С Т А Н О В И Щ Е

по конкурс за заемане на академична длъжност „доцент“
в професионално направление 4.5 Математика
(Хомогенни пространства и геометрична теория на инвариантите)
за нуждите на Института по математика и информатика (ИМИ),
към Българска академия на науките (БАН),
обявен в ДВ бр. 65 от 2.08.2024 г. и на интернет страницата на ИМИ-БАН

Становището е изготвено от Азнив Киркор Каспарян, катедра Алгебра, Факултет по математика и информатика, Софийски университет "Св. Климент Охридски", професионално направление 4.5 Математика, в качеството ми на член на научното жури по конкурса съгласно Заповед № 147 / 13.09.2024г. на Директора на ИМИ-БАН.

Единствен кандидат за обявения конкурс е д-р Валдемар Василев Цанов от Международния център за математически науки (МЦМН) към ИМИ-БАН. Той участва в конкурса с хабилитационен труд и девет статии. Три от статиите са самостоятелни, а шест са съвместни. Доколкото ми е известно, съавторите на съвместните публикации имат равностойни приноси. Валдемар Цанов има 30 забелязани цитирания, от които 16 са представени за конкурса. Освен копия на дипломите за придобиване на магистърска степен по математика от Софийски университет "Св. Климент Охридски", на образователната и научна степен "доктор" от Queen's University, Kingston, Canada и за хабилитация от Ruhr-Universität Bochum, Germany, документите включват доказателства за преподавателския и изследователския опит на Валдемар Цанов, авторска справка на научните постижения, списък на забелязаните цитирания и формуляр за изпълнение на минималните национални изисквания на Закона за развитие на академичния състав на Република България, Правилника за неговото прилагане, както и Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в ИМИ-БАН.

Валдемар Цанов е бил докторант и преподавател 4 години в Queen's University. Заемал е изследователски длъжности в Ruhr-Universität Bochum - за около 7 години, в Georg-August Universität Göttingen - за три и половина години, в Jacobs University, Bremen - за година и в МЦМН към ИМИ-БАН за повече от две години. Валдемар Цанов има продължителен преподавателски опит от Queen's University, Ruhr-Universität Bochum и Georg-August Universität Göttingen. Той е преподавал както класически, задължителни дисциплини като реален анализ, комплексен анализ, диференциални уравнения, алгебра, комбинаторика, така и лекции и семинари върху съвременни теми от теорията на алгебрите на Lie, алгебричната геометрия, теория на представянията, торичните многобразия, геометрична теория на инвариантите, хармоничен анализ и др., отразяващи научно-изследователската му работа. Валдемар Цанов е ръководил докторант в Ruhr-Universität Bochum и гостуващ докторант в Georg-August Universität Göttingen. Той е участвал в пет проекта на DFG - два в Ruhr-Universität Bochum и по един в университетите Georg-August Universität Göttingen, Jacobs University Bremen и Constructor University Bremen. Валдемар Цанов е спечелил лична двугодишна DFG-стипендия в Georg-August Universität Göttingen и е част от научната програма за повишаване на изследователския капацитет в математическите науки (ПИКОМ) към МЦМН на ИМИ-БАН. Той е гостувал в Max-Planck Institute of Mathematics в Bonn, в Центъра за теоретична физика на Полската академия на науките във Варшава и в Ruhr-Universität Bochum. Валдемар Цанов е изнесъл 50 доклада и два мини-курса на изключително престижни специализирани конференции и семинари като Филдсовия институт и други математически форуми в Германия, САЩ, Канада, Италия и България. Работил е и върху подготовката на лекциите на два курса, изнесени в Jacobs University Bremen.

Валдемар Цанов участва в конкурса с хабилитационен труд и девет статии, от които една с Impact Factor (IF) от първи квартил (Q1), две с IF от Q2 и още две статии с IF от Q3, съответно, Q4. Предоставил е за конкурса 16 цитирания и участието си в един колективен и един личен проект на DFG. По този начин той преизпълнява минималните национални изисквания за заемане на академичната длъжност "доцент"и специфичните изисквания на ИМИ-БАН.

