

ПЕДАГОГИЧЕСКИ СРЕДСТВА ЗА МАТЕМАТИЧЕСКОТО ОБРАЗОВАНИЕ

Тони Чехларова

РЕЗЮМЕ

Представени са видове педагогически средства за математическото образование. Направена е илюстрация с материални и виртуални модели по темите „Четириъгълници в 5 клас” и „Геометрични преобразувания и картините на Ешер”. Показани са възможности за използване на математически етюди като педагогическо средство. Представен е комиксът като педагогическо средство за рефлексия.

Ключови думи педагогически средства, математическо образование, динамичен софтуер, изследователски процес.

ВЪВЕДЕНИЕ

За реализиране на целите на образованието се използват средства, които ще наречем педагогически средства. Те съдействат за формирането на знания, умения, позиции, критерии, качества на личността. Учителят трябва да разполага с разнообразни средства, за да направи избор според конкретната ситуация. Изборът се отнася както за урочната работа, така и за информиране на учениците за ресурси с оглед самостоятелно използване.

Математиката е дедуктивна наука, обектите ѝ на изследване са абстрактни. Достигането до математически закономерности обаче е резултат от експерименти и индуктивни заключения, приложенията на математиката са в различни области, а и причината за създаването на част от математическите структури и теории е реална необходимост (когато е вътрешноматематическа, по-късно се откриват реални техни приложения).

За разбирането, преоткриването, приложението на математически знания, за формирането на изследователски умения се създават и използват специфични педагогически средства. Учениците имат различна необходимост от подкрепа поради индивидуалните различия, особено по равнище на абстрактност на мислене, на въображение, качества на паметта.

Делението на педагогическите средства може да се реализира по различни критерии, ще използваме делението според техни характерни особености на: личностни, класически и технически (Ташева, 2003).

Личностните педагогически средства са свързани с личността на учителя: глас, тембър, интонация, мимика, жест, поза, личностни характеристики, целенасочено използвани като средство (Ташева, 2003), (Павлов & Тоцева, 2000).

Класическите средства за математическото образование ще разделим на тримерни (реални обекти или тримерни модели) и двумерни – печатни текстове, схеми, диаграми и др. и двумерни изображения на математически обекти. Моделите от този вид ще наричаме още *материални модели*.

При техническите средства се използват технически устройства и иновациите в придружаващите ги педагогически материали следват научните открития. Затова в този вид е най-голям броят на отпадащи от практиката средства, както и на скоковете в иновациите, като следствие на развитието на информационни и комуникационни

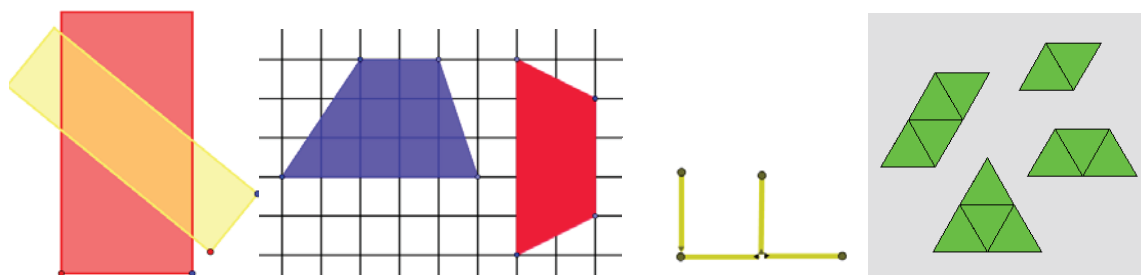
технологии и създаването и развитието на специализиран математически софтуер. Моделите от този вид ще наричаме още *виртуални модели*.

За математическото образование от значение е и делението на педагогическите средства на статични и динамични.

Изследванията показаха ползата от съчетаването на традиционни педагогически средства, доказали ефективността си, с иновационните, както и съчетаване на материални и виртуални, на динамични и статични средства. Съществено е обаче съобразяването с индивидуалните особености, за да не се допусне задържане на развитието на ученици, породено от продължително използване (особено на еднообразни) педагогически средства.

ПЕДАГОГИЧЕСКИ СРЕДСТВА ПРИ ИЗУЧАВАНЕ НА ЧЕТИРИЪГЪЛНИЦИ В 5 КЛАС

При изучаване на равнинни фигури учениците разпознават, построяват, получават, манипулират с материални и виртуални модели: представят четириъгълника като сечение на две ивици; използват квадратна (триъгълна) мрежа, кибритени клечки, въженце или ластик, действия с модули; изрязват или прегъват хартия; изобразяват чрез собственото си тяло с или без използване на уред и др. (Чехларова, 2008), (Чехларова, 2012).



