

КЪМ СИСТЕМАТА ЗАДАЧИ ПО МАТЕМАТИКА ЗА 6. КЛАС

ТОНИ ЧЕХЛАРОВА
ПУ “Паисий Хилендарски”

TO THE SYSTEM OF PROBLEMS IN MATHEMATICS FOR THE 6 FORM

Tony Kondeva Chehlarova
Plovdiv University “Paissii Hillendarski”

Abstract

I suggest some problems for the 6. form, which have more than one answer, or have no answer. Solving these problems helps to develop the skill to fullness of answer of the problem.

През 2000 г. бе проведен експеримент с ученици от 5. и 6. клас, свързан с изследване на проблема “пълнота на решение на задача”. Резултатите от експериментално проучване показаха неумение на учениците от 6. клас да решават задачи, които имат повече от едно решение. След разкриване на една възможност обикновено решаващите приключват работа върху задачата.

Една от причините за неуспеха на учениците е слабото присъствие на споменатите задачи в учебниците по математика до 6. клас. В [5] са представени някои възможности за включване или промяна на задачи от учебника за 5. клас, решаването на които ще помогне за справяне с проблема за пълнота на решението.

Статията съдържа задачи по математика, които имат повече от едно решение или нямат решение, които е полезно да се решават от учениците в 6. клас за формиране на умение за разкриване на всички възможни решения.

Задача 1 С кой от знаците за действие (+, -, ·, :) трябва да се замени звездичката, че да се получи вярно числово равенство:

$$\begin{array}{llll} \text{а. } 1 * \frac{1}{2} = \frac{1}{2} & \text{б. } \frac{1}{2} * \frac{1}{2} = 1 & \text{в. } -1 * \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} & \text{г. } -\frac{1}{2} * \frac{1}{2} = -1 \\ \text{д. } -2 * 2 = -4 & \text{е. } \frac{1}{2} * \frac{1}{2} = 2 & \text{ж. } -4 * 0 = -4 & \text{з. } 0 * -4 = 0 \quad \text{и. } -4 * 0 = 0 \end{array}$$

При експеримента се установи, че учениците, след като намерят едно решение, преминават към решаване на следващата подточка. Подходящо е да се работи в следната последователност. Задачите се оставят за самостоятелно решаване. Прави се проверка на решението на подточка а. Установява се, че са получени два резултата, а

също и фактът, че и двата резултата са верни. Прави се извод, че решението на подточка а. е $1. \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ или $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$. Остава се достатъчно време за самостоятелна проверка на решенията на останалите подточки. Едва тогава се осъществява колективната им проверка. Отговор: б. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ или $\frac{1}{2} : \frac{1}{2} = 1$; в. $-1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$ или $-1. \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$; г. $-\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1$ или $-\frac{1}{2} : \frac{1}{2} = -1$; д. $-2 \cdot 2 = -4$ или $-2 - 2 = -4$; е. Няма решение. ж. $-4 + 0 = -4$ или $-4 - 0 = -4$ и. $-4 \cdot 0 = 0$ или $-4 : 0 = 0$.

Задача 2 Коя цифра трябва да се постави вместо знака *, така че да се получи вярно числово неравенство:

- а. $2*4 < 235$ б. $40*8 > 4079$ в. $51*19 > 51621$ г. $-3841 < -384 *$
 д. $-5*0 < -519$ е. $-21 > -1*$ ж. $-21 > -3*$ з. $20,* > -20,4$ и. $-3*,12 > 37,12$

Включени са случаи, в които няма решения (е, и), има едно решение (г), има няколко решения (а, б, в, д, ж, з).

Задача 3 Съставена е по задача от [1, 180]. Нека а < б.

а. С кое едноцифрено число трябва да се замени звездичката, че да е вярно $a+1 < b+*$.

б. С кой от знаците “+” или “-” трябва да се замени звездичката, че да е вярно $a-2 < b*2$.

Задача 4 С кой от знаците “+” или “-” трябва да се замени всяка от звездичките, че да се получи вярно числово равенство:

- а. $*6 \cdot (*4) = 24$ б. $*1 \cdot (*5) \cdot (*4) = -20$ в. $*1 \cdot (*5) \cdot (*4) = 20$

Задача 5 С кой символ трябва да се замени всяка от звездичките, така че да е вярно: а. $2*5 < 3$ б. $2*5 > 3$ в. $2+*1-2*=1$

Задачата е предвидена за включване в темата “Неравенства”. Решаването ѝ е съпроводено с повишаване на емоционалния фон, не трябва да се потиска занимателният характер, а да се постави акцент върху него.

