



ДИГИТАЛНА НАЦИОНАЛНА КОАЛИЦИЯ

e-Start@school

Тони Чехларова

**Използване на дигитално учебно
съдържание в началното образование
(помагало за учители)**

2018



Проектът се осъществява от ДИГИТАЛНА НАЦИОНАЛНА КОАЛИЦИЯ в сътрудничество с
Министерство на образованието и науката и с подкрепата на Google.org

Често говорим за начина, по който технологиите променят образователната среда и също така често забравяме, че всяка промяна може да "оживее" в класната стая само с помощта на Учителя. Този проект е за Него. Защото, както много находчиво се беше изразил бившият директор на технологичния гигант Intel Крег Барет: "Ако трябва да изберем една единствена технология, която да поставим в класната стая, изборът ще е съвсем лесен - ДОБЪР УЧИТЕЛ".

Чрез e-start@school Дигиталната национална коалиция и Гугъл поставят Учителя в центъра на промяната и го мотивират да обучи свои учители-последователи, жадни за знания и умения. Ако пилотният проект в Северозападна България завърши успешно, ще имаме нови 450 преподаватели, готови да бъдат шампиони в една трудна и динамично променяща се среда.

Гергана Паси
Ръководител на проекта

Съдържание

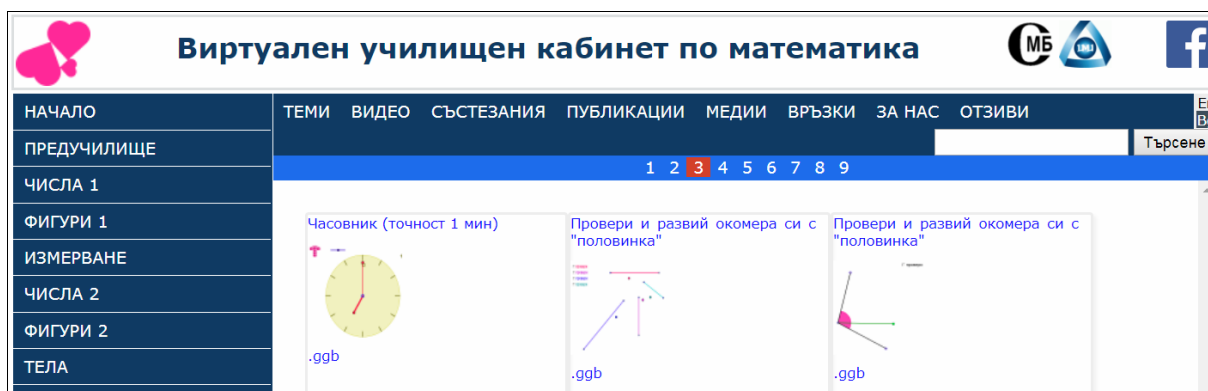
Предговор.....	4
1. Провери и развий окомера си с ъгли	5
2. Сравняване на числата до 10.....	6
3. Изследвания с фигура	9
4. Виртуални часовници.....	11
5. Видове триъгълници според ъглите	12
6. Видове триъгълници според страните.....	13
7. Диаграми на Вен - Ойлер.....	14
8. Събиране на числа до 10	16
9. Лице на правоъгълник	17
10. Игрословица	18
11. Закономерности в таблица:Пространствени отношения.....	19
12. Цветно sudoku.....	20
13. Задачи с кибритени клечки.....	21
14. Нарисувай пеперуда	22
15. Осева симетрия	23
16. Полиомино в числова таблица	24
17. С един замах.....	27
18. Квадратни числа.....	28
19. Провери и развий окомера си с половинка.....	29
20. Подготовка за състезание „VIVA Математика с компютър“	30
Литература	32

Предговор

Това помагало е предназначено за квалификационен курс за начални учители и възпитатели в рамките на проект e-Start@school. Целта е да се формират знания и умения за използване на дигитални технологии в началното образование. Акценти се поставят върху:

- създаването на условия за изследвания
- самопроверката и проверката
- онагледяването
- създаването на условия за развитие на качества на мисленето и въображението на учениците
- съчетаването на материални и дигитални педагогически средства.

Ресурсите могат да се намерят във Виртуалния училищен кабинет по математика <http://cabinet.bg/>, разработван в Института по математика и информатика на Българска академия на науките.



Голяма част от динамичните файлове във Виртуалния училищен кабинет по математика са създадени със софтуера Geogebra. Най-новата версия на GeoGebra може да се изтегли от адрес <https://www.geogebra.org/download>. Предоставените файлове могат да се ползват on-line, а част от тях - да се изтеглят във формат ggb.

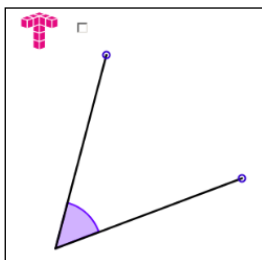
По време на обучението участниците ще използват готови динамични ресурси, ще се научат да модифицират някои от тях, ще развият дигиталната си компетентност. Обучението се осъществява чрез решаване на дидактически задачи и споделяне на добри практики от учителите-обучители.

проф. Тони Чехларова
Институт по математика и информатика,
Българска академия на науките

1. Провери и развий окомера си с ъгли

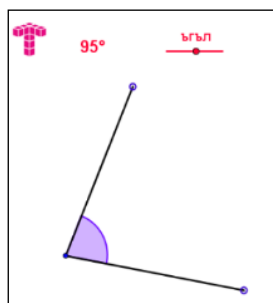
Преценете на око колко е градусната мярка на ъгъла. Във файла на посочения адрес скрийте отговора. За следващ пример променяйте ъгъла чрез точките върху рамената му. В кои теми е подходящо използването на този файл? Опишете варианти за използването му за самостоятелна работа и за състезание по групи. Предложете подходящи негови модификации.

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d12059.html>



Преместете рамената на ъгъла така, че мярката му да е 95° . Проверете. Скрийте отговора. За следващ пример използвайте плъзгача. В кои теми е подходящо използването на този файл?

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d12060.html>



Методически бележки

Практиката показва, че 5-7 минутна работа с двата файла повишава значително точността на окомера. В някои случаи, при решаване на задачата се използва и допълнително знание. Например, при определяне на градусната мярка на тъп ъгъл, често се използва връзка с 90° и 180° .

На адрес

<http://cabinet.bg/index.php?contenttype=viewarticle&id=185>

можете да разгледате тема, в която са включени примери с автоматично генериране на ъглите. За получаване на нов пример е необходимо да се обнови конструкцията.

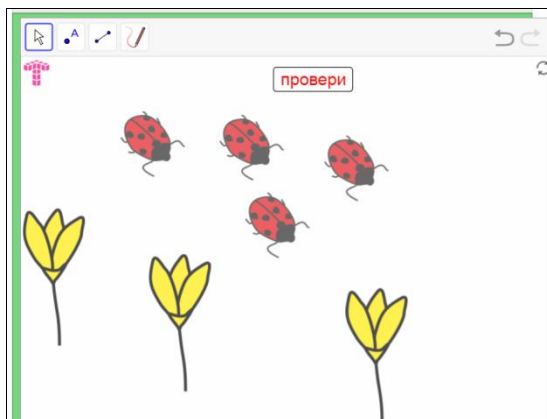
2. Сравняване на числата до 10

Предложете различни начини за решаване на задачите на адрес:

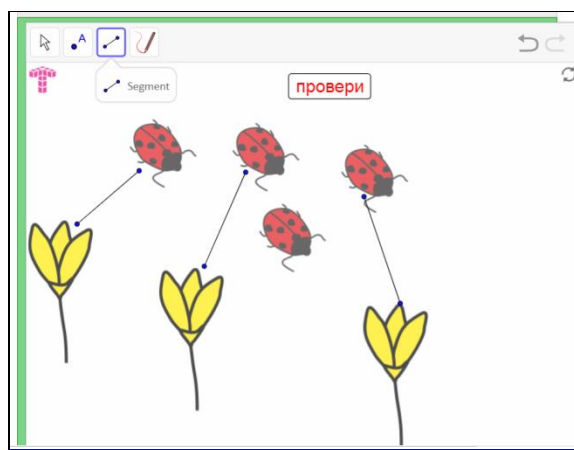
<http://cabinet.bg/index.php?contenttype=viewarticle&id=176>

Методически бележки

Текстът на първата задача е „Има ли цветове за всяка калинка?“.



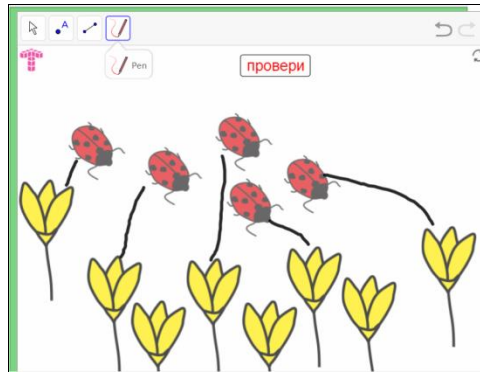
Може да се избере бутон за отсечка и свързва калинка с цвете. В случая, за една калинка не остава цвете, следователно отговорът е „не“.