Да продължим със съдържателен анализ на статиите на Валдемар Цанов от конкурса. Една от тях отразява частично неговата магистърска дипломна работа и реализира дифеоморфно $\mathrm{PSL}_2(\mathbb{R})/\Gamma_{p,q}$ за (p,q,∞)-триъгълни Фуксови групи $\Gamma_{p,q}$, $\mathrm{GCD}(p,q)=1$ като допълнения на възли в подходящи лещови пространства. С тази цел е доказано, че автоморфните форми с дробни степени и характери за повдигането $\widetilde{\Gamma_{p,q}}$ на $\Gamma_{p,q}$ до универсалното покритие $\widetilde{\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})}$ на $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$ имат такива пораждащи ω_a, ω_b, че къспидалната $\widetilde{\Gamma_{p,q}}$-модулярна форма от минимална положителна степен е от вида $\omega_\infty = c_a\omega_a^p + c_b\omega_b^q$ за някои $c_a, c_b \in \mathbb{C}^*$. Формата ω_∞ не се анулира върху универсалното покритие $\widetilde{T'H^2}$ на допълнението $T'H^2$ на нулевото сечение в допирателното разслоение TH^2 на горната полуравнина $H^2 \subset \mathbb{C}$. Ако възелът $K_{p,q} = S^3 \cap V_{p,q}$ се получава чрез пресичане на сферата $S^3 \subset \mathbb{C}^2$ с афинната крива $V_{p,q} = \left\{(z_1,z_2) \in \mathbb{C}^2 \,|\, c_a z_1^p + c_b z_2^q = 0\right\}$, то неговото допълнение $S^3 \setminus K_{p,q}$ е дифеоморфно на $\widetilde{\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})}/G$ за подходяща подгрупа G на $\widetilde{\Gamma_{p,q}}$ с индекс $r = pq - p - q$. Отъждествяването на $\mathrm{PSL}_2(\mathbb{R})/\Gamma_{p,q}$ с фактора $UH^2/\Gamma_{p,q}$ на разслоението UH^2 на единичните допирателни вектори към H^2, позволява влагане в $T'H^2/\Gamma_{p,q}$. Цикличната група от ред r, породена от $h = \left(e^{\frac{2\pi i p}{r}}, e^{\frac{2\pi i q}{r}}\right)$ действа върху $V_{p,q}$ и S^3, така че $\mathcal{K} = K_{p,q}/\langle h\rangle$ е възел в лещовото пространство $\mathcal{L} = S^3/\langle h\rangle$. Статията установява, че $T'H^2/\Gamma_{p,q}$ е бихоломорфно на допълнението $\left(\mathbb{C}^2/\langle h\rangle\right) \setminus (V_{p,q}/\langle h\rangle)$ на особената крива $V_{p,q}/\langle h\rangle$ в особената комплексна повърхнина $\mathbb{C}^2/\langle h\rangle$. Това води до дифеоморфността на $\mathrm{PSL}_2(\mathbb{R})/\Gamma_{p,q}$ с $\mathcal{L}\setminus\mathcal{K}$. Гореспоменатата статия има 8 цитирания от Web of Science, предоставени за конкурса.

Нека $\mathcal{H}$ е пространството от състояния на система от L различими частици, L бозона или L фермиони, $X \subset \mathbb{P}(\mathcal{H})$ е алгебричното многообразие на кохерентните състояния, а K е компактната група от симетрии на X. В гореспоменатите случаи, X поражда $\mathbb{P}(\mathcal{H})$ и X-рангът на $[v] \in \mathbb{P}(\mathcal{H})$ е минималният брой точки r на X, чиято сума е равна на v. Състоянията с X-ранг r, които не могат да се приближат със състояния от X-ранг $< r$ се наричат изключителни. Статия на Adam Sawicki и Валдемар Цанов от 2013 установява, че ако $K^{\mathbb{C}}$-действието върху $\mathbb{P}(\mathcal{H})$ е сферично, то няма изключителни състояния. Тази статия има 7 цитирания, предоставени за конкурса. Тя установява, че за $L \geq 3$ и за достатъчно голяма размерност на пространството от състоянията на една частица, съществуват изключителни състояния, които се появяват в секантното многобразие на X от ред 2. Като следствие, съществуването на изключителни състояния е физично препятствие за установяване на принадлежност на една и съща K-орбита чрез редуцирани матрици на плътност на една частица. Конкретен пример показва, че липсата на изключителни състояния не води до сферичност на действието.

