

**ДИНАМИКА НА НЕУСТАНОВЕНИТЕ  
РЕЖИМИ НА ПЕРФОЛЕНТА****Наско Игнатов**

В настоящата работа се изследват пусковият и спирачния режим и на еластичната лента в едномерно пространство, т. е. на масова еластична нишка. Основната задача е количественото определяне на инерционните сили, които се появяват в лентата при задвижването ѝ от покой до стационарна скорост на движение  $V_0$  и при спиране от стационарната скорост  $V_0$  до покой. Тези сили позволяват да се пресметнат допустимите скорости на движение на лентата, което е основен проблем при входните и запамятаващите устройства на сметачните машини, работещи с лентов носител на информацията. Изследване с такава цел, доколкото ни е известно, има за книжна перфолента от Боот [1], публикувано във връзка със симпозиума по входни и изходни устройства на изчислителни машини, състоял се през 1959 г. в Лондон. Обаче Боот разглежда перфолентата като идеално твърдо тяло и затова е бил принуден да приеме някаква крайна дължина на същата на основата на проведени експерименти.

Поради еднакъв характер на явленията при пускане и спиране няма значение редът на тяхното изследване. За по-правилното разбиране на физическата им същност уместно е най-напред да се разгледа спирачния режим.

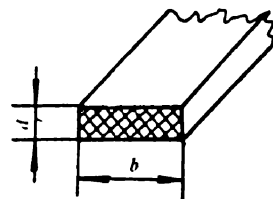
**Спирачен режим**

Разглежда се спирачния режим на еластична нишка, движеща се по права линия (ос  $x$ ) в хоризонтална равнина с постоянни по дължината на нишката: напречно сечение  $f$   $\text{cm}^2$ , линейна маса  $c$   $\text{g} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{cm}^{-2}$  и модул на еластичност  $E$   $\text{g} \cdot \text{cm}^{-2}$ . Приема се, че явлението зависи само от времето  $t$  и координатата  $x$ . Посочените постоянни характеристики се дефинират така:

$$f = bd,$$

където  $b$  е ширината на лентата, а  $d$  е дебелината ѝ;

$$c = \frac{dm}{dx} = f\rho,$$

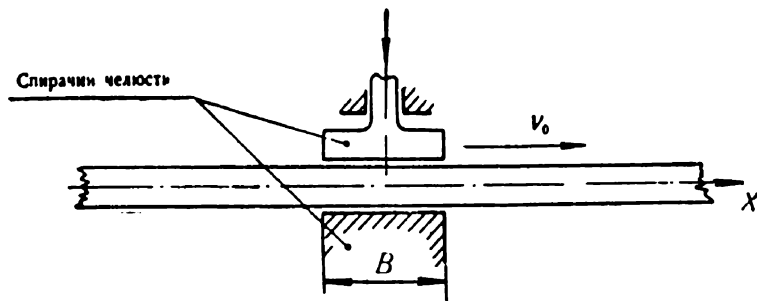


Фиг. 1

където  $dm$  е масата на елемент от лентата с дължина  $dx$ , а  $\rho$  е плътността на материала;

$$E = \frac{d\sigma}{d\epsilon},$$

където  $\sigma$  е напрежението в нормалното сечение, приемащо се за постоянно по сечението, а  $d\epsilon$  е относителната деформация на елемента с дължина  $dx$ .



Фиг. 2

Доколкото в повечето случаи модулът на еластичност  $E$  може да се приеме за еднакъв при опън и натиск, за него няма да се използват различни обозначения. В получените крайни резултати може да се работи с различни модули, когато е необходимо, понеже при разглежданите явления опъновите и натисковите зони са добре разграничени.

Нека спирането на лентата да се осъществява посредством неподвижни спирачни челюсти, които в даден момент да се притискат към нея (фиг. 2). Между челюстите и лентата ще действуват сили на триене, които ще уравновесяват инерционните сили от масата на лентата. Инерционните сили съгласно с фиг. 2 ще са насочени по положителната посока на оста  $x$ . Гравитационните сили ще действуват нормално на плоскостта на движение и поради това няма да бъдат отчитани. В изпълнените конструкции на лентови входни и запамятаващи устройства за сметачни машини е осигурен известен праволинеен хоризонтален участък за движение на лентата. Освен това при съвременните скорости на движение на лентата и режими на спиране земното ускорение е пренебрежимо малка величина спрямо ускоренията на нестационарните режими. Например при спиране на перфолента, която се движи със скорост  $2,54 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  (отговаряща на 1000 реда за 1 s при стъпка между редовете 2,54 mm), за време 0,0001 s средното ускорение ще бъде  $25\,400 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ , т. е. около 2600 пъти по-голямо от земното ускорение. Отдясно на челюстите при спиране лентата ще бъде подложена на опън, а отляво — на натиск, свързан обикновено със загуба на устойчивост.