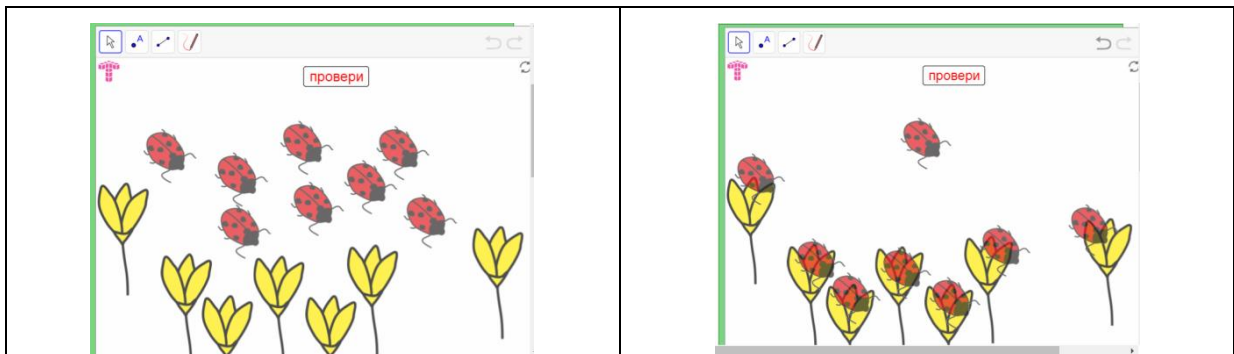
За получаване на следващ пример:

- се избира бутон 
- файлът се обновява чрез бутона  горе вдясно.

Вместо отсечка, като помощен инструмент може да се използва моливът.

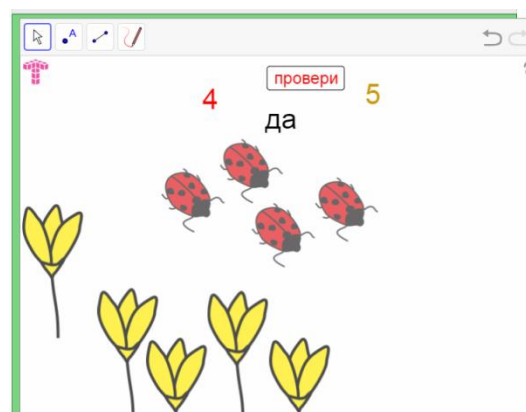


Друга възможност е да се преместват (с влачене) калинките до цветята.

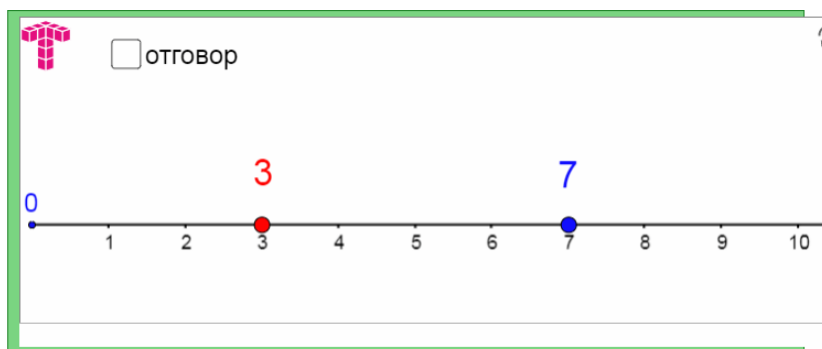


Преброяването в много случаи е рационалният начин за решаване.

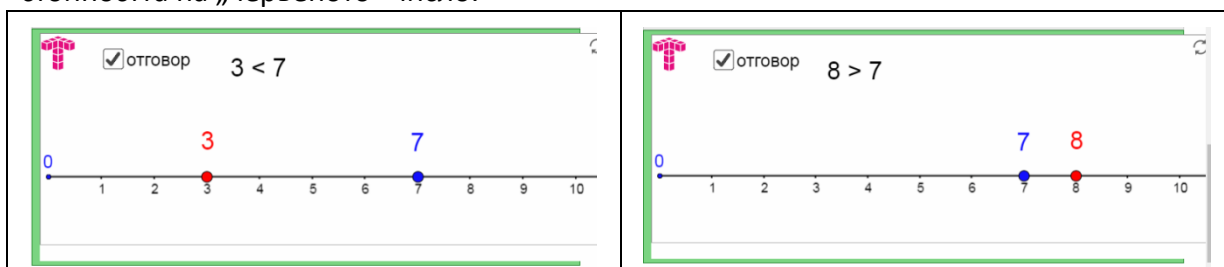
Обратна връзка може да се получи след натискане на бутон „провери“. В резултат на екрана се изписват отговорът, броят на калинките и броят на цветята.



Вторият файл в темата свързва сравняването на числата с позицията им върху числова ос. В случая е показана част от числовата ос, която позволява да се работи с числата от 0 до 10.



С отметката за скриване/показване се скрива/показва отговор на задачата. Ще обърнем внимание, че отговорът е (не)равенство, вляво от знака винаги е записана стойността на „червеното“ число.



Нов пример се получава с преместване на едната или двете точки. Преди това трябва да се скрие отговорът, ако е показан.

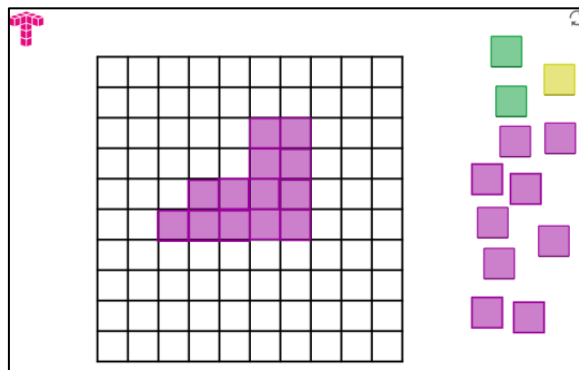
В третия файл числата за сравняване се генерират автоматично.

Зелените знаци могат да се преместват, а с бутон „провери“ се показва верният знак. За следващ пример се използва бутонът „натисни за нов пример“ или бутонът за обновяване на файла.

3. Изследвания с фигура

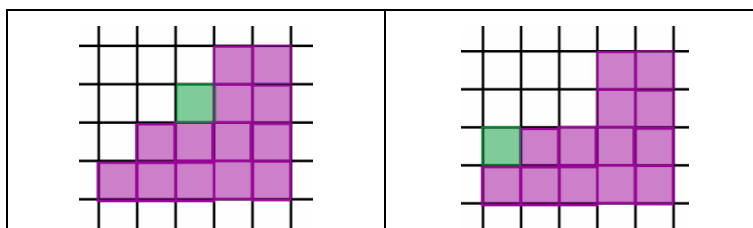
Съставете задачи, като използвате файла на адрес

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d12033.html>



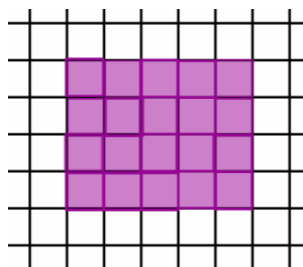
Методически бележки

3.1. Добавете едно квадратче така, че обиколката на фигурата да се запази. По колко начина може да бъде направено това?



Удобно е да се използва бутонът за обновяване на файла, за да се осъществи връщане към началната фигура при съставяне на нова задача или решаването ѝ.

3.2. Какъв е максималният брой квадратчета, които могат да се добавят, без да се измени обиколката?



Подходящо е да се реши задачата за още 2-3 фигури, за да стигнат учениците до обобщение.

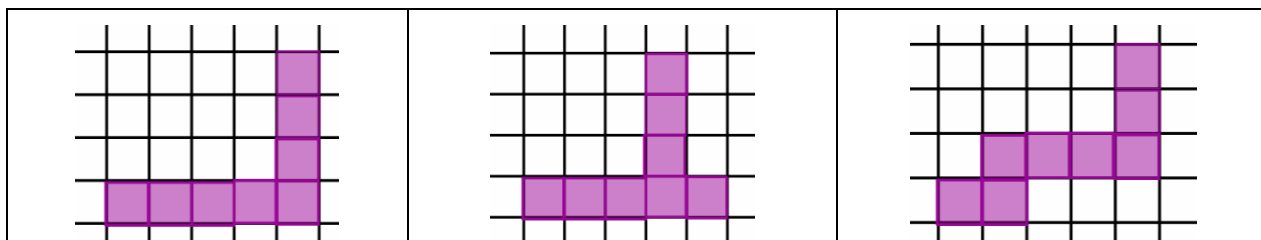
3.3. Добавете едно квадратче така, че обиколката на фигурата да се увеличи.

3.4. Ако е възможно, отстранете едно квадратче така, че обиколката на фигурата да се: а) запази; б) увеличи; в) намали. По колко начина може да бъде направено това?

Тук е важно да се изяснят изискванията по отношение на връзките между единичните квадратчета, например задължително ли всяко единично квадратче трябва да има обща стена с поне едно квадратче от композицията или е достатъчно да има общ връх.

3.5. Какъв е максималният брой квадратчета, които могат да се отстранят, без да се измени обиколката?

Отговорът е 5, долу са показани някои възможности.



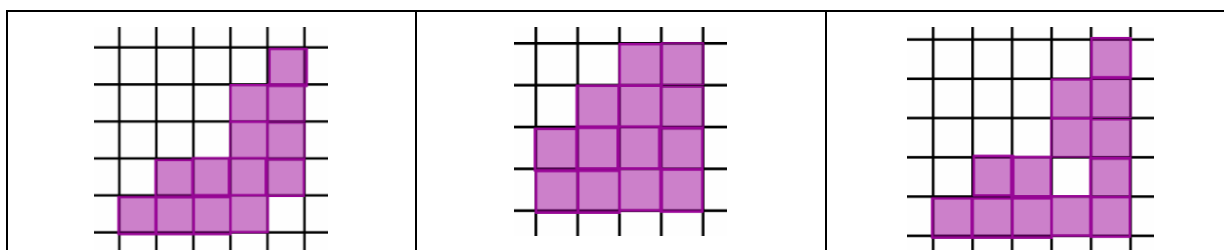
3.6. Ако е възможно, преместете едно квадратче така, че обиколката на фигурата да се: а) запази; б) увеличи; в) намали.

Има ли квадратче, с което не може да се реализира преместването? По колко начина може да бъде направено това с избрано от вас квадратче?

3.7. Разрежете фигурата на две равнолицеви части.