Статия на Алексей Петухов и Валдемар Цанов от 2015 класифицира проективните многобразия $X \subset \mathbb{P}(V)$ с транзитивно действие на линейна група от автоморфизми $G \leq \mathrm{Aut}(X) < \mathrm{SL}(V)$ и с полу-непрекъсната отдолу рангова функция rk_X. Тази работа има едно цитиране, предоставено за конкурса. Нека V е крайномерно линейно пространство над алгебрично затворено поле F с $\mathrm{char}(F) = 0$, а $X \subset \mathbb{P}(V)$ е алгебрично многобразие, пораждащо $\mathbb{P}(V)$. Когато X-рангът $\mathrm{rk}_X : \mathbb{P}(V) \to \mathbb{N}$ е полу-непрекъснат отдолу, X се нарича rs-непрекъснато. Ако $X = Gx_o$, $x_o \in X$ има транзитивно действие на $G < \mathrm{Aut}(X) < \mathrm{SL}(V)$, то $V = V(\lambda)$ е неприводим G-модул, определен от своето максимално тегло λ. Още повече, $X = G\left[v^\lambda\right]$ е G-орбитата на правата $\left[v^\lambda\right]$ с максимално тегло. Това позволява построението на всички такива $X = G\left[v^\lambda\right]$, започвайки с полупроста алгебрична група G и с неприводим G-модул $V(\lambda)$ със старше тегло λ. Съществува единствена затворена G-орбита $X(g, V(\lambda)) = G\left[v^\lambda\right]$ в $\mathbb{P}(V(\lambda))$. Статията класифицира всички неприводими представяния $G \to \mathrm{SL}(V(\lambda))$ с $\dim V(\lambda) \geq 2$, за които $X(G, V(\lambda))$ е rs-непрекъснато. Изброени са възможните групи G, както и съответните старши тегла λ на техните крайномерни неприводими представяния $V(\lambda)$. Хомогенно многобразие $X \subset \mathbb{P}(V)$ е субкуминускулярно, ако съществува неприводимо ермитово симетрично пространство S с полупроста част $K(S)$ на изотропната подгрупа на групата от изометрии $I(S)$ на S, така че $X = X(K(S)^{\mathbb{C}}, T_{\check{o}}S)$ за допирателното пространство $T_{\check{o}}S$ на S в началото. От резултатите на статията следва, че хомогенно проективно многобразие $X \subset \mathbb{P}(V)$ е rs-непрекъснато тогава и само тогава, когато $X = (K(S)^{\mathbb{C}}, T_{\check{o}}S)$ е субкуминускулярно или X е хиперравнина на субкуминускулярно многообразие $\widetilde{X} = (K(\widetilde{S})^{\mathbb{C}}, T_{\check{o}}\widetilde{S})$ в неговото минимално проективно влагане. В последния случай, ранговата функция на X е ограничението на ранговата функция на $\widetilde{X}$ и $\sigma_r(X) = \sigma_r(\widetilde{X}) \cap \mathbb{P}(V)$.

Статия на Tomasz Maciażek и Валдемар Цанов, публикувана в "Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical" от Q1 изучава редуцираните матрици от плътности на частици, възникващи от чисти състояния. Известно е, че техните спектри образуват изпъкналия спектрален политоп, съвпадащ с образа на изображението на моментите. Работата конструира долна и горна граница на спектралния политоп, използвайки локалното описание на спектралния политоп около върха, отговарящ на старшето тегло. Стените на горната граница ограничават точно спектралния политоп. Те дават някои обобщени ограничения на Pauli за L фермиони в N състояния и са интересни в квантовата химия. Конструкцията на долната граница на спектралния политоп използва само двойно възбудени състояния. Чрез теория на представянията на компактните полупрости групи на Lie и техните комплексификации, статията установява, че неизродеността на Гаусовата втора основна форма е достатъчна за съвпадение на долната граница с целия спектрален политоп. Тя класифицира в четири класа незаплетените състояния на квантова система, за която долната и горната граница съвпадат със спектралния политоп. Статията на Tomasz Maciażek и Валдемар Цанов изучава за пръв път спектралния политоп на фермионно пространство на Fock. Освен споменатия класификационен резултат, тя дава пример, в който спектралният политоп съдържа строго долната граница.