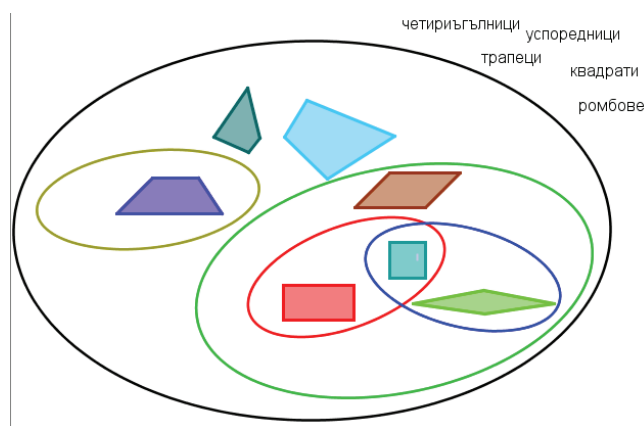
Фиг.1. Динамични виртуални модели за получаване на видове четириъгълници



Фиг.2. Математически етюди

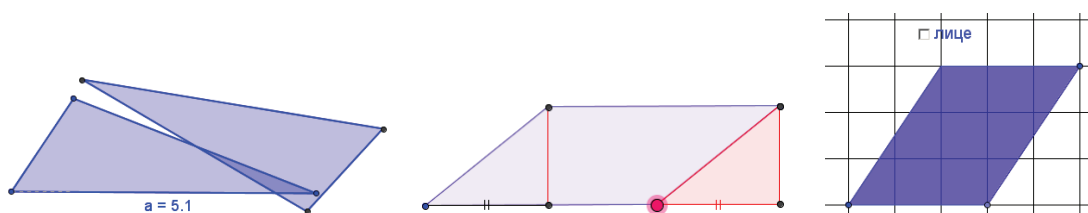
Всяко от тези представяния изявява свойство, връзка между видовете четириъгълници. Дава възможност за откриване или използване на знанието в нова ситуация, за развитие на наблюдателността, съобразителността, гъвкавостта на мисленето.

Таблиците и схемите са доказано средство за онагледяване на връзките между понятията. На Фиг.3 е показан виртуален модел, при който трябва да се поставят наименованията в съответното множество.



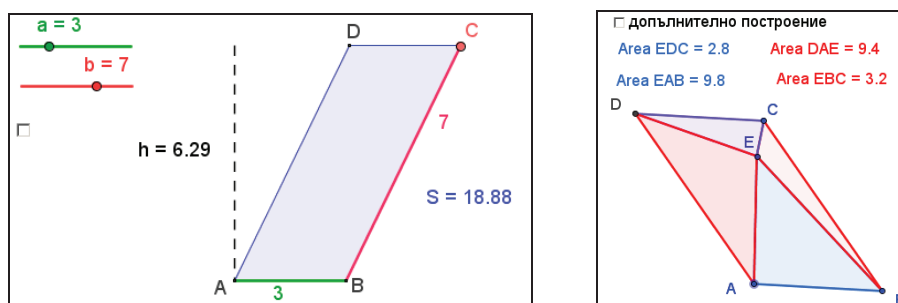
Фиг.3. Задача за допълване на диаграма на Вен-Ойлер

Има класически начини за организиране на изследвания за намиране на формула за лице на изучаваните видове четириъгълници. Една възможност е чрез изрязване на лист с форма на успоредник по негов диагонал, установяване чрез налагане на еднаквостта на двата триъгълника, извод за лицето и стигане до формула. Демонстрацията от учителя или самостоятелното извършване на тези действия подпомага разбирането и запомнянето на основни идеи за изследване и в частност, за намиране на лице на многоъгълници. Съответните динамични файлове, имитиращи разрязването, позволяват за кратко време да се провери верността на резултата за множество успоредници (Чехларова, 2012).