От значение е (не)предоставянето на възможност за нарушаване целостта на единичното квадратче. Т.к. фигурата се състои от нечетен брой единични квадратчета, ако не може да се реже единичното квадратче, задачата няма решение. Иначе има много възможности.

3.8. Преместете едно квадратче така, че получената фигура да има ос на симетрия.

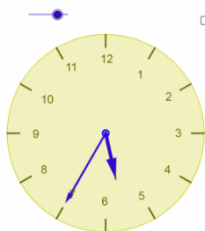


Обикновено първите предложения за текстове на задачи по дадената фигура са свързани с намирането на лицето и обиколката ѝ. За решаването на тези две задачи може да се използва квадратната мрежа, или да се построи многоъгълник и с бутоните за обиколка и лице изведат търсените стойности. Във втория случай е по-подходящо да се работи с формат ggb (<http://cabinet.bg/content/bg/ggb/d12033.ggb>).

4. Виртуални часовници

Посочете типични грешки при решаване на задачите на адреси:

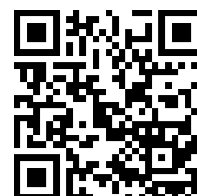
<http://cabinet.bg/content/bg/html/d13018.html>



<http://cabinet.bg/content/bg/html/d13021.html>



<http://cabinet.bg/content/bg/html/d13019.html>



Методически бележки

За получаване на следващ пример се използва плъзгачът. В първите два случая отговорът се записва в тетрадката, а в третия случай се преместват червените стрелки. С отметката за скриване/показване се скрива/показва отговорът на задачата.

Акцент в първия пример е отчитането с една и съща позиция на стрелките на сутрешно и следобедно време. В третия пример се обръща внимание на факта, че при преместване на минутната стрелка се премества и часовата. Долу е показана типичната грешка на учениците.



Във Виртуалния училищен кабинет по математика са на разположение виртуални часовници, работещи с различна точност, съобразно изучаването на часовника: с точност до цял час, половин час, 15 минути, 5 минути, 1 минута, 1 секунда.

Препоръчваме да се коментират различните начини за съобщаване на времето както на български език, така и на други езици.

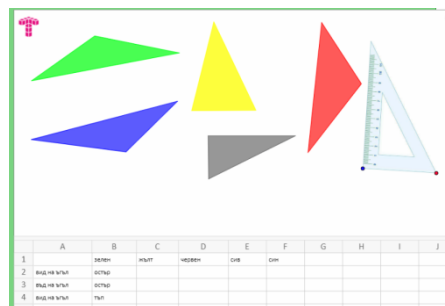
5. Видове триъгълници според ъглите

Проучете и анализирайте темата на адрес

<http://cabinet.bg/index.php?contenttype=viewarticle&id=85>

Методически бележки

5.1. Знаеш, че ъглите биват остри, прави и тъпи. Провери ъглите на начертаните триъгълници и попълни таблицата.

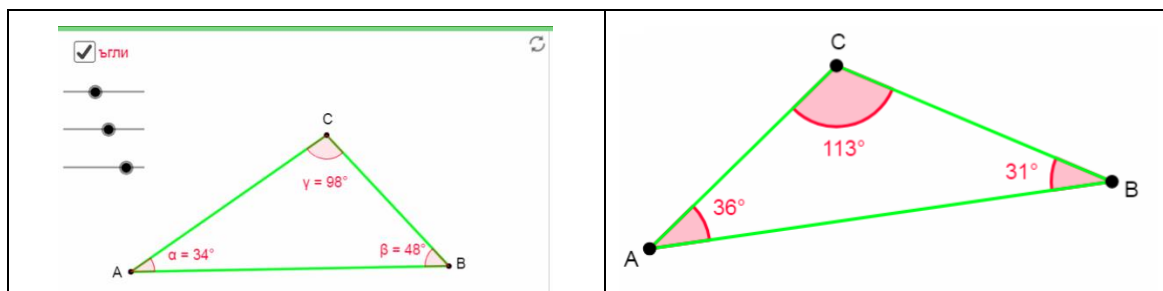


В таблицата се очаква да се записва видът на всеки от ъглите на начертаните триъгълници. След попълването на таблицата, наблюдение и анализ, е подходящо да се стигне до извода, че във всеки от триъгълниците поне два от ъглите са остри, т.е. най-много един от ъглите може да е прав или тъп.

5.2. Какъв е видът на триъгълника според ъглите?

5.3. Получи:

- правоъгълен триъгълник с прав ъгъл при върха В;
- тъпоъгълен триъгълник с тъп ъгъл при върха С;
- остроъгълен триъгълник, два от ъглите на който са 65° и 60° .



Двата файла могат да се използват за поставяне на двете задачи. В единия случай управлението е с плъзгачи, а в другия - чрез върховете на триъгълника.

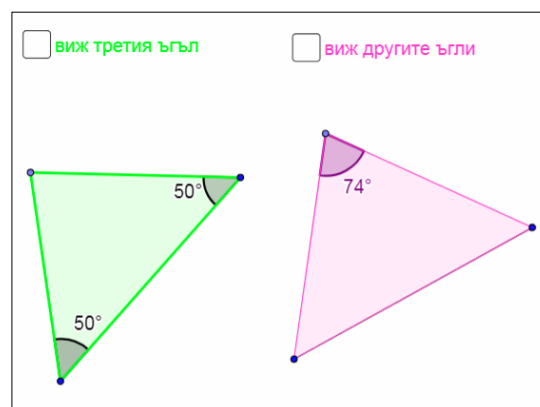
5.4. Какъв е според ъглите видът на равнобедрен триъгълник с ъгъл между бедрата:

а) 75° б) 120° в) 90° г) 30° д) 60° ?

5.5. Какъв е видът според ъглите на равнобедрен триъгълник с ъгъл при основата:

а) 75° б) 30° в) 45° г) 60° ?

Прецени кой от равнобедрените триъгълници да използваш за помощ или проверка на решението.

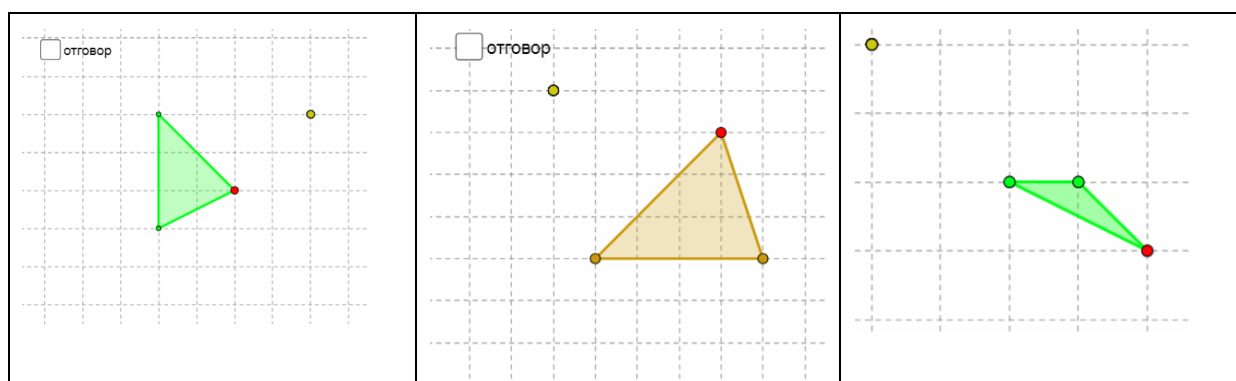


6. Видове триъгълници според страните

Създайте система за оценяване на решенията на учениците на задачите на адрес <http://cabinet.bg/index.php?contenttype=viewarticle&id=178>.

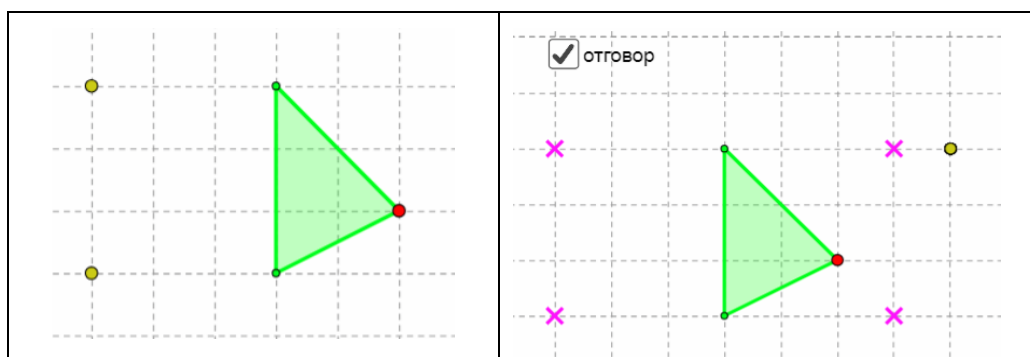
Сравнете вашата система за оценяване със системите на няколко колеги.

6.1. Премести червения връх на триъгълника във връх на квадратната мрежа, така че да стане равнобедрен.

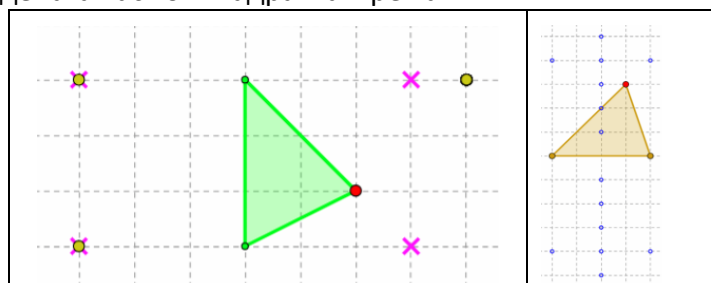


Методически бележки

Задачата е изследователска. Предоставени са помощни жълти точки, с които да се маркират откритите възможности.



С бутона за скриване/показване се скриват/показват решенията или част от тях, които са върху дадената част от квадратна мрежа.