Статия на Henrik Seppänen и Валдемар Цанов от 2017 изучава действието на главна SL_2-подгрупа S на свързана, едносвързана полупроста комплексна група на Lie G върху флагово многобразие $X = G/B$, определено от Борелева подгрупа $B < G$. Тя свързва свойствата на S-инвариантните сечения на линейни разслоения върху X с геометричните свойства на подходящи GIT (Geometric Invariant Theory) фактори по S. Нека H е Картанова подгрупа на G, съдържаща се в B, а W е групата на Weyl на H. Групата на Picard $\mathrm{Pic}(X)$ на X е изоморфна на тегловата решетка Λ на H, защото всяко линейно разслоение $\mathcal{L} \to X$ е от вида $\mathcal{L}_\lambda = G \times_B \mathbb{C}_{-\lambda}$ за някое $\lambda \in \Lambda$. В резултат, множеството на ефективните линейни разслоения върху X се отъждествява с моноида Λ^+ на доминантните тегла относно B. Това се дължи на факта, че глобалните сечения на ефективно линейно разслоение върху X образуват неприводим G-модул и всеки неприводим G-модул се реализира по този начин. Аналогично, всяко обилно линейно разслоение върху X е много обилно и отговаря на елемент на моноида Λ^{++} на строго доминантните тегла относно B. Доказано е, че за всяко $\lambda \in \Lambda^{++}$ слоевете на Kirwan на S-нестабилното подмножество на X относно обилно линейно разслоение $\mathcal{L}_\lambda$ са насищанията на подходящи клетки на Schubert. Статията се концентрира върху общия случай, в който всеки прост множител на G има поне 5 положителни корена. Тогава се оказва, че S-орбитите с размерност < 3 са тези през H-фиксираните точки. По-точно, съществува единствена 1-мерна орбита, изоморфна на $\mathbb{P}^1(\mathbb{C})$ и $\frac{1}{2}|W| - 1$ орбити с размерност 2, изоморфни на допълнението на диагонала в $\mathbb{P}^1(\mathbb{C}) \times \mathbb{P}^1(\mathbb{C})$. Останалите орбити са 3-мерни и имат тривиални или крайни абелеви изотропни групи. Статията доказва, че всяко обилно линейно разслоение върху X има степен с S-инвариантни сечения. Оказва се, че S-нестабилното множество на произволно линейно разслоение над X е с коразмерност ≥ 2. Класовете на GIT-еквивалентност на S-обилните линейни разслоения върху X се определят от разбиването на доминантната камера на Weyl $\Lambda^+_{\mathbb{R}}$ чрез система от хиперравнини $\mathcal{H}_w = \{\lambda \in \Lambda_{\mathbb{R}} \,|\, \lambda(wh) = 0\}$, където h е произволен фиксиран ненулев елемент на алгебрата на Lie на $S \cap H$, а w пробягва групата на Weyl W на H. Доказано е, че полупростото множество $X_{ss}(\mathcal{C})$ на класовете на GIT-еквивалентност на свързаните компоненти $\mathcal{C}$ на $\Lambda_{\mathbb{R}}^{++} \setminus (\cup_{w \in W} \mathcal{H}_w)$ се състои от 3-мерни орбити. GIT факторът $Y = X_{ss}(\mathcal{C})//S$ е мечтано пространство на Mori чиято група на Picard е решетка със същия ранг като Λ. $\mathbb{Q}$-групите на Picard на X и Y са изоморфни помежду си. Псевдо-ефективният конус и подвижният конус в $\mathrm{Pic}(Y)$ са изоморфни помежду си и на $\Lambda_{\mathbb{R}}^{+}$. Числово ефективният конус в $\mathrm{Pic}(Y)$ е изоморфен на затворената обвивка на $\mathcal{C}$. Произволно числово ефективно линейно разслоение върху Y има степен без фиксирани точки. За произволно $\lambda \in \Lambda^{+}$ съществуват $k \in \mathbb{N}$ и линейно разслоение $\mathcal{L} \to Y$, така че $V_{k\lambda}$ има ненулев S-инвариантен елемент и глобалните сечения $H^0(Y, \mathcal{L}^j) \simeq (V_{jk\lambda})^S$ на $\mathcal{L}^j$ съвпадат с S-инвариантите на $V_{jk\lambda}$ за всички $j \in \mathbb{N}$.