Фиг.4. Динамични виртуални модели за намиране на лице на успоредник

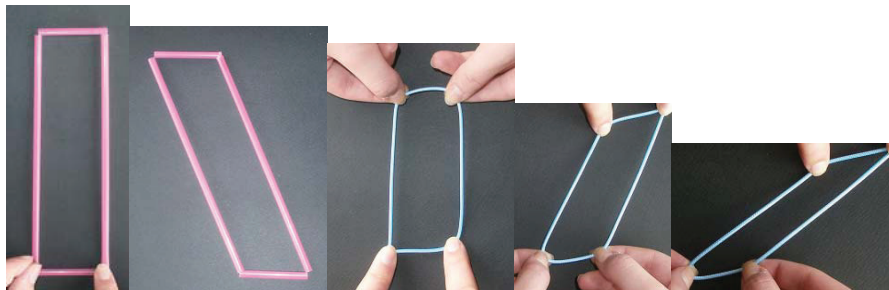
Последната снимка на фиг.4 е от модел за самопроверка, при който учениците скриват отговора на решения вече пример и преместват точки за получаване на следващ. Първият модел на фиг.5 е придружен с текста „Кой от успоредниците със страни a и b има най-голямо лице?“ (Чехларова, 2012).



Фиг.5. Динамични виртуални модели за изследвания с успоредник

Експеримент може да се направи с успоредник, страните на който са сламки, свързани с ластик (Фиг.6.). Този динамичен материален успоредник позволява да се наблюдават успоредниците с конкретните дължини на страните. Удачно е едната

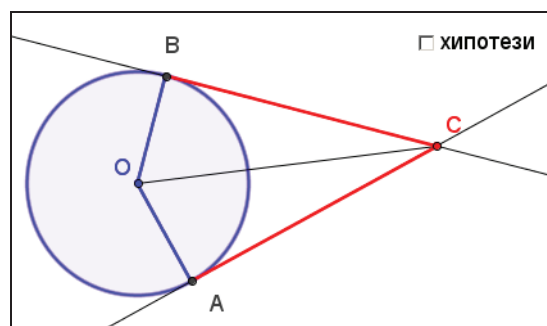
„страна“ да остане неподвижна и да се движат останалите. Най-често учениците първоначално интуитивно забелязват случаите, когато лицата са много малки и правят предположение за случая с максимално лице. Съображения, свързани с височината към „неподвижната“ страна, потвърждава хипотезата им. Експеримент може да се направи и с въжence, но и в двата случая се оперира с малък брой конкретни случаи.



Фиг.6. Динамични материални модели за изследвания с успоредник

Динамичният чертеж позволява за кратко време да се изследва с различни успоредници, освен това могат да се извеждат числови данни и резултати от изчисления (в случая – лицето), което дава основания за формулиране на хипотеза.

Значително може да се увеличи изследователския характер на разглежданата задачата чрез преформулирането ѝ. Задачите в сега действащите учебници и сборници са преобладаващо „Дадено е... Да се намери (докаже)...“ По-ефективни по отношение на формиране на изследователски умения, развитие на интуицията и въображението са формулировки като „Построени са допирателните от точка към окръжност. Формулирай хипотези.“ (виж още в Chehlarova & Sendova, 2011).



Фиг.7.

И при малък опит с динамични конструкции учениците:

- се ориентират, че търсените свойства са свързани обикновено с дължини, лица, големина на ъгли, отношения, релации между обектите като успоредност, перпендикулярност, равнолицевост, еднаквост;
- установяват, че трябва да извеждат на екрана съответни мерки, да правят допълнителни построения при необходимост;
- местят точки (обекти) и наблюдават кое е това, което остава постоянно;
- разбират, че числовите данни са с посочена точност, която може да се променя.

Очакването е, че след като учениците работят с готови или полуготови конструкции, постепенно ще използват специализирания динамичен софтуер като инструмент за свои изследвания. За някои ученици това вече е факт.

Идеи, свързани със създаването на виртуални педагогически средства за математическото образование, някои трудности и начини за преодоляването им можете

да намерите в (Чехларова & Станчев, 2005), (Кожухарова & Брънекова, 1991), (Кожухарова & Кожухаров, 2008) и (Чехларова, 2012) и др., в които е отразено и текущото състояние на компютърна техника и специализиран софтуер.