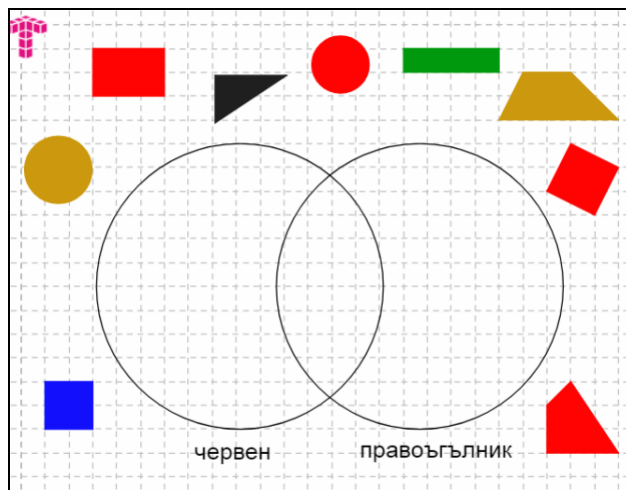


Във втория случай част от решенията са възлите на решетката, които са върху симетралата на дадената отсечка.

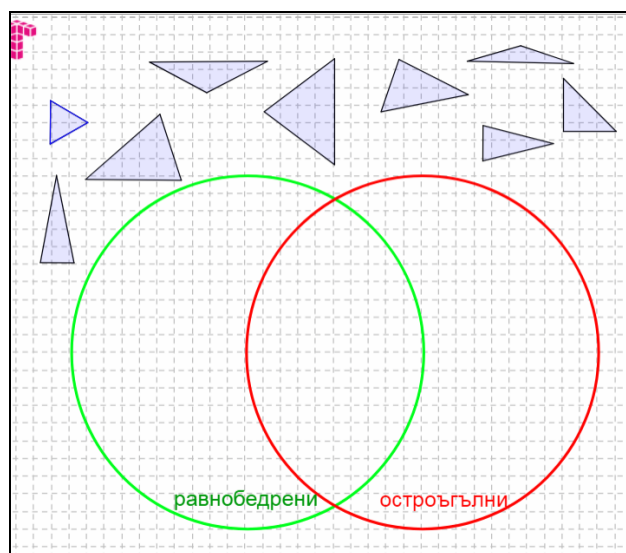
7. Диаграми на Вен - Ойлер

Посочете трудности, които трябва да преодолеят вашите ученици от началното училище при решаване на задачите на адреси:

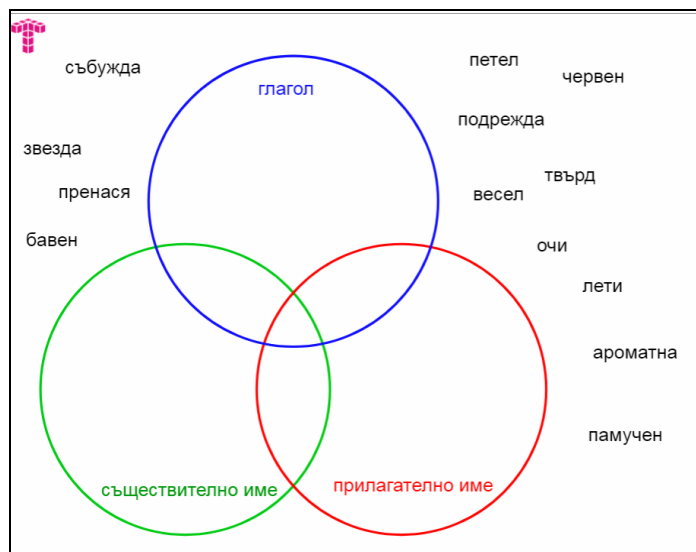
<http://cabinet.bg/content/bg/html/d23164.html>



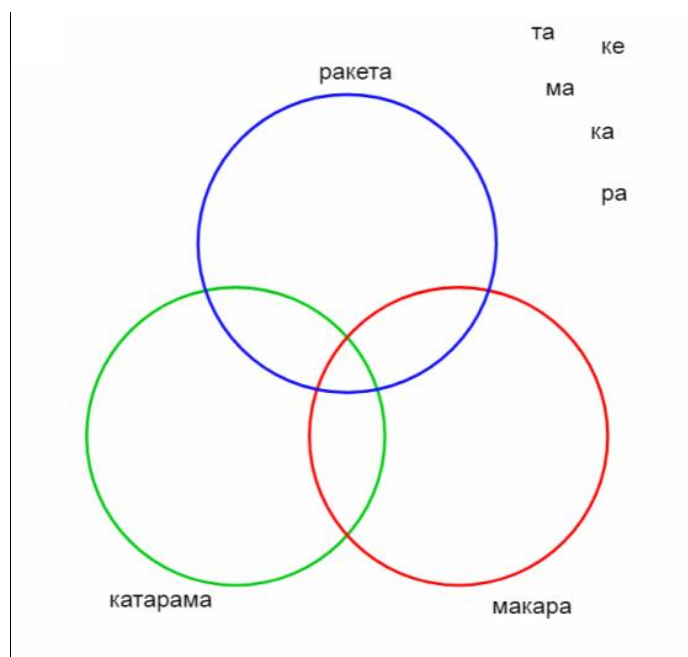
<http://cabinet.bg/content/bg/html/d23168.html>



<http://cabinet.bg/content/bg/html/d23141.html>



<http://cabinet.bg/content/bg/html/d23142.html>

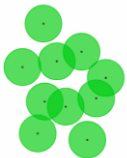


8. Събиране на числа до 10

Тествайте моделите на адресите долу. Открийте разликата във файловете.

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d11061.html>

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d11062.html>

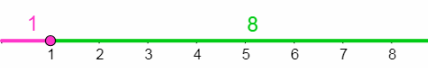
натисни за нов пример провери ☒ $3+5= ?$ 	натисни за нов пример провери ☒ $7+3= ?$ 
---	---

Методически бележки

При генериране на конкретните събираеми в първия файл всяко от събираемите е по-малко от 5, а във втория файл, след избор на число до 10, се генерира число до остатъка му до 10. Тази идея се използва и в следващите групи модели.

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d11063.html>

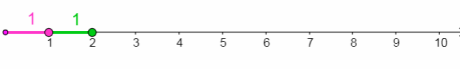
<http://cabinet.bg/content/bg/html/d11064.html>

 натисни за нов пример провери $5+1= ?$  ☒	 натисни за нов пример провери $1+8= ?$  ☒
---	--

Тук автоматично се извършва онагледяване, чрез изобразяване върху числова ос.

В следващите модели самостоятелно трябва да се направи онагледяването, чрез преместване на червената точка и на зелената точка.

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d11067.html>

 натисни за нов пример провери $4+1= ?$  ☒	 натисни за нов пример провери $4+1= ?$  ☒
---	--

9. Лице на правоъгълник

Посочете особености на файловете, свързани с лице на правоъгълник:

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d12036.html>

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d12037.html>

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d12039.html>

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d12040.html>

Методически бележки

С първия файл учениците се подпомагат при самостоятелното откриване на формула за намиране на лице на правоъгълник.

Three panels illustrating the discovery of the area formula for a rectangle:

- Panel 1: A rectangle with width 5 and height 3. A red square of side 3 is shown. Controls: ☐ помощ, ☐ решение.
- Panel 2: The rectangle is divided into a 3x3 grid of smaller rectangles. Controls: ☐ помощ, ☐ решение.
- Panel 3: The final result showing the area $S = 5 \cdot 3$ and $S = 15 \text{ кв.см}$. Controls: ☒ помощ, ☒ решение.

Те могат да преместват единичните червени квадратчета и да покриват правоъгълника с тях и чрез броене или умножение да намират лицето. Препоръчваме резултатите за различни правоъгълници да се попълват в таблица.

	1	2	3	4	5	6	7	8
дължина								
широчина								
лице								

С отметка се показва/скрива част от квадратна мрежа.

В следващите файлове по различен начин могат да се намерят измеренията на съответните правоъгълници. Получаването на следващ пример се осъществява или чрез плъзгачи, или чрез преместване на върхове на правоъгълника.

Three panels illustrating different ways to measure a rectangle:

- Panel 1: A rectangle with width 5 and height 4. Controls: ☐ помощ, ☐ решение.
- Panel 2: A rectangle on a grid. Controls: ☐ Решение.
- Panel 3: A rectangle with vertices on a ruler. Controls: ☐ помощ, ☐ решение.

10. Игрословица

Посочете помощни инструменти за решаване на игрословицата на адрес

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d23143.html>

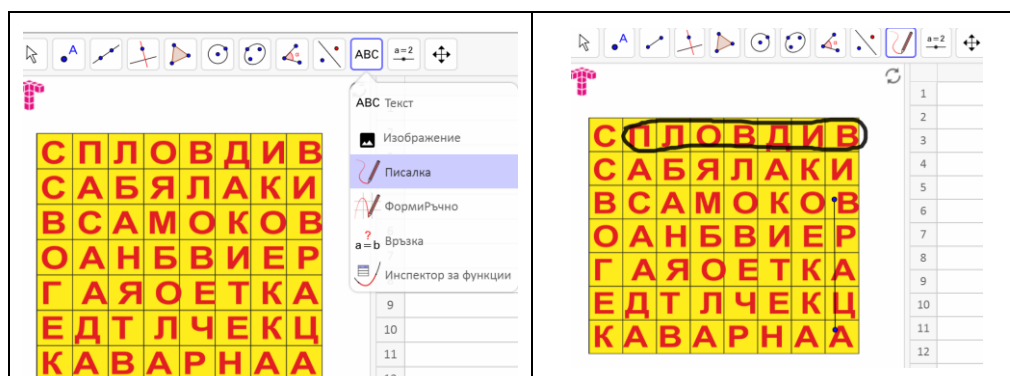
Съставете игрословица на тема „Занаяти“.