Първо се разглеждат явленията в опъновата зона. За равновесието на елемент от лентата с дължина  $dx$  и при линейна зависимост между деформация и сила се получават следните зависимости:

деформация на елемента

$$d\delta = \frac{T}{E_f} dx,$$

относителна деформация на елемента

$$\varepsilon = \frac{d\delta}{dx} = \frac{T}{Ef},$$

опънова сила

$$T = - \int_x^l c \dot{V} dx$$

където  $x \leq l$ , а  $l$  е дължината на лентата, движеща се закъснително, засега неопределена. Ускорението на елемента се определя от зависимостта

$$\dot{V} = \frac{d^2\delta}{dt^2}.$$

Елементарната относителна деформация е

$$d\left(\frac{d\delta}{dx}\right) = \frac{dT}{Ef} = \frac{c\dot{V}}{Ef} dx$$

и като се вземе пред вид, че

$$\frac{c}{f} = \varrho,$$

окончателно се получава

$$(1) \quad \frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{E}{\varrho} \frac{d^2\delta}{dx^2}.$$

Това е известното от физиката вълново уравнение, в което

$$a = \sqrt{\frac{E}{\varrho}}$$

е скоростта на разпространение на вълните при идеално еластични тела. Общото решение на диференциалното уравнение (1) е от вида

$$(2) \quad \delta = w\left(t + \frac{x}{a}\right) + z\left(t - \frac{x}{a}\right),$$

където  $w$  и  $z$  са две произволни, непрекъснати и два пъти диференцируеми в разглеждания интервал по  $t$  и  $x$  функции. Достатъчно е те да са непрекъснати и два пъти диференцируеми по отношение на  $u = t \pm \frac{x}{a}$ .

Понеже  $\frac{x}{a}$  е времето, за което вълната ще достигне до сечението с координата  $x$ , функциите  $w$  и  $z$  могат да се тълкуват като функции на една променлива — времето  $u$ . Тогава за  $w$  деформацията  $\delta$  ще изпреварва действителното време с  $\frac{x}{a}$ , а за  $z$  — ще закъснява спрямо времето, отчитано в началната точка. Доколкото деформацията на отделните точки не може да изпревари разпространението на вълната, функцията  $w$  няма реален смисъл и за решение на уравнение (1) се приема

$$(3) \quad \delta = z\left(t - \frac{x}{a}\right).$$

От (3) следват зависимостите

$$(4) \quad \epsilon = \frac{\partial \delta}{\partial x} = -\frac{1}{a} \frac{dz}{du} = -\frac{1}{a} z'_u \left( t - \frac{x}{a} \right),$$

$$(5) \quad V - V_0 = \frac{\partial \delta}{\partial t} = \frac{dz}{du} = z'_u \left( t - \frac{x}{a} \right),$$

$$(6) \quad \frac{\partial \delta}{\partial x} = -\frac{1}{a} \frac{\partial \delta}{\partial t}$$

и

$$(7) \quad \dot{V} = \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} = \frac{d^2 z}{du^2} = z''_u \left( t - \frac{x}{a} \right).$$

Зависимостта (5) се извежда леко по отношение на относителната скорост на движение на точките, задавайки на лентата скорост  $-V_0$  и отчитайки, че при несмутена скорост в дадена точка ( $V = V_0$ ) относител-



Фиг. 3

ната деформация съгласно с (6) трябва да бъде нула. От (4), (5) и (7) следва, доколкото те са аналогични на (3), че  $\epsilon$ ,  $V$  и  $\dot{V}$  ще се разпространяват от началната точка също със скоростта на звука  $a$ .

Разглежда се движението на еластичната лента от момента на започване на спирането.

