранк-Николсън е относително по-бърз и по-точен в сравнение с останалите. Ако финансовите договори нямат дата на падеж, то оптималните граници са фиксирани по времето поради Марковското свойство на стохастичните процеси, които управляват базовите активи. Това позволява да бъдат изведени затворени формули за границите както и за справедливата цена на дериватива, използвайки метода за максимизиране на финансовия резултат на притежателя. Този подход е приложен към традиционните американски опции в глава 4. Тяхната модификация, наречена ограничени (capped) опции, се изучава в глава 5. Основната им характеристика е нивото, над което кол (под което съответно за пут) опция не може да бъде упражнена.

Глава 6 разглежда някои финансови инструменти с обобщена платежна функция, за която се иска да има втора производна. Получени са някои достатъчни условия, които превръщат оценяването на такива деривативи в едностранни задачи за първо достигане. Методът се основава на инфинитезималните генератори. Грубо казано, условието е изпълнено, ако този диференциален оператор, приложен към платежната функция, разделя пространството на състоянията на две свързани подмножества – първото съдържа положителните стойности, докато другото се състои от отрицателните. Ако достигането е от долу, то деривативът се асоциира с пут опциите. Ако е от горе, то имаме кол-вид договор. Методът е приложен към тези деривативи, като се обръща специално внимание на степенни платежни функции. Въпреки че се разглеждат диференцируеми платежни структури, представеният метод може да се

приложи и към традиционните опции, чиито платежни функции са недиференцируеми в страйка – $(x - K)^+$ или $(K - x)^+$. Това се постига чрез апроксимиране от двукратно диференцируеми функции.

Глава 7 е посветена на така наречените стренгъл стратегии. Те са смес между кол и пут опции – платежната им функция е $\max\{C_1(x - K_1), C_2(K_2 - x)\}$, като $K_1 \leq K_2$. Подходът може да бъде приложен и без последното ограничение. Освен това, са разгледани различни пут и кол тегла чрез броя на дяловете C_1 и C_2 . Оказва се, че пространството на състоянията може да бъде разделено на три свързани подмножества. Ако цената на актива е в най-долното, то е оптимално притежателят да упражни като пут. Горното подмножество съдържа точките, които правят упражняването като кол оптимално. Средното подмножество прави запазването на опцията за предпочитане. Така възниква двустранна задача за изход от ивица. Получени са формули, ако няма матуритетни ограничения. Важно е да се спомене, че ако основният актив не изплаща дивиденди (еквивалентно на модел без допълнително дисконтиране), то ранното упражняване като кол никога не е оптимално – феномен, който се отнася за много други американски кол деривативи, включително обичайните опции. Интересно е да се отбележи, че въпреки това кол спецификацията има своето въздействие – тя се появява чрез броя на кол-дяловете, но не и чрез кол-страйка.

В глава 8 са изследвани платежни структури, които водят до подобен двустранен проблем за оптимално спиране, при което са получени достатъчни условия. Оказва се, че случаят е такъв, ако инфинитезималният генератор, приложен към платежната функция, разделя пространството $\mathbb{R}^+$ на три интервала – генераторът е положителен в средния и отрицателен в останалите. За илюстрация на модела се въвеждат така наречените квадратични стренгъли с платежна функция $(x - K)^2$. Тези инструменти могат да бъдат полезни за инвеститори, които предпочитат да хеджират по-силно позициите далече от страйка, и по-слабо тези близо. Оказва се, че тези деривативи могат да доведат до едностранни задачи, както и до двустранни в зависимост от позицията на дисконтовия процент λ спрямо константата $r + \sigma^2$.

Останалата част от дисертацията е посветена на така наречените отменяеми американски опции, известни още като игрови или израелски опции. В допълнение към правото на притежателя да упражни предсрочно, отменяемите опции предоставят на издателя си правото да прекрати договора, като заплати неустойка над обичайната платежна функция. Тези инструменти водят до двустранни задачи за излизане от ивица. За разлика от стренгълите, които максимизират двумерни функционали, отменяемите опции са свързани с намиране на седлова точка в пространството на случайните Марковски моменти. Кол и пут вариантите са изследвани чрез този подход в глави 9 и 10 (базирани на публикациите със същите номера и вече използвани в процедурата за заемане на длъжността доцент).

В Глава 11 са изследвани опции без падеж, чиято неустойка е пропорция от обичайната платежна функция. Резултатите за оптималните множества са подобни. Основната разлика е, че всички точки под страйка са оптимални за кол-отменяемите. От друга страна, при предположение, че притежателят ще упражни по-късно, ако това осигурява същия финансов резултат, тези точки могат да се разглеждат като част от множеството за запазване.

И накрая, в глава 12 е дефиниран нов клас отменяеми опции, въвеждащи някои конвертируеми характеристики. Неустойката, която издателят дължи за правото си на предсрочно анулиране, се състои от три части - пропорция от обичайната платежна функция, брой дялове от основния актив и фиксирана сума. Получени са резултати за оптималните граници и съответните множества. Изглежда, че това обобщение не е тривиално, а в известен смисъл затваря множеството на отменяемите опции. Това изследване е оставено за по-нататъшна работа.