С	П	Л	О	В	Д	И	В
С	А	Б	Я	Л	А	К	И
В	С	А	М	О	К	О	В
О	А	Н	Б	В	И	Е	Р
Г	А	Я	О	Е	Т	К	А
Е	Д	Т	Л	Ч	Е	К	Ц
К	А	В	А	Р	Н	А	А

	A
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	

Методически бележки

Могат да се използват писалка, отсечка и др. за маркиране на откритите думи.



В таблицата е подходящо да се записват откритите думи.

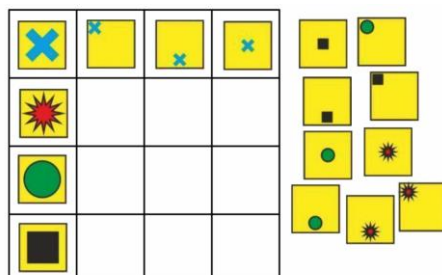
	A
1	Пловдив
2	Бяла
3	Враца
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	

Може да се организира игра. Предварително се решава дали победител ще е този, който е открил повече думи за фиксирано време или този, който пръв открие всички думи.

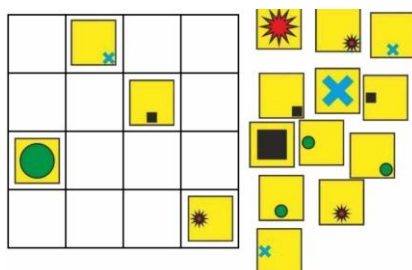
11. Закономерности в таблица: Пространствени отношения

Опишете вариант за използване на файловете на адреси:

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d10040.html>



<http://cabinet.bg/content/bg/html/d10046.html>

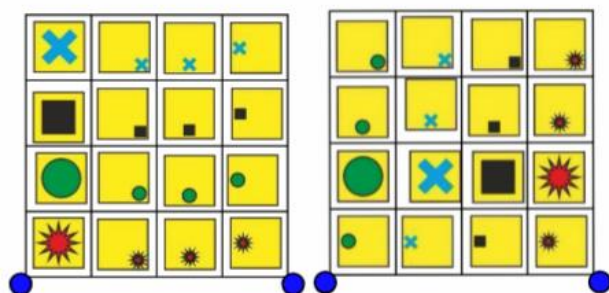


Методически бележки

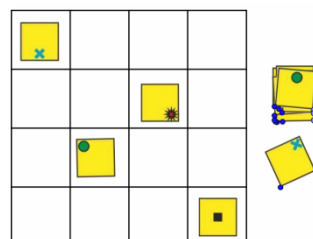
Препоръчваме да не се дава текст към съответната фигура, а да се оставят учениците да се ориентират в предоставената информация и да формулират текст.

За втората таблица има две възможности за попълване, при спазване на условия за фигура и позицията ѝ. С отметката за скриване/показване може да се наблюдава решението. От гледна точка на пълнота на решението, трябва да се представят и двете възможности.

Ако ученик формулира текст към задачата, в който е фиксирано условие по редове и по стълбове, задачата ще има едно решение.



На адрес <http://cabinet.bg/content/bg/html/d10055.html> може да се работи с виртуален модел, при който картончетата се завъртат.



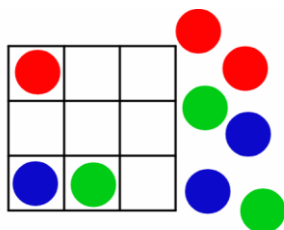
12. Цветно sudoku

Съставете задача от тип sudoku, която:

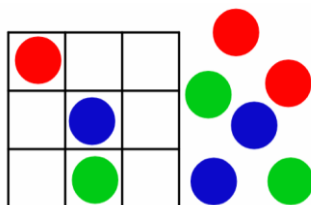
- няма решение
- има точно едно решение
- има повече от една решения.

Може да използвате моделите на адреси:

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d10015.html>

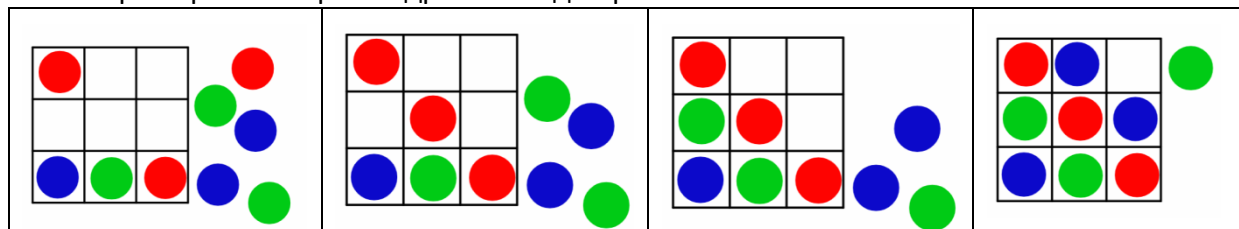


<http://cabinet.bg/content/bg/html/d10014.html>



Методически бележки

Примерът на първия адрес има едно решение.



Примерът на втория адрес няма решение. Във втора колона единственото свободно място е на първи ред и трябва да се постави червен кръг. Но в първа колона на първи ред има червен кръг. Така на първи ред ще са поставени два червени кръга, с което се нарушава искането.

Още примери, включително с таблица 4x4, можете да намерите на адреси:

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d10016.html>

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d10017.html>

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d10018.html>

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d10019.html>

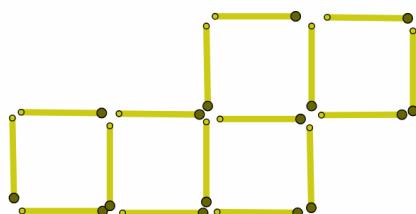
<http://cabinet.bg/content/bg/html/d10021.html>.

13. Задачи с кибритени клечки

Запишете по една помощ за учениците, нуждаещи се от подкрепа при решаване на задачите:

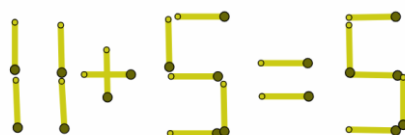
13.1. С преместване на две кибритени клечки от петте квадрата получите четири квадрата.

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d23041.html>



13.2. Преместете една кибритена клечка така, че да се получи вярно числово равенство.

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d23049.html>



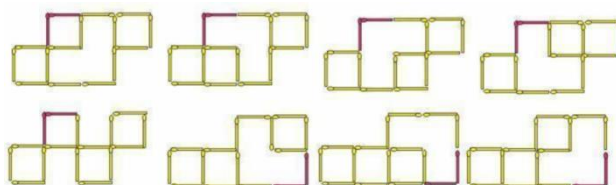
13.3. Преместете една кибритена клечка така, че да се получи вярно числово равенство.

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d11501.html>



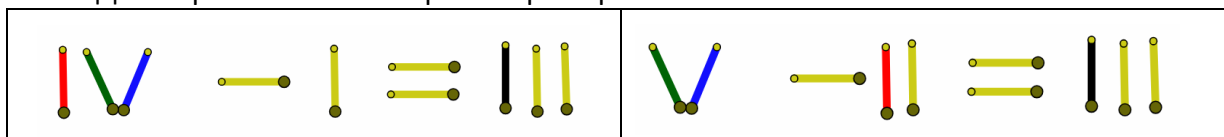
Методически бележки

Единият акцент е върху пълнотата на решението на задачата. Ето няколко възможности за първия пример. В по-голямата част от решенията един от квадратите е „голям“, т.е. е квадрат 2x2.



Във втория пример е ясно, че с промяна на първото число задачата не може да бъде решена. Цифрата 5, с едно преместване, може да се модифицира в 3 (с преместване на собствена кибритена клечка) или 6 (с преместване на кибритена клечка от друг обект).

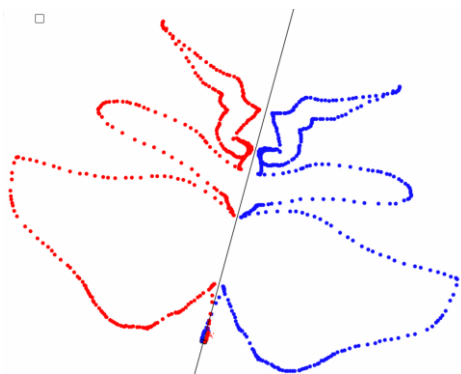
Две са решенията и на третия пример.



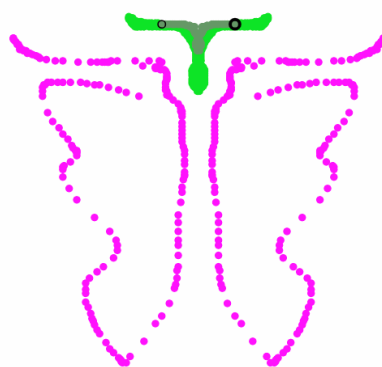
14. Нарисувай пеперуда

Нарисувайте пеперуда, като използвате предоставените файлове. Посочете разликите във възможностите, които те предоставят.