За начало на координатната система се приема (фиг. 3) точка  $O$  от лентата в опъновата зона, която първа ще започне да се движи закъснително и първа ще спре след време  $t_{\text{сп}}$ . Законът за движение на тази точка по оста  $x$  се означава с неизвестната засега функция от времето

$$x_0 = \varphi(t),$$

за която са валидни началните условия

$$\varphi(0) = 0, \quad \varphi'(0) = V_0.$$

След време  $t \leq t_{\text{сп}}$  импулсът от точка  $O$  ще се разпространи на разстояние  $l = at$ . За несмутения участък  $x \geq l$

$$\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} = 0,$$

откъдето следва, че в него опъновата сила ще бъде нула.

Определя се опъновата сила в точка  $O$  след време  $t \leq t_{\text{сп}}$ :

$$(8) \quad T_{x=0} = T_{x=l} - \int_0^{l=at} c \dot{V} dx = - \int_0^{at} c \dot{V} dx,$$

където

$$T_{x=l} = - \int_l^{\infty} c \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} dx = 0.$$

Доколкото интегрирането се извършва за определен момент, с променливата  $t$  може да се оперира като с константа. Като се използват зависимостите (5) и (7), се получава

$$(9) \quad \begin{aligned} T_{x=0} = T &= -c \int_0^{at} \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} dx = ac \int_0^{at} \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} d\left(t - \frac{x}{a}\right) = ac \int_t^0 \frac{d^2 z}{du^2} du \\ &= af \varrho \frac{dz}{du} \Big|_t^0 = f \sqrt{E \varrho} \frac{\partial \delta}{\partial t} \Big|_{t=t}^{x=0} = f \sqrt{E \varrho} (V_0 - V) = f \sqrt{E \varrho} [\varphi'(0) - \varphi'(t)]. \end{aligned}$$

До същия резултат се стига, ако се излезе от закона на Хук и от (6):

$$T = Ef \frac{\partial \delta}{\partial x} = \frac{Ef}{a} (V_0 - V) = f \sqrt{E \varrho} (V_0 - V).$$

Решава се (9) спрямо  $\varphi'(t)$ :

$$(10) \quad \varphi'(t) = V_0 - \frac{T}{f \sqrt{E \varrho}}.$$

Силата  $T$  е смущаващият фактор, който определя характера на явленияето. Ако е известна зависимостта на силата от времето, т. е.  $T(t)$ , чрез квадратура може да се определи законът за движение на точка  $O$ :

$$(11) \quad \begin{aligned} x_0 = \varphi(t) &= C_1 + V_0 t - \frac{\int_0^t T dt}{f \sqrt{E \varrho}}; \quad C_1 = 0; \\ x_0 &= V_0 t - \frac{\int_0^t T dt}{f \sqrt{E \varrho}}. \end{aligned}$$

Последната зависимост позволява да се решават и обратни задачи. Силата  $T$  не може да бъде постоянна по отношение на времето  $t$ , щом като се изменя скоростта на точка  $O$ . Максималната опънова сила ще се получи от (9) при спряна точка  $O$ :

$$(12) \quad T_{\max} = V_0 f \sqrt{E \varrho}.$$

Вижда се, че силата  $T$  нараства от нула до максималната си стойност и едновременно с това се изменя скоростта на точка  $O$  от  $V_0$  до нула. От (9) лесно може да се премине към определяне на опъновата

сила в произволно сечение на лентата, стига само да се сменят границите на интегрирането -- от  $x$  до  $at$ . Формална разлика спрямо (9) няма, но не бива да се забравя, че  $V$  ще бъде скоростта в дадения момент в съответното сечение. Импулсът на силата също ще се разпространява със скоростта на звука  $a$ .

Представяват интерес количествените резултати от изведените дотук зависимости. От (12), разделяйки почленно равенството на  $f$  и решавайки го по отношение на  $V_0$ , се получава

$$(13) \quad V_0 = \frac{\sigma}{\sqrt{E\rho}},$$

където  $\sigma = T/f$  са напрежения в даденото сечение. От тази зависимост при дадени напрежения могат да се изчислят началните скорости  $V_0$  на лентата, които съответствуват на тези напрежения. Ако е известно напрежението при граница на пропорционалност за материала на лентата, (13) позволява да се изчисли максималната скорост, до която са в сила изведените дотук зависимости.