Статия на Валдемар Цанов от 2019 изучава полиномните инварианти $\mathbb{C}[V]^G$ на крайномерен модул V на свързана комплексна редуктивна алгебрична група G. Казваме, че пръстенът $\mathbb{C}[V]^G$ има пораждащ от степен $d \in \mathbb{N}$, ако хомогенната компонента $\mathbb{C}[V]^G_d$ на $\mathbb{C}[V]^G$ от степен d не се съдържа в пръстена, породен от хомогенните компоненти от степен $< d$. Нека $H < G$ е Картанова подгрупа с теглова решетка Λ и корнева система $\Delta \subset \Lambda$, $\Lambda(V)$ е множеството на H-теглата на V, а $M \subset \Lambda(V)$ е подмножество с $M \cap (M + \Delta) = \emptyset$, което е линейно зависимо над $\mathbb{N}$ и минимално относно това свойство. Ако $\sum_{\nu \in M} b_\nu \nu = 0$ е единственото представяне с взаимно прости коефициенти $b_\nu \in \mathbb{N}$, то $\mathbb{C}[V]^G$ има пораждащ от степен $k \left(\sum_{\nu \in M} b_\nu \right)$ за някое $k \in \mathbb{N}$. Нека G е полупроста, $V = V(\lambda)$ е неприводим G-модул със старше тегло λ относно Борелева подгрупа $B < G$, а $X \subset \mathbb{P}(V)$ е единствената затворена G-орбита в проективизацията $\mathbb{P}(V)$ на V. Да означим с J хомогенния аугментационен идеал на $\mathbb{C}[V]^G$, с $I(J)$ - хомогенния идеал на $\mathbb{C}[V]$, породен от J, а с $\sqrt{I(J)}$ радикала на $I(J)$. Проективното многобразие $\mathbb{P}^{\mathrm{us}} = \mathbb{V}(J) \subset \mathbb{P}(V)$ на J се нарича множество на нестабилност, а максималното $r \in \mathbb{N}$, за което секантното многобразие $\sigma_r(X)$ се съдържа в $\mathbb{P}^{\mathrm{us}}$ е рангът на нестабилност r_{us}. Статията доказва, че ако непостоянен хомогенен инвариант $f \in \mathbb{C}[V(\lambda)]^G$ се анулира върху секантното многобразие $\sigma_r(X)$, то $\deg(f) > r$. Още повече, ако $\mathbb{C}[V(\lambda)]^G \neq \mathbb{C}$, то $d_1 > r_{us}$ за минималната положителна степен d_1 на хомогенен инвариантен полином. В частния случай на rs-непрекъснато $X \subset \mathbb{P}(V(\lambda))$, пораждащите на $\mathbb{C}[V(\lambda)]^G$ отговарят на секантните многобразия, пресичащи $\mathbb{P}(V(\lambda)) \setminus \mathbb{P}^{\mathrm{us}}$.