ПЕДАГОГИЧЕСКИ СРЕДСТВА ЗА РЕАЛИЗИРАНЕ НА МЕЖДУПРЕДМЕТНИ ВРЪЗКИ: ГЕОМЕТРИЧНИ ПРЕОБРАЗУВАНИЯ И КАРТИНТЕ НА ЕШЕР

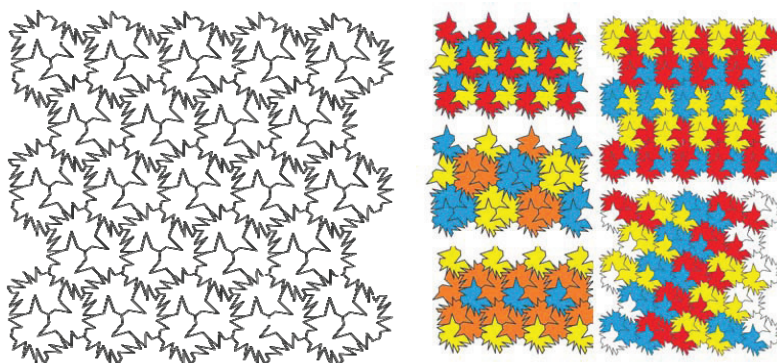
При изучаване на геометрични преобразувания се оказва подходящо съчетаване с рисуване в стил Ешер. За целта се използват:

- паркетирани плочки, с които учениците да покриват равнината;



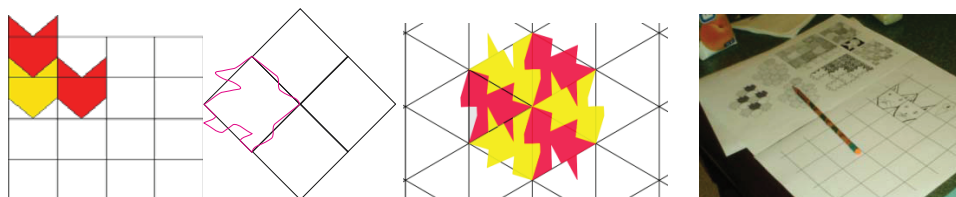
Фиг.8. Паркетирани плочки

- модели за оцветяване по различни начини (на хартиен или електронен носител);



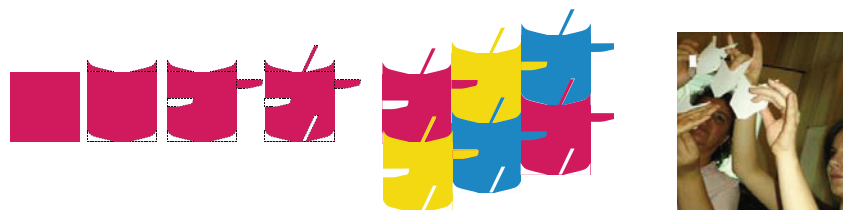
Фиг.9. Паркет за оцветяване

- правилна мрежа, върху която с използване на геометрични преобразувания могат да получат паркетирани плочки и покриват част от равнината с нея;



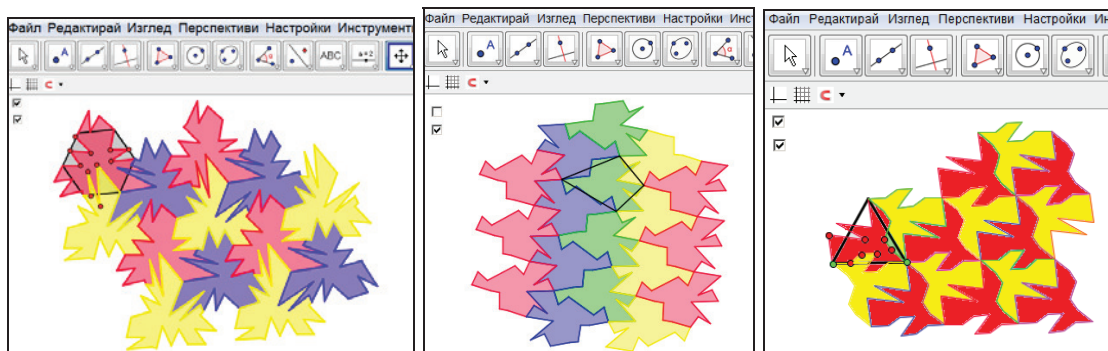
Фиг.10. Модел върху мрежа

- лист хартия за изрязване и лепене;



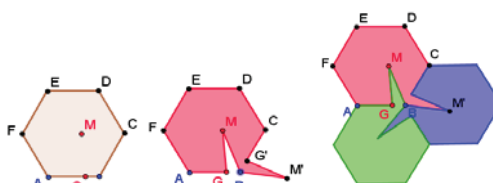
Фиг.11. Модел чрез изрязване

- динамична среда, в която чрез движение на точки да се получава паркетираща плочка, която автоматично генерира и паркетирането с нея;