На фиг. 4 е показана зависимостта  $\sigma - \epsilon$ , определена за 6 образци перфолента със средна дължина 700 mm. При

посочените на фиг. 4  $E$ ,  $\rho$  напрежения при разрушаване и на границата на пропорционалност (приблизително) от (13) се определят съответно

$$V_{0_{\sigma=\sigma_B}} = 700 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1},$$

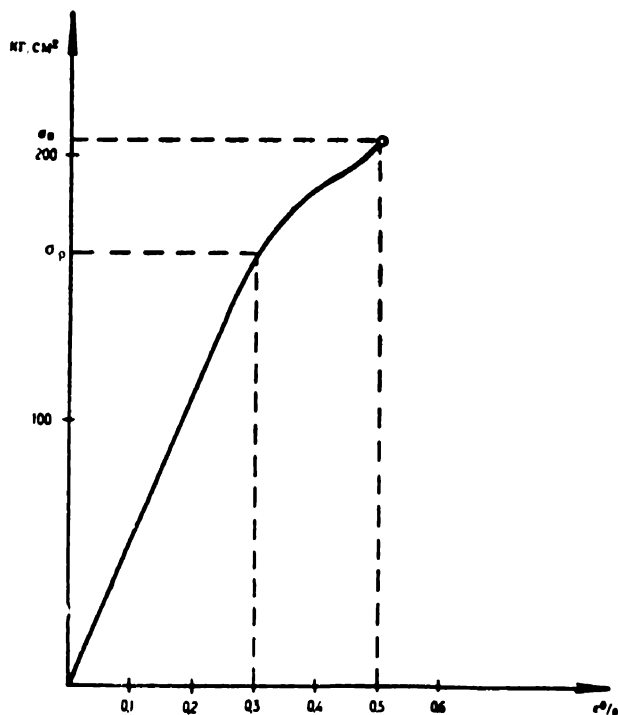
$$V_{0_{\sigma=\sigma_{\text{доп}}}} = 292 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1},$$

където

$$\sigma_{\text{доп}} = \frac{1}{3} \sigma_B$$

е прието в съответствие с [1]. Ако над граница на пропорционалност се приеме среден модул на еластичност (тангенциален модул)  $E_t = 3,0 \cdot 10^7 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-2}$ , от (13) се изчислява скорост на разрушаване

$$V_0 \sim 1200 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}.$$



Фиг. 4

$E = 5,6 \cdot 10^7 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-2}$ ;  $E_t = 3,0 \cdot 10^7 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-2}$ ;  $\sigma_B = 210 \text{ kg} \cdot \text{cm}^{-2}$ ;

$\sigma_p = 0,8$   $\sigma_B = 168 \text{ kg} \cdot \text{cm}^{-2}$ ;  $\sigma_{\text{доп}} = 70 \text{ kg} \cdot \text{cm}^{-2}$ ;

$1,02 \cdot 10^{-3} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{cm}^{-1}$

Резултатът е близък до цитирания в [1]  $1221 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ . От фиг. 4 се вижда, че материалът на перфолентата няма строго изразена линейна зависимост  $\sigma - \epsilon$  и представлява интерес изследването на явленията при нелинейна зависимост  $\sigma - \epsilon$ .

Под спирачните челюсти лентата напълно трябва да спира и се приема, че кинетичната енергия на лентата изцяло преминава в работа на триене — без потенциална енергия от деформация. От това приемане следва, че този участък от лентата ще се движи като идеално твърдо тяло и всички точки ще се движат по закона за движение на точка  $O$ . Тогава необходимата за спиране сила ще бъде

$$T = B f_0 \frac{d^2 \eta}{dt^2},$$

където  $B$  е дължината на спирачните челюсти според фиг. 2. При време за спиране от порядък  $1,0 \cdot 10^{-4} \text{ s}$  тази сила е значително по-малка от опъновата сила при перфолента.

В натисковата зона за лентата до загуба на устойчивост ще са в сила изведените по-горе зависимости за опъновата зона. Натисковата сила е значително по-малка от опъновата и затова ще се подходи по-опростено към явленията, произтичащи в лентата. Няма да се прилагат точните решения на механиката за динамичната загуба на устойчивост.

Критичната сила при равномерно разпределен товар се определя по известната от механиката зависимост

$$(14) \quad T_{\text{кр}} = 0,79 \frac{\pi^2 E I}{l^2},$$

където ще положим  $l = at$ .

В момента на достигане на критичната стойност силата  $T$  трябва да бъде равна на изчислената по (9). Ако приравним десните страни на (9) и (14), при известна зависимост  $V = V(t)$  може да се реши полученото уравнение спрямо времето и да се изчисли дължината от лентата  $l = at$ , която ще загуби устойчивост. От (14) ще се определи съответстващата критична сила. Това решение може да се извърне леко и графически.