Нека G е свързана, едносвързана, полупроста комплексна алгебрична група, B е Борелева подгрупа на G, Λ е решетката от характери на максимален тор на B, а Λ^+ е B-доминантната камера на Weyl на Λ. Известно е, че крайномерните неприводими G-модули $V(\lambda)$ се параметризират с $\lambda \in \Lambda^+$ и отговарят на линейните разслоения $\mathcal{L}_\lambda = G \times_B \mathbb{C}_{-\lambda}$ върху пълното флагово многобразие $X = G/B$, чиито глобални сечения са $H^0(X, \mathcal{L}_\lambda) = V_\lambda^*$. Всяка полупроста комплексна подгрупа $\widehat{G}$ на G действа върху $H^0(X, \mathcal{L}_\lambda^k)$ и $X_{\mathrm{us}} := \{x \in X \,|\, s(x) = 0, \forall s \in H^0(X, \mathcal{L}_\lambda^k)^{\widehat{G}}, \forall k \in \mathbb{N}\}$ се нарича множество на нестабилност на λ. Ако $X_{ss}(\lambda) := X \setminus X_{us}(\lambda)$ е множеството на полустабилност и $Y = X_{ss}(\lambda)//\widehat{G}$ е неговият GIT фактор, то съществуват $m \in \mathbb{N}$ и линейно разслоение $L_\lambda \to Y$, така че $\widehat{G}$-инвариантите на пръстена на сеченията на $\mathcal{L}_\lambda^m$ съвпадат с пръстена на сеченията на L_λ. Статия на Henrik Seppänen и Валдемар Цанов от 2022 изучава съществуването и някои свойства на такива Y, за които $\widehat{G}$-инвариантите $\mathrm{Cox}(X)^{\widehat{G}} = \mathrm{Cox}(Y)$ на пръстена на Cox на X съвпадат с пръстена на Cox на Y. $\widehat{G}$-обилният конус $C^{\widehat{G}}(X)$ е изпъкналият конус в $\mathrm{Pic}(X)_{\mathbb{R}}$, породен от обилните линейни разслоения с $\widehat{G}$-инвариантни сечения. За всяко $k \in \mathbb{N}$ нека $C_k^{\widehat{G}}(X)$ е множеството на онези $\lambda \in \Lambda_{\mathbb{R}}^{++}$, които принадлежат на затворената обвивка на $\{\lambda \in \Lambda_{\mathbb{Q}}^{++} \,|\, \mathrm{codim}_X X^{\mathrm{us}}(\lambda) \geq k\}$. Тогава $C_1^{\widehat{G}}(X) = C^{\widehat{G}}(X)$ е $\widehat{G}$-обилният конус, а $\mathrm{Mov}^{\widehat{G}}(X) := C_2^{\widehat{G}}(X)$ се нарича $\widehat{G}$-подвижен конус. Подвижните камери се състоят от $\lambda \in \Lambda^+$, за които $\widehat{G}$-орбитите върху $X^{\mathrm{ss}}(\lambda) = X \setminus X^{\mathrm{us}}(\lambda)$ са инфинитезимално свободни и $X^{\mathrm{us}}(\lambda)$ е с коразмерност ≥ 2 в X. Статията доказва, че за всички $k \in \mathbb{N}$ множествата $C_k^{\widehat{G}}(X)$ са изпъкнали рационални полиедрални конуси в отворената камера на Weyl $\Lambda_{\mathbb{R}}^{++}$. Конусът $C_{k+1}^{\widehat{G}}$ се съдържа във вътрешността на $C_k^{\widehat{G}}(X)$ относно относителната топология на $\Lambda_{\mathbb{R}}^{++}$. Ако $C_3^{\widehat{G}}(X) \neq \emptyset$ е непразно, то съществуват $\widehat{G}$-подвижни камери. Работата описва в явен вид $\widehat{G}$-обилния конус $C^{\widehat{G}}(X) \subset \Lambda_{\mathbb{R}}^+$ чрез неравенствата $\lambda(w^{-1}\xi) \leq 0$ за произволни доминантни тегла ξ, отговарящи на максимални параболични подгрупи $P_\xi < G$ и произволни w от групата на Weyl W, такива че $\dim \widehat{G}P_\xi(wB) = \dim\left(\widehat{G}/P_\xi \cap \widehat{G}\right) + \dim P_\xi(wB) = \dim(G/B)$. Аналогично, $C_k^{\widehat{G}}(X) \subset \Lambda_{\mathbb{R}}^+$ се отсича от $\lambda(w^{-1}\xi) \leq 0$ за всички (ξ, w) $\dim \widehat{G}P_\xi(wB) = \dim\left(\widehat{G}/P_\xi \cap \widehat{G}\right) + \dim P_\xi(wB) = dim(G/B) - k + 1$. За произволна $\widehat{G}$-подвижна камера $\mathcal{C} \subset C^{\widehat{G}}(X)$ нека $Y = X^{\mathrm{ss}}(\mathcal{C})//\widehat{G}$ е съответният GIT фактор. Статията доказва, че Y е мечтано пространство на Mori и съществува каноничен изоморфизъм $\mathrm{Pic}(X)_{\mathbb{R}} \simeq \mathrm{Pic}(Y)_{\mathbb{R}}$ на съответните $\mathbb{R}$-групи на Picard. Този изоморфизъм отъждествява $\widehat{G}$-обилния конус $C^{\widehat{G}}(X)$ на X с ефективния конус $\overline{\mathrm{Eff}}(Y)$ на Y. Установено е, че GIT камерите отговарят на камерите на Mori. $\widehat{G}$-инвариантите $\mathrm{Mov}^{\widehat{G}}(X)$ на подвижния конус на X се отъждествяват с подвижния конус $\mathrm{Mov}(Y)$ на Y. Затворената обвивка $\overline{\mathcal{C}}$ на $\widehat{G}$-подвижната камера $\mathcal{C}$ е изоморфна на числено ефективния конус $\mathrm{Nef}(Y)$ на Y и $\widehat{G}$-инвариантите $\mathrm{Cox}(X)^{\widehat{G}}$ на пръстена $\mathrm{Cox}(X)$ на Cox на X образуват крайно разширение на пръстена $\mathrm{Cox}(Y)$ на Cox на Y.