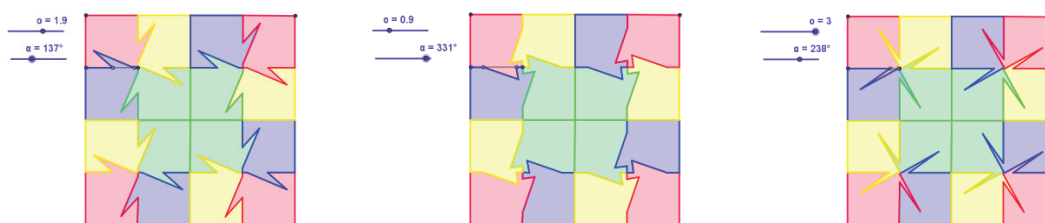
Фиг.12. Динамични виртуални паркетиращи модели

- софтуер, позволяващ самостоятелно създаване на виртуална паркетираща плочка, (Chehlarova, Sendova & Stefanova, 2012);



Фиг.13. Паркет чрез деформиране на правилен шестоъгълник

- файл с анимация - паркет и софтуер за самостоятелно създаване;



Фиг.14. Анимация и паркетиране

- копие на картина на Ешер за откриване на паркетираща плочка, на фигурата, от която е започнало създаването ѝ, на геометрични преобразувания.



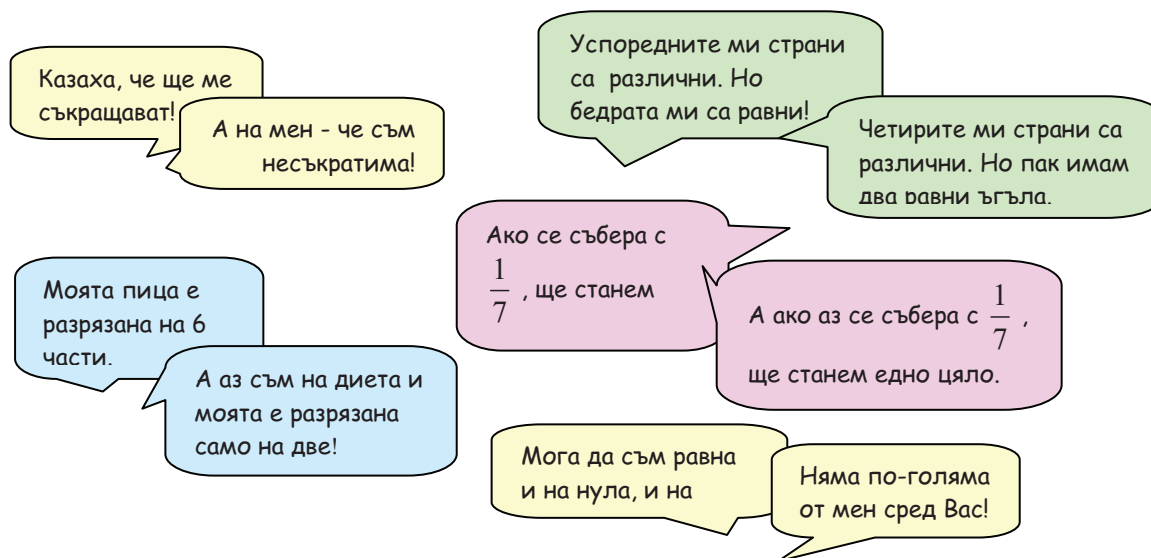
Фиг.15.

Паркетиращите плочки на Фиг.8 и моделите за оцветяване могат да се ползват както от по-малки ученици за натрупвания на знания за еднаквост на интуитивно равнище, така и от ученици от 8. клас за разкриване на изходната фигура, от която е получена паркетиращата плочка и на геометричните преобразувания, които са използвани за „деформирането“ ѝ. Действието с динамична паркетираща плочка като на фиг.12 разширява възможностите за използването ѝ, улеснява разбирането на принципа на създаване.

КОМИКСЪТ КАТО СРЕДСТВО ЗА РЕФЛЕКСИЯ

Използвали сме различни варианти с ефективни резултати за рефлексия в края на учебен час: представяне с една фигура и/или кратък текст на настроението и възловият елемент от наученото/преживяно (Christou et al., 2007); писане на писмо до приятел, в което се обяснява какво и/или как е научено през часа и др.