За илюстрация ще се покаже един пример с перфолента, която има механически характеристики съгласно с фиг. 4. Приема се линейно изменение на силата  $T$ ,

$$T = kt.$$

От (11) следва

$$x_0 = V_0 t - k_1 \frac{t^2}{2},$$

където

$$k_1 = \frac{k}{f \sqrt{E_0}}.$$

При време за спиране  $1,0 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ , начална скорост  $V_0 = 300 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $\dot{V} = 3 \cdot 10^6 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$  и  $k = 1,25 \cdot 10^7 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$  времето за достигане на критичната сила  $T_{\text{кр}}$  ще бъде

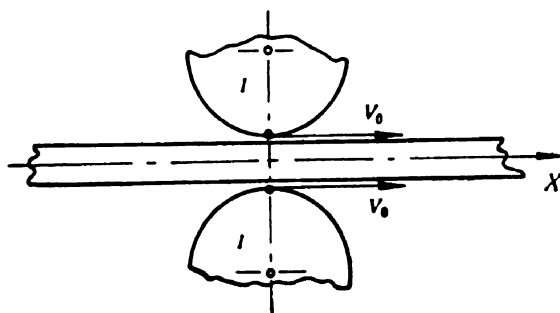
$$t_{\text{кр}} = \sqrt[3]{0,79 \frac{T^2 I_0}{k}} = \sqrt[3]{0,79 \frac{9,85 \cdot 1,45 \cdot 1,02 \cdot 10^{-10}}{1,25 \cdot 10^7}} = 4,52 \text{ } \mu\text{s},$$

където инерционният момент на сечението е изчислен при ширина на стандартна петканална лента 17,4 mm и дебелината 0,1 mm. За критичната сила се получава

$$T = 1,25 \cdot 10^7 \cdot 4,52 \cdot 10^{-6} \text{ г} = 56,4 \text{ г}.$$

Малката стойност, получена за критичната сила по отношение на опъновата сила, оправдава допуснатото опростяване при (14). Критичната сила не може да надвиши максималната опънова сила, изчислена по (12). След загуба на устойчивост се счита, че при двумерното движение на лентата нейното нагъване няма да доведе до изменение на критичната сила, действаща върху челюстите.

Общата сила, която ще действа върху челюстите, ще се сумира от трите изчислени по-горе сили — опъновата, натисковата и силата под спирачните челюсти.



Фиг. 5  
I — задвижващи ролки

### Пусков режим

Пусковият режим се разглежда при същите предпоставки, както и спирачния режим. Приема се, че пускането на лентата се осъществява посредством две ролки, които се въртят с еднаква периферна скорост  $V_0$  и в определен момент се притискат към неподвижната лента (фиг. 5).

От разглеждането на относителното движение между периферията на ролките и лентата се вижда, че няма никакво принципно различие между пусковия и спирачния режим. В сила ще бъде и вълновото уравнение (1), а също и решението му (3). Само опъновата зона ще се премести отляво, а натисковата — отдясно. Излизайки от условието, че началната скорост на лентата е нула, зависимостите (5), (9), (10) и (12) ще получат следния вид:

$$(15) \quad V = \frac{\partial \delta}{\partial t},$$

$$(16) \quad T_{x=0} = -Vf\sqrt{E_Q} = -\varphi'(t)f\sqrt{E_Q},$$

$$(17) \quad q'(t) = -\frac{T}{f\sqrt{E_Q}},$$

$$(81) \quad x_0 = -\int_0^t \frac{T dt}{f\sqrt{E_Q}},$$

$$(19) \quad T_{\max} = V_0 f \sqrt{E_Q}.$$

За натисковата зона ще е валидна зависимост (14).

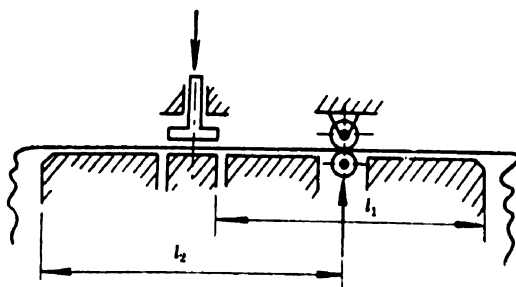


Дотук се предполагаше, че смутеният участък е по-малък от общата дължина на лентата. Ако това условие не е спазено, (9) и (16) ще добият вида