Статия на Валдемар Цанов от 2024 въвежда и изучава частични изпъкнали обвивки на ко-присъединени орбити на свързани полупрости компактни групи на Lie K. Ко-присъединените орбити $K\lambda \subset \mathrm{Lie}K$ се параметризират с елементите λ на камера на Weyl $\mathfrak{t}_+$ в максимална абелева подалгебра $\mathfrak{t} \subset \mathrm{Lie}K$. За всяко $r \in \mathbb{N}$, r-тата частична изпъкнала обвивка $C_r(K\lambda) \subset \mathrm{Lie}K$ на $K\lambda$ е обединението на изпъкналите обвивки на произволни r точки от $K\lambda$. След като доказва, че частичната изпъкнала обвивка $C_{\dim \mathfrak{t}+1}(K\lambda)$ е изпъкнала и съвпада с изпъкналата обвивка $\mathrm{Conv}(K\lambda) \subset \mathrm{Lie}K$ на $K\lambda$, статията определя $r(\lambda)$ като минималното $r \in \mathbb{N}$, за което r-тата частична изпъкнала обвивка $C_r(K\lambda) = \mathrm{Conv}(K\lambda)$ съвпада с изпъкналата обвивка на $K\lambda$. Вземайки предвид, че $0 \in \mathrm{Conv}(K\lambda)$, $\forall \lambda \in \mathfrak{t}_+$, работата определя $r_o(\lambda)$ като минималното $r \in \mathbb{N}$, за което $0 \in C_r(K\lambda)$. Нека Λ е тегловата решетка на $T = \exp(\mathfrak{t}) < K$. Неприводимите комплексни представявания $V(\lambda)$ на K се параметризират с доминантните тегла $\Lambda^+ = \Lambda \cap \mathfrak{t}_+$. Нека $d_1(\lambda)$ е минималната положителна степен на елемент на минимална хомогенна пораждаща система на пръстена $\mathbb{C}[V(\lambda)]^K$ на K-инвариантните полиноми в $V(\lambda)$. За произволни $\lambda \in \Lambda^+ \setminus \{0\}$ и $q \in \mathbb{Q}_{>0}$, статията доказва, че $d_1(q\lambda) \geq r_o(\lambda)$. Нека $\mathcal{CLR}_r(K)$ е r-тият конус на Littlewood-Richardson, а $i_r : \mathrm{Lie}K \to (\mathrm{Lie}K)^{\oplus r}$ е диагоналното влагане. Тогава множествата $\mathfrak{A}_r = \{\lambda \in \mathfrak{t}_+ \,|\, r_o(\lambda) \leq r\}$, $\mathcal{C}_r = \{\lambda \in \mathfrak{t}_+ \,|\, r(\lambda) \leq r\}$ са изпъкнали рационални полиедрални конуси в $\mathfrak{t}_+$, а $i_r(\mathfrak{A}_r) = \mathcal{CLR}_r(K) \cap i_r(\mathfrak{t}_+)$ За произволно $\xi \in \mathfrak{t}_+$ нека K'_ξ е производната група на централизатора на ξ. В такъв случай, $C_r(K\lambda) = \mathrm{Conv}(K\lambda)$ тогава и само тогава, когато за всяко $\xi \in \mathfrak{t}_+$ ортогоналната проекция на λ върху $\mathrm{Lie}(K'_\xi)$ принадлежи на $\mathcal{CLR}_r(K'_\xi)$.