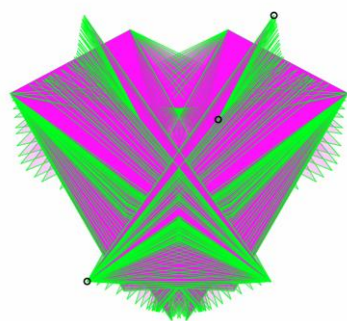
<http://cabinet.bg/content/bg/html/d25002.html>



<http://cabinet.bg/content/bg/html/d20011.html>



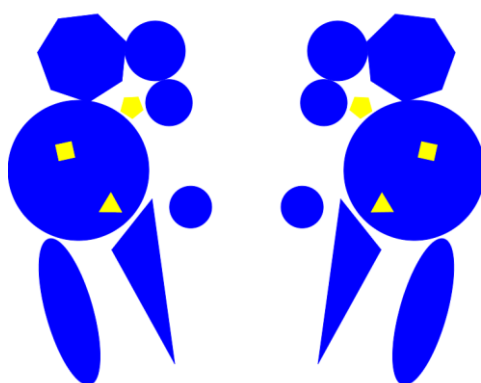
<http://cabinet.bg/content/bg/html/d20013.html>



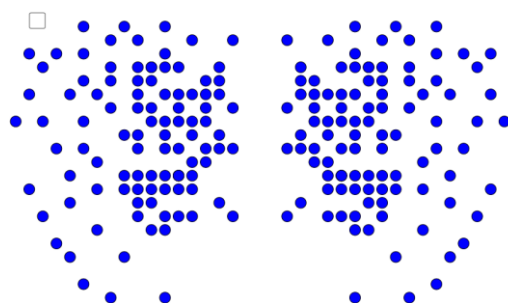
<http://cabinet.bg/content/bg/html/d10050.html>



<http://cabinet.bg/content/bg/html/d20139.html>



<http://cabinet.bg/content/bg/html/d20140.html>



Методически бележки

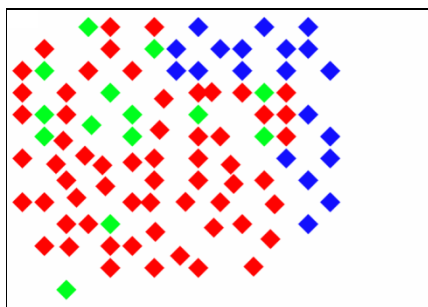
В четирите примера е използвана осева симетрия. Това позволява да се рисува половината от фигурата, защото автоматично се получава и симетричният ѝ образ. Пропедевтиката на осева симетрия е от съществено значение за разбирането и използването ѝ, преди да се изучава явно в училище. Тези примери са подходящи и за предучилищното образование.

15. Осева симетрия

Разгледайте предложените задачи. Съставете още задачи с използване на осева симетрия, подходящи за пропедевтика в началното училище. Подгответе фигура с осева симетрия за оцветяване и препоръчайте програмен продукт, с която да се реализира оцветяването.

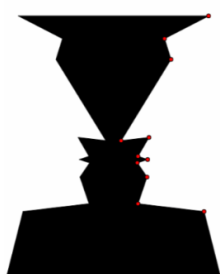
15.1. Като използвате някои от квадратчетата, постройте фигура, която има ос на симетрия.

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d25336.html>



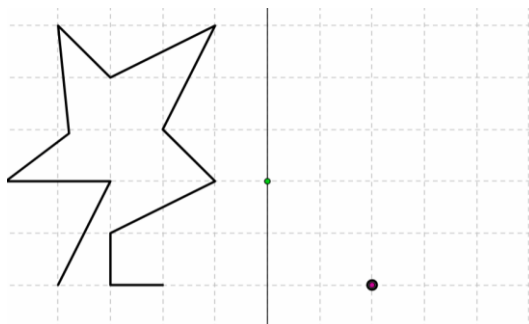
15.2.

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d10061.html>



15.3.

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d20015.html>



Методически бележки

Една възможност е задачи като тези да се използват самостоятелно в часове, в които преобладава усвояване на конкретен алгоритъм за изчисление и в резултат на многократно повторение възникват условия за скука, умора и намаляване на съсредоточеността.

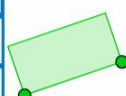
16. Полимино в числова таблица

Поставете зеленото домино върху числовата таблица така, че сборът на двете числа, които покрива, да е равен на: а) 14; б) 15; в) 36; г) 37; д) 38; е) 39; ж) 40; з) 41; и) 51; к) 61; л) 71. Формулирайте хипотези. По аналогия съставете задача с тримино.

<http://cabinet.bg/index.php?contenttype=viewarticle&id=61>



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100



Методически бележки

Представяме някои въпроси, които могат да насочат наблюдението.

Как по редове се получава всяко число (без първото), от предходното?

Как по стълбове се получава всяко число (без първото), от предходното?

На числото x , което не е в последната колона, кое е следващото в реда?

На числото x , което не е в последния ред, кое е следващото в колоната?

Запишете две съседни числа от таблицата, едното от които е означено с x . Какви ограничения трябва да поставите?

Кои са съседните числа на 75, на 71, на 91?

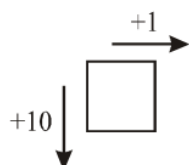
Ако доминото покрива точно две квадратчета, кой е най-малкият сбор, който може да покрие? А най-големият?

Направете хипотеза, свързана с покриване на сбор, който е четно число.

Направете хипотеза, свързана с покриване на сбор, който е нечетно число.

Посочете числата, които не могат да бъдат сбор при покриване с доминото в тази таблица.

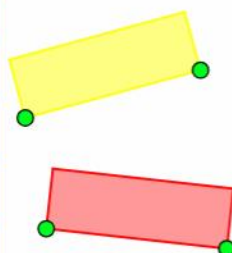
Обяснете какво илюстрира схемата.



Поставете червеното и жълто триомино върху числовата таблица така, че сборът на трите числа, които покрива всяко от тях, да е равен на:

а) 45; б) 75; в) 165; г) 48; д) 46.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100



<http://cabinet.bg/content/bg/html/d23073.html>

Обикновено задачите с полиомино са свързани с получаване на конкретна фигура при определени условия. Тази задача с полиомино е свързана и с числови закономерности, както и с моделиране с уравнения.

В експеримент, ученици разкриха първо възможността с хоризонтално разполагане на триминото. Някои получиха резултат чрез прогноза и проверка (с 1-2 опита до постигане на верен резултат). Приблизителното ориентиране се отнася до изключване на числа, много големи или много малки в „сравнение“ с 45. Няколко ученика намираха „средното“ число чрез деление на 45 на 3. Така се ориентираха около проверка с числото 15 и от първи или втори опит намираха „хоризонтално“ решение. Следващата стъпка обикновено е отхвърляне на възможността за друго „хоризонтално“ решение.

Ето как могат да се запишат три съседни числа в таблицата - съответно по ред и по стълб:

			y-10
x-1	x	x+1	y
			y+10

Даденото тримино може да бъде разположено хоризонтално или вертикално в таблицата. При хоризонтално разположение на триминото се получава $x-1 + x + x+1 = 45 \Leftrightarrow 3x = 45 \Leftrightarrow x = 15$. В този случай числата са 15, $15-1 = 14$

, $15+1=16$. При вертикално разположение на триминото се получава съответно $y-10+y+y+10=45 \Leftrightarrow 3y=45 \Leftrightarrow y=15$ и числата са 15, $15-10=5$, $15+10=25$.

4	5	6
14	15	16
24	25	26

Полезно може да бъде и следното наблюдение. При постигнатото равенство на сбора в двете тримина те са разположени така, че имат обща част. Така, равни са и сборовете $5+25$ и $14+16$, т.е., сборът на числата непосредствено вляво и вдясно на дадено число е равен на сбора на числата непосредствено под и над числото. При този избор на x и y , които са числа от таблицата и разположени във фигурите, трябва $1 < x < 100$ и $10 < y < 91$. Освен това x не може да е разположено в първите две или последните две колони, а y – в първите два или последните два реда. Ясно е, че може и по друг начин да се означат числата в квадратчетата в двете тримина, например

x	$x+1$	$x+2$	y
			$y+10$
			$y+20$

Крайният резултат няма да се промени, само ще се затруднят изчисленията. Затова обикновено при избор на последователни числа, особено когато се използва техния сбор, е подходящо „средното“ число да се означава с неизвестно, а останалите да се изразят чрез него.

При преместване надясно с една позиция, сборът се увеличава с 3, (което е с по 1 за всяко от трите квадратчета в триминото). При преместване надолу с една позиция, сборът се увеличава с 30, (което е с по 10 за всяко от трите квадратчета в триминото). При преместване наляво или нагоре съответно се изважда 3 или 30 от текущия сбор.

			4	5	6			
			14	15	16			
			24	25	26			
			34	35	36			
4	5	6	14	15	16	34	35	36
14	15	16	24	25	26	34	35	36
24	25	26	34	35	36	44	45	46
34	35	36	44	45	46	54	55	56
						64	65	66

При решаване на подточка в) числата, които не се делят на 3, веднага може да се каже, че не могат да бъдат сбор, покрит от разглежданото правоъгълно тримино. Но има и числа, които се делят на 3, но не отговарят на условието. Такова е числото 21 – от сбор 18 триминото излиза извън таблицата при движението надясно (или от сбор 60 – нагоре). А особеност на числата в б) е, че могат да се получат само при едно положение на триминото. Горее се уточниха ограниченията за x и y , които обясняват тези случаи. Граничните случаи при решаване на много математически задачи обикновено изискват специално изследване. При решаване на подточка д) е важно съображението, че може да се стигне до резултат, без да се пресмята покритият сбор.

За съставяне на задача може да се използва и другият вид тримино, както и да се отстраняват някои части от числовата таблица, т.е. да се работи с числова фигура.

