

**За структурата на полупръстена
от ендоморфизми на крайна верига**
**On the structure of the endomorphism
semiring of a finite chain**

Иван Трендафилов

- Разглеждат се регулярни (в смисъл на фон Нойман) полупръстени и се доказват някои елементарни твърдения, аналогични на твърдения от теория на пръстените.

Подобни идеи са разгледани от Zur Izhakian et al, Representation theory of finite semigroups over semirings, Journal of Algebra, 336 (2011) 139 – 157.

- Доказва се необходимо и достатъчно условие ендоморфизъм от $\widehat{\mathcal{E}}_{\mathcal{C}_n}$ (полупръстенът от ендоморфизми на крайна верига $\mathcal{C}_n$ от n елемента) да е идемпотентен.

- Доказва се, че за всяко $n \geq 2$ полупръстенът $\widehat{\mathcal{E}}_{\mathcal{C}_n}$ е регулярен в смисъл на фон Нойман.

- Разглеждат се един тип ендоморфизми от $\widehat{\mathcal{E}}_{\mathcal{C}_n}$, наречени *почти единици* (които са 2^{n-1} на брой) и за всеки от тях се описва полупръстена от левите (десните) им единици.

- Доказва се, че всеки ендоморфизъм от $\widehat{\mathcal{E}}_{\mathcal{C}_n}$, който има точно $n-2$ неподвижни точки, е произведение от 2 ендоморфизма, които са почти единици.

В следващата част се продължават резултати от T. Kepka et al, Simple Commutative Semirings, Journal of Algebra 236, 277 – 306, 2001.

- Доказва се, че центърът на $\widehat{\mathcal{E}}_{\mathcal{C}_n}$ съдържа само идентитета на полупръстена.

- Разглежда се критерий за комутиране на почти единици.

- Ако $n = 2m$ се доказва, че положителните почти единици пораждат комутативен полупръстен от ред 2^m , в който двете бинарни операции са тъждествени.

- Ако $n = 2m$ се доказва, че отрицателните почти единици пораждат комутативен полупръстен от ред 2^m .

- Ако $n = 3m$ се доказва, че почти единиците $0^+, \dots, (3m-2)^+, 2^-, \dots, (3m)^-$ пораждат комутативен полупръстен от ред 2^{m+1} .