

# **СЕМИНАР**

## **„АЛГЕБРА И ЛОГИКА”**

Драги колеги,

**Следващото заседание на семинара ще се проведе  
на 22 ноември 2019 г. (петък) от 13:00 часа  
в зала 578 на ИМИ – БАН.**

**Доклад на тема**

**Диофантова и кохомологична размерност на  
полета от аритметичен тип**

**ще изнесе Иван Чипчаков.**

**Поканват се всички желаещи.**

От секция „Алгебра и логика” на ИМИ – БАН

<http://www.math.bas.bg/algebra/seminarAiL/>

=====

## Резюме

Ддиофантовата размерност  $dd(E)$  на поле  $E$  е инвариант, оказващ влияние върху редица специфични свойства на  $E$  и на алгебрични структури, асоциирани с  $E$ . По определение, имаме  $dd(E) \leq i$ , където  $i$  е дадено цяло неотрицателно число, ако  $E$  е поле от тип  $C_i$ , в смисъл на Ленг, т.е. изпълнено е следното: всеки ненулев хомогенен полином с коефициенти от  $F$  от степен  $d$  и  $n > d^i$  независими променливи има нетривиална нула над  $F$ . Казваме, че  $dd(F) = i$  ако  $i$  е минималното число, за което  $dd(F) \leq i$ ; в случай, че такова  $i$  не съществува, полагаме  $dd(F) = \infty$ .

Сравнително неотдавна стана ясно, че ако  $dd(E)$  е крайна, то такива са и кохомологичните  $p$ -размерности на абсолютната група на Галоа  $G(E)$  (разглеждана като прокрайна група), за всички прости числа  $p$ . Това допълва известни резултати като равенствата  $dd(F) = cd(G(F)) = i$ , когато  $F$  е крайно-породено разширение от степен на трансцендентност  $i$  над алгебрически затворено поле.

Под поле с (обикновена, т.е. кохомологична) размерност, ненадминаваща единица, разбираме поле  $E$ , чиито крайни разширения имат тривиални групи на Брауер. Когато  $E$  е свършено, неравенството  $\dim(E) \leq 1$  е в сила, точно когато  $G(E)$  има кохомологична размерност  $\leq 1$ . Известно е, че класът на полетата с размерност  $\leq 1$  съдържа всяко поле  $F$  от тип  $C_1$ , т.е. с  $dd(F) \leq 1$ . В общия случай, обратното е невярно: Акс дава пример на поле  $F'$  с характеристика нула,  $\dim(F') \leq 1$  и  $dd(F') = \infty$  (Bull. Am. Math. Soc. 71 (1965), p.717). Това оставя отворен въпроса дали съществува алгебрично разширение на полето на рационалните числа  $\mathbb{Q}$ , което е поле с размерност  $\leq 1$ , но не е от тип  $C_1$ . Целта на доклада е да даде отговор на този въпрос. Основният му резултат, приложен към максималното алгебрично разширение  $K_p$  на  $\mathbb{Q}$  в полето на  $p$ -адичните числа  $\mathbb{Q}_p$ , за дадено просто  $p$ , показва съществуването на алгебрично разширение  $E_p/\mathbb{Q}$  със следните свойства:  $\dim(E_p) \leq 1$  и  $E_p$  не е  $C_1$ -поле;  $E_p$  притежава хензелево нормиране, чието поле от остатъци има характеристика  $p$ .