17. С един замах

Опишете вариант за използване с ваши ученици на темата „С един замах“ на адреси:

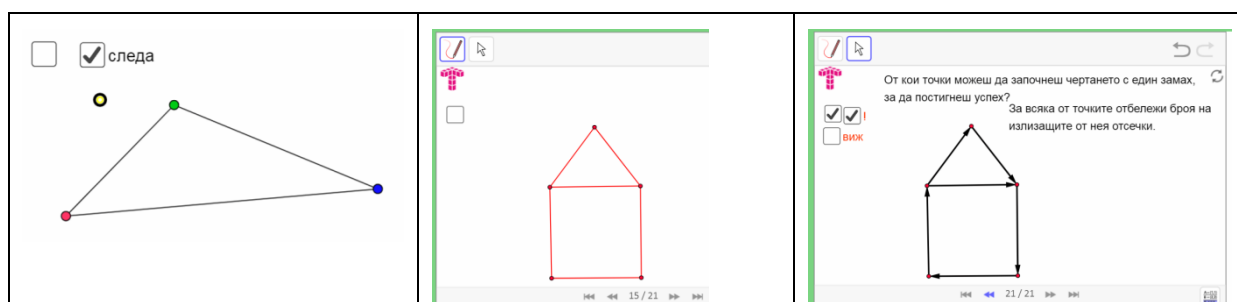
<http://cabinet.bg/index.php?contenttype=viewarticle&id=174>

<http://cabinet.bg/index.php?contenttype=viewarticle&id=175>

Методически бележки

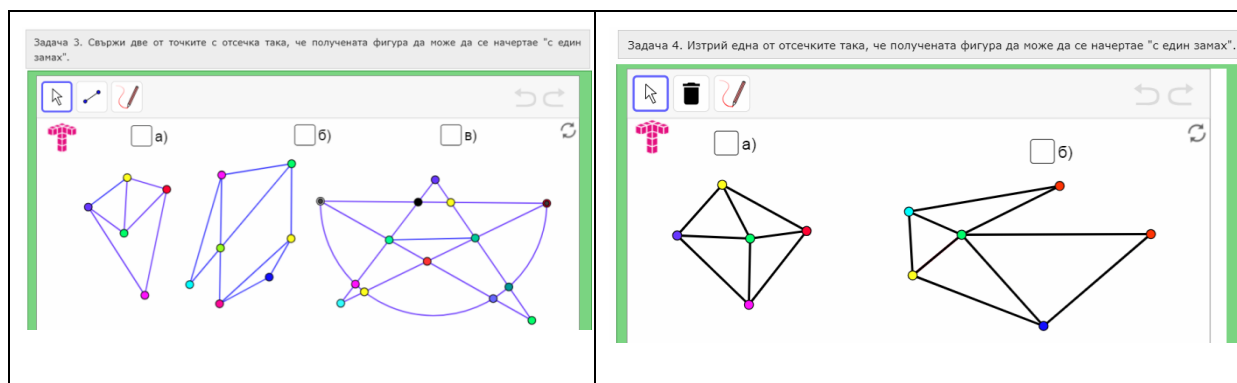
Организацията е подходящо да осигурява самостоятелно откриване на закономерности и формулиране на хипотеза. Основната задача е за начертаване на фигури "с един замах", т.е. без да се вдига молива и без да се повтаря линия, или за установяване на факта, че не може да се реализира такова изчертаване.

В първия файл за експериментиране може да се използва точка, която е/(не е) в режим следа, според маркирането на отметката.



Във втория файл е предоставен бутонът „писалка“ за рисуване. Писалката може да се използва и за изписване на броя на изходните отсечки за всяка точка. Има осигурени помощи, както и решения. С бутоните от навигационната лента може да се наблюдава получаването на едно от решенията.

Във втората част на темата са включени задачи за преобразуване на фигури чрез посочени действия – добавяне, отстраняване. В лентата за инструменти са изведени нужните бутони, например за построяване на отсечка или за изтриване на обект.



18. Квадратни числа

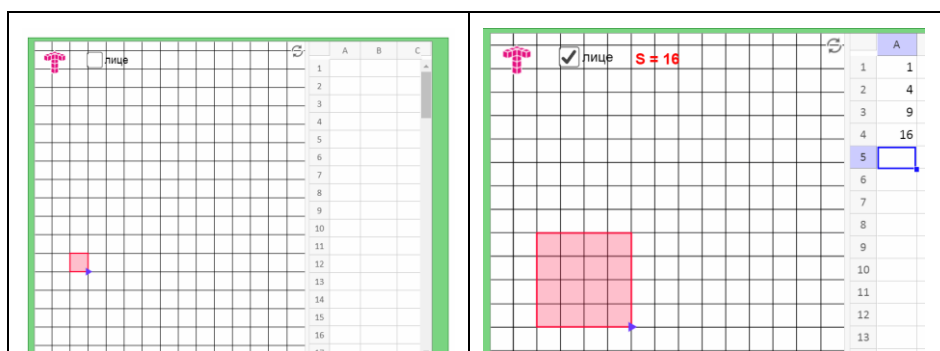
Планирайте изисквания за записи в тетрадката, които да подпомогнат учениците при изследването с квадратните числа, предложено на адрес

<http://cabinet.bg/index.php?contenttype=viewarticle&id=70>

Методически бележки

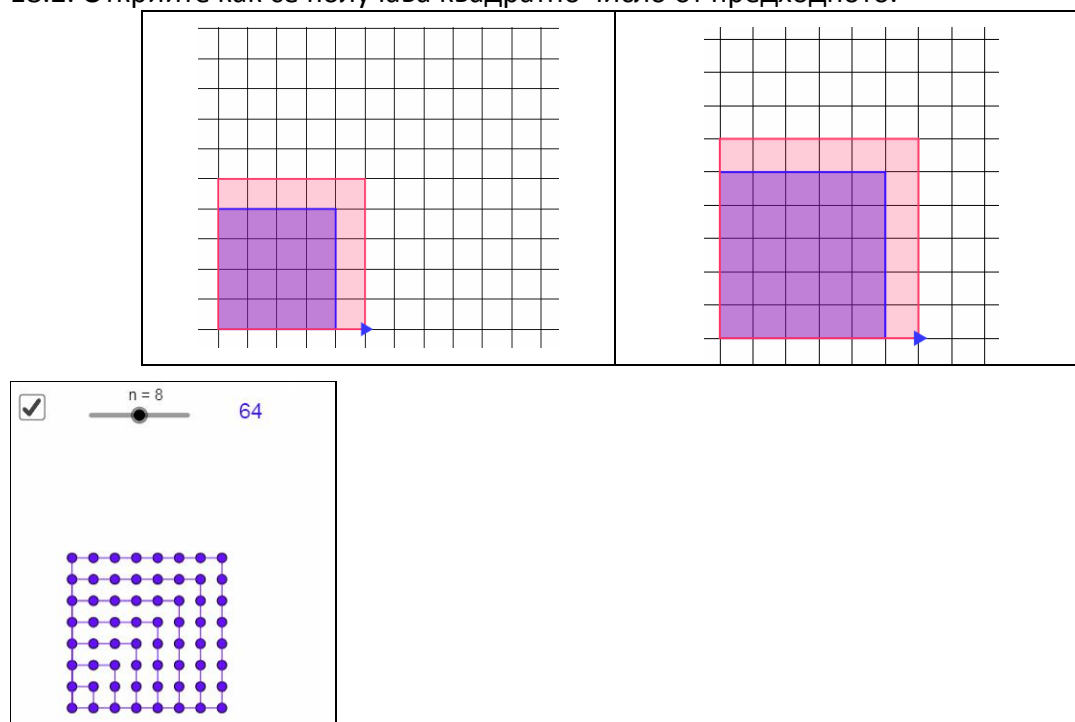
18.1. Намерете лицето на квадрат с дължина на страната:

а) 1 см; б) 2 см; в) 3 см; г) 4 см; ...; к) 10 см.



В предоставените файлове липсва едновременно онагледяване с няколко последователни квадратни числа. Това може да се направи в тетрадката, като под всяка фигура се запише и лицето ѝ. Друг вариант е подготвяне на таблица, в която да се поставят фигура, дължината на страната ѝ и лицето ѝ.

18.2. Открийте как се получава квадратно число от предходното.



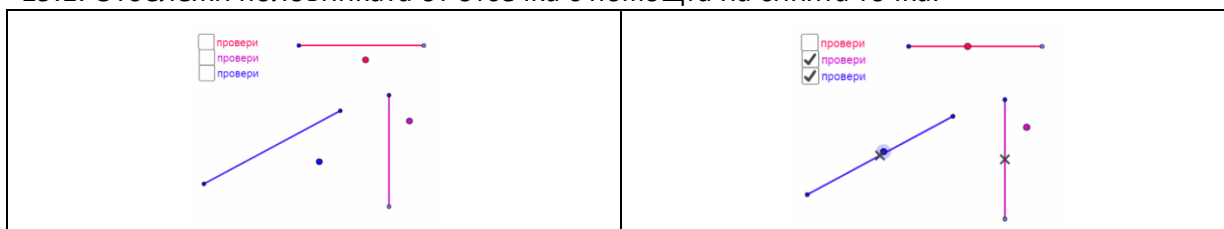
19. Провери и развий окомера си с половинка

Проучете темата на адрес <http://cabinet.bg/index.php?contenttype=viewarticle&id=75>.

Намерете подходящи ресурси във Виртуалния училищен кабинет по математика за проверка и развитие на окомера с третинка и четвъртинка.

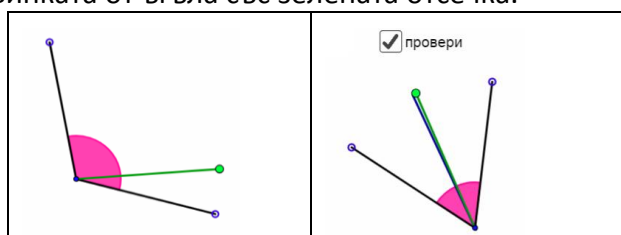
Методически бележки

19.1. Отбележи половинката от отсечка с помощта на синята точка.



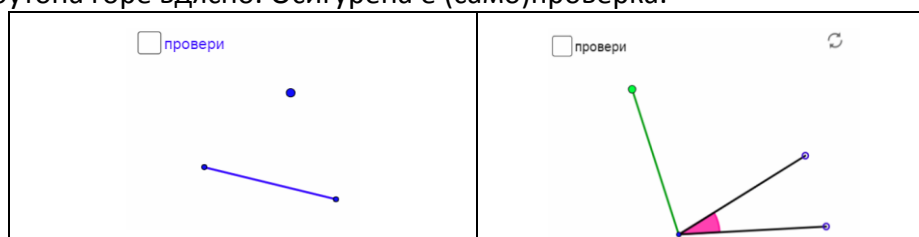
За нов пример се скриват отговорите и преместват краища на отсечки.

