

Квази-проективни комплексни повърхнини, покрити от кълбото

Азнив Каспарян

Част I (27 април 2012 г.)

Докладът ще дискутира някои топологични и комплексно-аналитични свойства на гладките тороидални компактификации $X'=(B/G)'$ на неторзионните дискретни фактори B/G на двумерното комплексно кълбо B .

Специално внимание се отделя на онези X' , които са бирационални на абелева повърхнина и се наричат ко-абелеви. Описват се повърхнините X' , които се получават от Декартов квадрат $E \times E$ на елиптична крива E чрез раздуване на най-много три точки. Като следствие се получава горна граница върху броя на неприводимите компоненти на компактифициращия дивизор $T = (B/G)' \setminus (B/G)$ на ко-абелева $(B/G)'$, в зависимост от броя на рационалните криви с кратност 1 върху $(B/G)'$. Нека F е елиптичната крива, чиято фундаментална група съвпада с пръстена на целите числа на Eisenstein. Доказва се съществуването на безбройно много ко-абелеви неторзионни B/G , които се компактифицират с четири елиптични криви и са бирационални на $F \times F$.

Неторзионният дискретен фактор B/G на кълбото е покритие на Galois на евентуално торзионния дискретен фактор B/H , ако G е нормална подгрупа на H с краен индекс и B/H е пространството на H/G -орбитите върху B/G . В доклада се класифицират некомпактните евентуално торзионни B/H , които имат крайно ко-абелево неторзионно покритие на Galois B/G . По-точно, определя се типа на B/H относно класификацията на Kodaira-Enriques в зависимост от фиксираните точки на крайната група H/G върху абелевия модел $E \times E$ на B/G .

Част II (11 май 2012 г.)

Модулярните форми на решетка G определят проективно изображение на компактификацията на Baily-Borel на B/G . Ако G е неторзионна, то G -модулярните форми са глобални холоморфни сечения на логаритмично-каноничните разслоения на тороидалната компактификация $(B/G)'$ и се реализират чрез рационални функции върху произволен гладък бирационален модел X на B/G . За произволна решетка H , съдържаща G като нормална подгрупа с краен индекс, H -модулярните форми съвпадат с H/G -инвариантните G -модулярни форми. Това дава възможност за реализация на H -модулярните форми чрез H/G -инвариантни рационални функции върху X . Изведени са две достатъчни условия за влагане на ко-абелев неторзионен дискретен фактор B/G в проективизацията на подпространство от G -модулярни форми с тегло 1. Едното от тези условия е приложено към конкретен пример B/G . За същия пример са пресметнати размерностите и ко-размерностите на образите на B/H под действие на проективните изображения чрез H -модулярни форми с тегло 1,

за всички решетки H , за които фиксираният пример B/G е крайно ко-абелево покритие на Galois на B/H .

Изогения на абелеви повърхнини е епиморфизъм с крайно ядро. Известно е, че ако абелева повърхнина A е минимален модел на неторзионна тороидална компактификация $(B/G)'$, то произволна изогения на абелева повърхнина $\tilde{A}$ върху A издърпва $(B/G)'$ в неторзионна тороидална компактификация $(B/L)'$. Въз основа на този факт са построени безкрайни редици от бирационално нееквивалентни ко-абелеви крайни покрития на Galois B/G на фиксиран некомпактен дискретен фактор B/H на B . Конструирани са и безкрайни редици от бирационални модели B/K на фиксирано B/H , които не са бирегулярни на B/H .