FDIBA
TU-SOFIA

FESTSTELLUNGSPRÜFUNG

WS 2005 Name:
Immatrikulationsnummer:

Aufgabe 1: Sei $R^+ := \{(x_1, \cdots, x_n)^T, x_i \geq 1, i = 1, \cdots, n.\}$
a) Bestimmen Sie den Extremalwert der Funktion $f(X) := \prod x_i$, $X \in R^+$ auf der Punktmenge $\mathcal{M} := \{X \in R^+, \sum x_i = 1.\}$
b) Zeigen Sie, durch Anwendung von a), daß für jeden Vektor $Y := (y_1, \cdots, y_n)^T$, $Y \neq 0$, die Ungleichung

$$\prod |y_i| \leq \frac{1}{n} \sum |y_i|$$

gilt.

Aufgabe 2: Zu lösen sei in impliziter Form die Differentialgleichung

$$u'(x) \arctan \frac{u(x)}{x} = \ln \sqrt{x^2 + u(x)^2}.$$

Aufgabe 3: Sei die Differentialgleichung

$$\mathbb{D}(u) := \sin x + \cos x$$

vorgegeben, wobei

$$\mathbb{D}(u) := u^{(8)} + u^{(6)}.$$

Zu finden sei eine partikuläre Lösung.

Aufgabe 4: Sei in R^2 die Norm $\|X\|$ vorgegeben,

$$\|X\| := |x| + |y|,\ X = (x, y).$$

Skizzieren Sie die Menge $\mathcal{N} := \{X, \|X\| \geq 2,\ xy > 0\}$. 5P

Aufgabe 5: Bestimmen Sie, durch Anwendung des Prinzips der Variation der Variablen, die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$u^{(4)}(x) - u^{(2)}(x) = e^{-2x}.$$

Aufgabe 6:
a1) Bestimmen Sie eine Funktion f derart, daß

$$\mathcal{L}(f(t))(s) = e^{-s} \frac{1}{1 + s^2}.$$

a2) Berechnen Sie

$$\mathcal{L}(\frac{\sin t}{t})(s).$$

b) Lösen das Anfangswertproblem

$$u^{(2)}(t) - 3u^{(1)}(t) + 2u(t) = f(t),\ u^{(1)}(0) = u(0) = 1,$$

wobei

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t \in [0,3] \\ 1, & t > 3 \end{cases}$$