Статия на Иван Пенков и Валдемар Цанов от 2024 конструира тензорна категория T_t, породена от два обекта X, Y с филтрации с дължина $t+2$ и сдвояване $X \otimes Y \to \mathbf{1}$ със стойности в моноидалната единица, която е универсална в следния смисъл: за произволни обекти X', Y' на тензорна категория T' с филтрации с дължина $t'+2$ за някое $t' \leq t$ и сдвояване $X' \otimes Y' \to \mathbf{1}'$, съществува ляво точен моноидален функтор $F : T_t \to T'$ с $F(X) = X'$, $F(Y) = Y'$, който е съгласуван със съответните филтрации. Конструкцията на T_t започва с тензорна категория $\mathbb{T}_t$ над алгебрата $\mathfrak{gl}^M = \mathfrak{gl}^M(V, V_*)$ на Mackey Lie на диагонализируемо сдвояване $V \otimes V_* \to K$ на линейно пространство V с размерност $\aleph_t$ над алгебрично затворено поле K с $\mathrm{char}(K) = 0$ и линейната обвивка V_* на дуален базис на V в $V^* = \mathrm{Hom}(V, K)$. Алгебрата $\mathfrak{gl}^M$ се състои от линейните оператори $\varphi : V \to V$ с $\varphi^*(V_*) \subset V_*$. Използвайки филтрациите на дуалните пространства V, V_*, статията пресмята цокъла и описва всички идеали на $\mathfrak{gl}^M$. Категорията $\mathbb{T}_t$ се определя като пълната тензорна подкатегория на категорията на $\mathfrak{gl}^M$-модулите, породена от V^* и $(V_*)^*$, които са затворени относно произволни директни суми. След класифициране на простите обекти на $\mathbb{T}_t$ и тяхната параметризация чрез двойки редици $\lambda_\bullet$, $\mu_\bullet$ от диаграми на Young с дължина $t+2$, статията описва неразложимите инективни обекти на $\mathbb{T}_t$ и пресмята в явен вид слоевете на филтрациите на техните цокли. Доказано е, че простите обекти на $\mathbb{T}_t$ имат безкрайна инективна дължина и инективната обвивка I на тривиалния 1-мерен $\mathfrak{gl}^M$-модул K е комутативна асоциативна алгебра. След намиране на явни инективни резолвенти на простите обекти, работата намира явни формули за всички Ext между прости обекти на $\mathbb{T}_t$. По определение, обектите на T_t са онези обекти на $\mathbb{T}_t$, които са свободни I-модули. Морфизмите на T_t са онези морфизми на $\mathfrak{gl}^M$-модули, които са също морфизми на I-модули. Простите обекти на T_t са простите обекти на $\mathbb{T}_t$, тензорно умножени с I и те имат крайна инективна дължина в T_t. Като обект на T_t, модулът I е едновременно прост и инективен. Всички Ext-ове между прости обекти на T_t са намерени в явен вид, след построяване на явни канонични инективни резолвенти на простите обекти.

Хабилитационият труд на Валдемар Цанов изучава полиномиалните инварианти на редуктивни комплексни линейни алгебрични групи чрез геометрията на съответните орбити. Той е защитен в Ruhr-Universität Bochum и издаден от Lap-Lambert Academic Publishing. След въведение и предварителни сведения, третата глава отразява резултатите на статията на Алексей Петухов и Валдемар Цанов от 2015 и статията на Валдемар Цанов от 2019. Освен някои допълнителни примери, тази глава доказва, че в означенията на статията на Валдемар Цанов от 2019, ако множеството $M \subseteq W\lambda \subseteq \Lambda(V(\lambda))$ на екстремалните тегла на неприводим G-модул $V(\lambda)$ е линейно зависимо над $\mathbb{N}$, то съществува такова $k \in \mathbb{N}$, че всяко минимално пораждащо множество на $\mathbb{C}[V(k\lambda)]^G$ има елемент от степен $\sum_{\nu \in M} b_\nu$, където $\sum_{\nu \in M} b_\nu \nu = 0$ е единствената нетривиална линейна комбинация на $\nu \in M$ с взаимно прости коефициенти $b_\nu \in \mathbb{N}$. Четвъртата глава на хабилитациония труд е посветена на действията на подгрупи върху флагови многобразия. Тя отразява резултатите на статията на Henrik Seppänen и Валдемар Цанов от 2017, свързваща подгруповите инварианти с подходящи GIT фактори.

След като се запознах с представените в конкурса материали и научни трудове и въз основа на направения анализ на тяхната значимост и съдържащи се в тях научни и научно-приложни приноси, потвърждавам, че научните постижения отговарят на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за приложението му и Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и заемане на академични длъжности в Института по математика и информатика на Българска академия на науките, за заемане от кандидата на академичната длъжност „доцент“ в научната област и професионално направление на конкурса. В частност кандидатът удовлетворява минималните национални изисквания в професионалното направление и не е установено плагиатство в представените по конкурса научни трудове. Затова **давам своята положителна оценка за кандидатурата на Валдемар Цанов.**

Въз основа на гореизложеното, препоръчвам на научното жури да предложи на компетентния орган по избора на Института по математика и информатика към Българска академия на науките да избере **Валдемар Василев Цанов за „доцент“ в професионално направление 4,5 Математика (Хомогенни пространства и геометрична теория на инвариантите) в Института по математика и информатика на Българска академия на науките.**

12.11.2024

Становището е написано от:

проф. д-р Азнив Каспарян
Факултет по математика и информатика
Софийски университет "Св. Климент Охридски"