Отменяемите (пут) опции при наличие на краен времеви хоризонт са разгледани в глава 13. Използваният в дисертацията подход е адаптиран към тези инструменти. Основната разлика е, че притежателят максимизира печалбата си, докато издателя минимизира финансовия си резултат.

Глава 14 представя избрани MATLAB кодове за оценяване на разглежданите финансови инструменти. Те реализират конструирания алгоритми базирани на получените теоретични резултати.

В заключение считам, че постигнатите резултати в дисертацията представляват безспорен и важен принос в развитието на теорията на финансовите пазари и по отношение на приложението на стохастичното моделиране за анализ на финансови деривативи.

Актуалност на разработваните проблеми. Считам, че в дисертацията се изучават и решават важни и актуални задачи, възникнали след финансовата криза от 2008 г., свързани с американски тип опции. Използват се известни и се развиват нови разнообразни техники, като се преодоляват сериозни принципи и технически трудности.

Приложение на получените резултати

Предвид периода, в който са публикувани статиите, включени в дисертацията, може да се направи заключението, че получените резултати са добре известни на научната общност. За това свидетелстват представените цитати. Като допълнителна заслуга на дисертанта ще отбележа, че на много места в текста, както и в края на дисертацията, се формулират нерешени проблеми, някои от които са сериозно предизвикателство към математиците, работещи в областта. За мен е ясно, че дисертантът познава много добре резултатите в областта на своите изследвания.

В заключение ще отбележа, че според мен дисертацията може да послужи за основа на монография, която несъмнено би била много полезна както за специалистите в областта, така и за популяризирането на тематиката.

4. Аprobация на резултатите Съгласно представената информация в автореферата, дисертацията се базира на 9 статии, публикувани през 2020 – 2024 г. като в самата дисертация, автореферат и справката с приносите се посочват 13, четири от които са използвани по процедура за заемане на научна длъжност доцент. Въпросните 4 са включени с цел за повече яснота на изложението, в което се използват вече получените в тях резултати. Ще коментирам резултатите в останалите 9 статии, които не са използвани по предишни процедури. Всички те са публикувани в авторитетни издания: 2 в Journal of Futures Markets и по една в Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, Computational and Applied Mathematics, Chaos, Solitons and Fractals, Comptes rendus de l'Académie bulgare des Sciences, Serdica Mathematical Journal, Mathematics и Modern Stochastics: Theory and Applications. От

публикациите 4 са в квантил Q1, 1 е в квантил Q2, 1 е в квантил Q3, 2 са в квантил Q4 и една е реферирана в Zentralblatt и MathSciNet. Всички публикации са самостоятелни.

а) научните трудове отговарят на минималните национални изисквания (по чл. 26, ал. 2 и 3 на ЗРАСРБ) и съответно на допълнителните такива на ИМИ – БАН за придобиване на научната степен „доктор на науките“ в научната област и професионално направление на процедурата. При минимални изисквания от 100 точки за групи от показатели Г и Д дисертантът е представил данни за 495 и 232 точки, съответно;

б) представените от кандидата резултати в дисертационния труд и научни трудове (9 статии) към него не повтарят такива от предишни процедури за придобиване на научно звание и академична длъжност;

в) няма доказано по законоустановения ред плагиатство в представения дисертационен труд и в научните трудове по тази процедура.

5. Качества на автореферата

Авторефератът и справката за приносите отразяват правилно и дават адекватна представа за съдържанието и основните резултати на дисертацията.

Считам, че авторефератът и справката за приносите отговарят на всички изисквания за изготвянето им.

6. Критични бележки и препоръки

Нямам особени критични бележки, освен някои нередактирани правописни грешки в текстовете на български език, произтичащи от превода. Имам една препоръка към доц. Заевски - да положи повече усилия за привличане на свежи сили и последователи в тази съвременна и интересна област на математиката.

7. Заключение

След като се запознах с представените в процедурата дисертационен труд и придружаващите го научни трудове и въз основа на направения анализ на тяхната значимост и съдържащи се в тях научни и научноприложни приноси, **потвърждавам**, че представеният дисертационен труд и научните публикации към него, както и качеството и оригиналността на представените в тях резултати и постижения, отговарят на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за приложението му и съответните Правилници на БАН и ИМИ - БАН за придобиване от кандидата на научната степен „доктор на науките“ в научната област 4. Природни науки, математика и информатика и професионално направление 4.5. Математика. В частност кандидатът удовлетворява минималните национални изисквания в професионалното направление и на допълнителните изисквания на ИМИ – БАН и не е установено плагиатство в представените по конкурса научни трудове.

Въз основа на гореизложеното, **убедено препоръчвам** на научното жури да присъди на доц. д-р Цветелин Стефанов Заевски научната степен „доктор на науките“ в научна област 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика (научна специалност: „Теория на вероятностите и математическа статистика“).

21.02.2025 г.

Изготвил становището:

/проф. дн Марусия Божкова/