19.2. Отбележи половинката от ъгъла със зелената отсечка.



И тук съставянето на следващ пример се осъществява с преместване на краища на отсечки.

В следващите две задачи новите примери се генерират автоматично чрез обновяване на файла с бутона горе вдясно. Осигурена е (само)проверка.

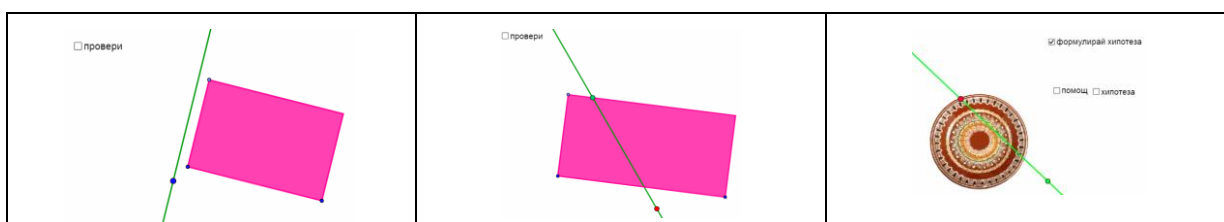


Още задачи за развитие на окомера и с изследвания с половинка можете да намерите на адреси

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d13032.html>

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d13033.html>

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d13034.html>



20. Подготовка за състезание „VIVA Математика с компютър“

Състезанието „VIVA Математика с компютър“ е за ученици от трети до дванадесети клас, които са разделени в пет възрастови групи, всяка обхващаща по два последователни училищни класа. То се провежда в два кръга. Първият кръг има две издания през учебната година – през декември и през април. Този кръг е отворен за всички желаещи да участват в него. Всеки регистриран ученик сам избира мястото, откъдето по интернет ще участва в състезанието, както и техниката, с която ще си служи – компютър, лаптоп, таблет. В предварително определен ден и час всеки регистриран участник получава достъп за 60 минути до работен лист с десет задачи. Има задачи както с избираем, така и със свободен отговор. Задачите са съпроводени с компютърен файл (обикновено на системата GeoGebra). Няма ограничение за използване на ресурси – учебници, помагала, интернет, включително помощ от приятели. Целта е участниците да са поставени в реални условия и да формират умения за използване на разнообразни ресурси, включително търсене и използване на помощ от експерт за решаване на проблеми.

Темите на преминалите вече състезания „VIVA Математика с компютър“ можете да намерите на адрес.

<http://cabinet.bg/index.php?status=pages&pageid=competitions>

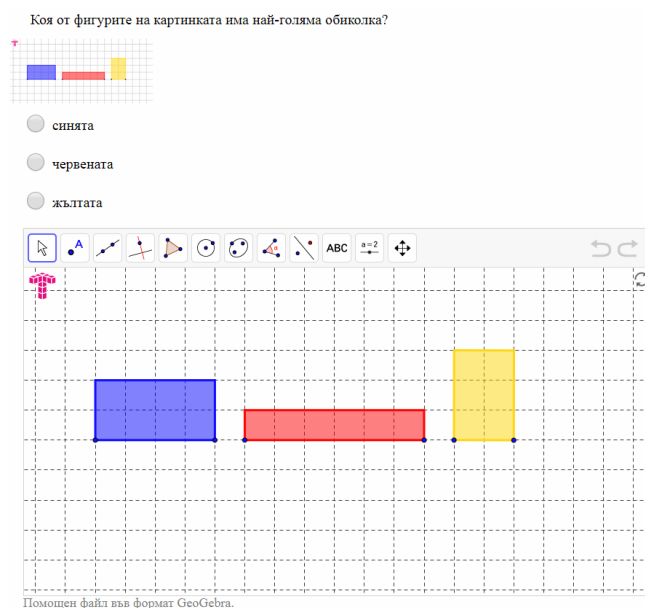
Планирайте подготовка за състезанието.

Методически бележки

Ето примери за задачи с различен вид на отговора от тема за 3 клас на състезанието, проведено през декември 2015 г.

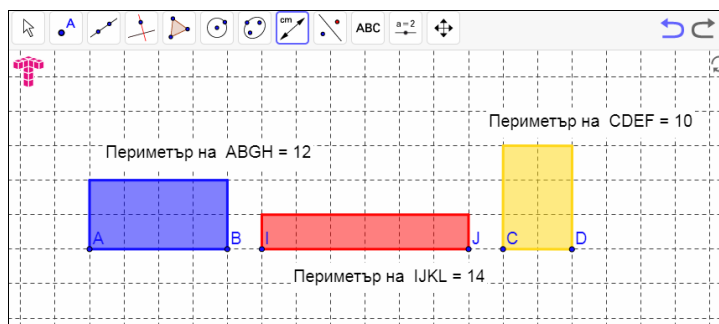
<http://vivacognita.org/forums/index.php?app=publictests&contenttype=testuserstarted&testidselectedbyuser=54>

Задача 1. Коя от фигурите има най-голяма обиколка?



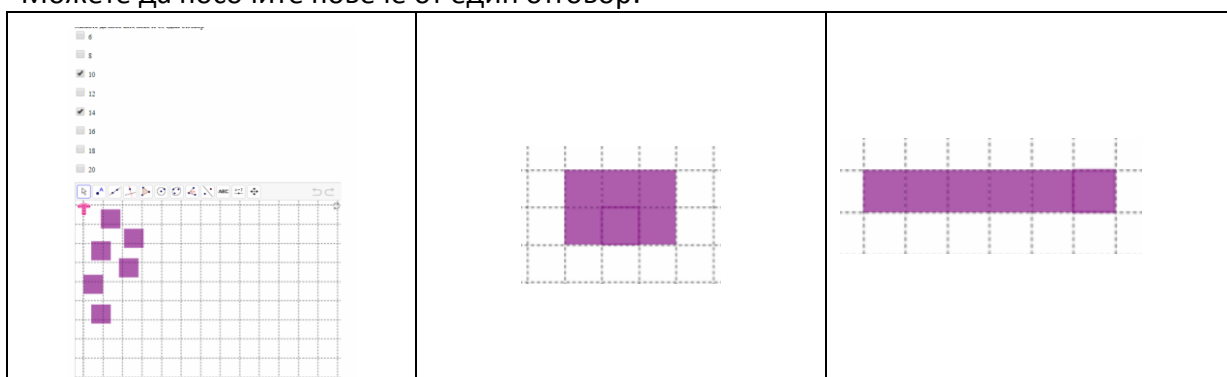
Задачата е с избираем отговор, с един верен отговор от три дадени възможности.

Помощният файл може да се използва онлайн, а може да се използва и предоставения файл във формат ggb.



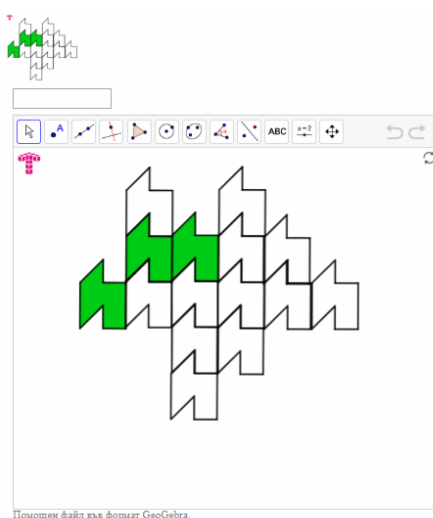
Задача 9. С 6 квадратчета, всяко с дължина на страната 1 см, е получен правоъгълник, чрез съединяване по страна (страни). Обиколката на правоъгълника в сантиметри може да е:

Можете да посочите повече от един отговор.



Ще обърнем внимание, че отмятането на отговора се извършва в квадратчета и може да се маркира повече от една възможност.

Задача 7. Още колко паркетирани плочки трябва да се оцветят в зелено, за да е оцветена в зелено третинката на композицията?



Литература

1. Chehlarova, T., G. Gachev, P. Kenderov, E. Sendova., A Virtual School Mathematics Laboratory. V-та Национална конференция по електронно обучение. Русе, 16-17. 06.2014
2. Кендеров, П. Иновации в математическото образование: европейските проекти InnoMathEd и Fibonacci. 39 Пролетна математическа конференция на СМБ, С., 2010.
3. Кендеров, П., Е. Сендова, Т. Чехларова. Общности в рамките на европейските проекти Mascil и Scientix. 44. Пролетна математическа конференция на СМБ, С., 2015. с.151-154 ISSN 1313-3330
4. Кендеров, П., Т. Чехларова: Състезанието „Viva Математика с компютър“ и ролята му за развитие на дигиталната компетентност на учениците. Шумен, МАТТЕХ. 2014. с. 3-10
5. Чехларова, Т. Математически изследвания с динамични конструкции в началното училище. Макрос. 2013.
6. Чехларова, Т. Подготовка на обучители за внедряване на изследователския подход в училищното образование по математика. Макрос, 2017. с.140 ISBN:978-954-561-428-6
7. Чехларова, Т. Изследователски подход в началното математическо образование (помагало за обучение на обучители) София, Макрос, 2016. ISBN 978-954-561-412-5
8. Чехларова, Т. Изучаване на математика с динамични конструкции в началното училище. (помагало за учители). София, Макрос, 2016. ISBN 978-954-561-404-0
9. <http://cabinet.bg/>



Тони Чехларова

Използване на дигитално учебно съдържание в началното образование
(помагало за учители)

Рецензент: проф. Галя Кожухарова



ISBN 978-954-561-454-5

ISBN 978-954-561-455-2 online, <http://cabinet.bg/>

издател: Макрос 2000

2018