$$(20) \quad T_{x=0} = - \int_0^l c \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} dx = f \sqrt{E_0} (V_l - V),$$

$$T_{x=0} = - V_l f \sqrt{E_0},$$

където  $V_l$  ще бъде скоростта на крайната точка от лентата. На фиг. 6 е показана схема на лентово старт-стопно входно устройство. За опъновите зони по спирачен и пусков режим на разстояние, по-голямо съответно от  $l_1$  и  $l_2$ , лентата започва да се движи криволинейно и инерционните сили няма да оказват съществено влияние върху общата стойност на опъновата сила. От (20) се вижда, че ако е необходимо да се ограничи силата  $T$ , времето за спиране или пускане трябва да се увеличи до такава стойност, щото в момента на спиране на началната точка  $O$  в края  $l_1$  (съответно  $l_2$ ) на лентата да е достигнал импулс със скорост



Фиг. 6

$$V_l \leq \frac{T}{f \sqrt{E_0}}$$

В съществуващите конструкции на лентови устройства задвижването на лентата става само от една ролка, а втората е само притискаща и се задвижва посредством триене към лентата. При поредни пускания и спирания през много малки интервали от време е възможно значително изменение в картината на разпределение на скоростите по дължината на лентата.

### Заклучение

Пусковият и спирачният режим на еластична лента бяха изследвани от гледна точка на еластичния удар. Получените количествени резултати позволяват да се изчислява максималната допустима скорост на движение на лентата в зависимост от допустимите за дадения материал напрежения на опън. Например за книжна лента при допустими напрежения на опън  $168 \text{ kg. cm}^{-2}$  се получава допустима скорост  $700 \text{ cm. s}^{-1}$ , което съответствува на 2750 реда за 1 s при стъпка между отворите 2,54 mm. Боот е изчислил като допустима скорост 2500 реда за 1 s [1]. За експериментална проверка на получените резултати предполагаме, че ще е необходимо изработване на модел с неподвижна лента и притискащи ролки, при който времето за притискане към ролките да бъде по-малко от необходимото за разпространение на импулсите до опорите. Скоростта на разрушаване на лентата трябва да съответствува на изчислената по изведе-

ните зависимости. За осигуряване на необходимата надеждност в работата на лентовите устройства вероятно ще се наложи стандартизиране и контролиране на показателите плътност, модул на еластичност при опън и допустими напрежения на опън.

*Постъпила на 11. IX. 1964 г.*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Boot A., The Transport of Paper Tape in Digital Computation, manuscript received on 18th November 1959 (Paper No. 577).

### ДИНАМИКА НЕУСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ НА ПЕРФОЛЕНТЕ

Наско Игнатов

*(Резюме)*

Исследуются неустановившиеся режимы движения перфоленты причем эта последняя принимается как одномерная упругая нить. Количественно определяются силы инерции, возникающие на ленте при приведении ее в движение из состояния покоя до известной скорости движения  $V$  и, наоборот, при остановке после вышеупомянутого движения. Интерес представляет вывод, что эти силы не зависят от времени остановки, а только от начальной и крайней величин скорости движения исходного сечения, при том условии, что лента бесконечно длинная, т. е. такой длины, что до рассматриваемого момента волна возмущения еще не достигла до конца ленты. На основе определенной экспериментальным путем зависимости между напряжением натяжения и относительной деформацией  $\sigma - \epsilon$  вычислены допустимые скорости движения бумажной перфоленты. Приблизительно определены также и зависимости, связывающие передвижения перфоленты с воздействующими на нее силами.

### DYNAMICS OF THE NON-STATIONARY REGIMES OF MOVEMENT OF PERFORATED TAPE

Nasko Ignatov

*(Summary)*

The investigation covers the non-stationary regimes of movement of perforated tape, the latter being considered as a one-dimensional elastic filament. Quantitative determinations are made of the inertia forces appearing

in the tape upon its movement from a position of rest to a certain velocity  $V$  and upon stopping from a velocity  $V$ . The interesting conclusion has been drawn that these forces are not dependent on the stopping time but only on the initial and final values of the speed of movement of the initial section in case that the tape is endless, i. e. of such a length that by the moment examined the wave of the disturbance does not reach the end of the tape. The permissible speeds of movement of paper tape are calculated on the basis of an experimentally determined dependence between tensile stress and relative deformation  $\sigma-\epsilon$ . Approximately are determined also dependences which connect the translation movements of the tape and the forces acting on it.