Разбирането на виц или комикс, в основата на който е конкретно учебно съдържание, е един показател за разбирането му. В учебните помагала за работа с динамични конструкции (Чехларова, 2012), (Чехларова & Сендова, 2012), като средство за рефлексия предлагаме по даден текст да се допълни карикатура. Ето някои примери по теми „Съкратими и несъкратими дроби“, „Трапец“, „Основно свойство на обикновените дроби“, „Събиране на обикновени дроби“, „Домино и дроби“.



Фиг.16. Рефлексия чрез комикси

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Недостатъчният синхрон между теорията и практиката при прилагане на изследователски-ориентиран подход, екипната работа, както и на проектното обучение

по математика се изтъква в редица изследвания като сериозен негативен фактор в образователния процес. За преодоляване на този проблем основна цел на няколко европейски проекта е внедряване на новаторски методи в математическото образование и осъществяване на възможно най-широко разпространение на добрите практики на национално и европейско ниво. (Кендеров & Сендова, 2010). Създаването на педагогически средства и информационна система за тях е непрекъсната задача на работещите в образователната сфера, за подпомагане на учителя във все по-нарастващата му роля медиатор.

ЛИТЕРАТУРА

- Кендеров, П. & Е. Сендова. (2010). Учителите и учениците в ролята на изследователи: проектите InnoMathEd и Fibonacci. София: 39 Пролетна математическа конференция на СМБ, с.99-100.
- Кожухарова Г. & Д. Брънекова. (1991). Приложение на персоналния компютър в някои занятия по СИП, (математика 7.-8.клас). Ст.Загора: ИПКУ.
- Кожухарова, Г. & Т. Кожухаров. (2008). Възможности за приложение на ИТ в обучението по математика, Стара Загора: Международни и национални образователни политики и практики, ТрУ, ДИПКУ.
- Павлов, Д. & Я. Тоцева. (2000). Педагогическа реторика. София: Даниела Убенова.
- Ташева, С. & Д. Павлов. (2003). Технологии на обучението при професионалната подготовка. София: МОН, Национален институт по образование.
- Чехларова, Т. & Г. Станчев. (2005). Учебни задачи за формиране на знания и умения за създаване на дидактически материали за компютърна техника. В: Юбилеен сборник ФНПП, София.
- Чехларова, Т. (2008). Действия с фигури в триъгълна мрежа. Пловдив: Научни трудове на ПУ "П. Хилендарски". т.45, кн.2, Методика на обучението, с.17-22.
- Чехларова, Т. (2012). Геометрични фигури – изследвания с динамични конструкции. Макрос.
- Чехларова, Т. (2012). Зад кулисите сп. Математика, бр. 1. с.28-34
- Чехларова, Т. & Е. Сендова. (2012). Необикновено за обикновените дробни – изследвания с динамични конструкции. Макрос.
- Chehlarova, T. & E. Sendova. (2011). Enhancing the inquiry-based learning via reformulating classical problems and dynamic software. Киев: Годишник на НПУ "М.П.Драгоманов", бр. 8, серия 3, с. 125-132.
- Chehlarova, T., E. Sendova & E. Stefanova. (2012). Dynamic tessellations insupport of the inquiry-based learning of mathematics and arts, in Theory, Practice and Impact - Proceedings of Cosntructionism 2012, Athens, Kynigos, C., Clayson, J., Yiannoutsou, N. (Eds) August 21-25, pp.570-574.
- Christou, C. et al., (2007). *Stereometry Activities with Dalest*. Nicosia: University of Cyprus.

Доц. д-р Тони Чехларова
Институт по математика и информатика –БАН
ул. "Акад. Г. Бончев", блок 8, София 1113
toni.chehlarova@gmail.com

PEDAGOGICAL TOOLS FOR MATHEMATICS EDUCATION

ABSTRACT

The paper deals with various pedagogical tools for mathematics education. The topics “Quadrilaterals in 5th grade” and “Geometric transformations and the paintings of Escher” are illustrated with both material and virtual models. The potential of the mathematics etudes as a pedagogical tool is demonstrated. Furthermore, the comics are presented as a pedagogical tool for reflection.

Assoc.Prof. Toni Chehlarova, PhD

Institute of Mathematics and Informatics – Bulgarian Academy of Sciences

Acad. G. Bonchev Str., Block 8, Sofia 1113, Bulgaria

toni.chehlarova@gmail.com