При решаване на подточка а. разсъжденията обикновено протичат така: ”Ако на местото на звездичката се постави цифра, в лявата част на неравенството числото ще стане трицифрено. То винаги е по-голямо от едноцифреното число, следователно звездичката не може да бъде цифра. Проверяват се резултатите за всяко от познатите аритметични действия и се установява, че звездичката може да се замени със знака за изваждане или със знака за деление. Има обаче още една възможност. Ако на мястото на звездичката се постави десетична запетая, се получава $2,5 < 3$, което е вярно числово неравенство.”

Прави се извод, че в случаите, когато не е уточнено от какъв вид трябва да е обектът, който се търси, трябва да се изследват всички познати възможности. В

случая се проверява за цифра, десетична запетая, знак за събиране, изваждане, умножение, деление, скоба.

За подточка б. за замяна на звездичката има повече възможности, но учениците са подготвени за решаването и няма да бъдат затруднени. Текстът на задачата може да бъде променен така: “При отпечатването на едно вярно числово неравенство един символ не се е появил...”

Отговор на подточка в: $2+21-22=1$ или $2+(1-2)=1$.

Задача 6 С кой символ трябва да се замени звездичката, че да са верни едновременно всички получени числови неравенства:

$$2*5 \rangle 9$$

$$13,5 \langle 4 *5$$

$$-5*6 \rangle -510$$

Отговор: “0” или “.”.

Задача 7 Съставена е по задача от [3]. Представете като произведение от два цели множителя: а. 6 б. -6

Обикновено като отговор на подточка а. се предлага произведението 2.3. Когато се насочат учениците към търсене на други възможности, открива се и произведението 1.6. Задачата е предвидена за тема “Умножение на рационални числа”. С подходящи въпроси учителят трябва да постави акцент върху факта, че множителите са цели числа и върху правилото за умножение на две отрицателни числа. Отговор: а.1.6 ; 2.3 ; (-1).(-6); (-2).(-3).

Задача 8 Представете с произведение от три цели множителя:

а. 6

б. 12

в. -10

Решаването на предходната задача е подготовка за успешна самостоятелна работа върху разглежданата задача. На учениците може да се съобщи като помощ броя на възможностите, за да ги търси всеки самостоятелно, до получаване на крайния резултат.

Задача 9 Представете с произведение от три последователни цели числа:

а. 6

б. -6

в. 0

г. 8

Задачата може да се разглежда като продължение на предходната. За решаването на подточка а. се използва полученото вече решение на подточка а. от предходната задача. Решението на подточка в. е -2 ; -1 ; 0, или -1 ; 0 ; 1 , или 0 ; 1 ; 2. Подточка г. няма решение.

Задача 10 Представете с произведение на два равни множителя числото 16.

Отговор: 4^2 или $(-4)^2$. Тази задача и аналогични на нея е добре да се решават в темата “Умножение на рационални числа”. Така от една страна се поддържат знания от 5 клас, които са необходими за темата “Степени”, от друга страна се съдейства за развиване на разглежданото умение.

Задача 11 Представете със степен произведението 2.2.2.2.2.2.

Прави впечатление, че по традиция тази задача не се решава в пълнота - записва се единствено степента 2^6 . А има и още възможности: 4^3 ; 8^2 ; 64^1 .

Така е и със следващата

Задача 12 Представете с произведение степента 3^4 .

Представянията са $3.3.3.3$; $3^2.3.3$; $3^2.3^2$; $3^3.3$.

Задача 13 [3,97] Представете като квадрат или куб всяко от числата

8 ; 81 ; 125 ; $\frac{4}{9}$; $3\frac{3}{8}$; $5\frac{4}{9}$.

Подходящо е да се предложи и такова число, което е и точен квадрат, и куб. Например 64 . Тогава $64 = 8^2$, а също и $64 = 4^3$.

Темата “Пропорции” дава възможност за включване на задачи с повече от едно решение. Решаването им съдейства за осмисляне на основното свойство на пропорциите.

Задача 14 Запишете посредством дробна черта и посредством знака за деление, че числата 8 и 11 са съответно пропорционални на числата 24 и 33 [4,9].

Освен най-често намираните записи $\frac{8}{11} = \frac{24}{33}$ и $8:11=24:33$, има още възможности: $\frac{8}{24} = \frac{11}{33}$; $\frac{11}{8} = \frac{33}{24}$; $\frac{24}{8} = \frac{33}{11}$; $8:24=11:33$; $11:8=33:24$; $24:8=33:11$.

Допълнително може да се постави задачата: ”Съставете аналогична задача, така че броят на решенията да е по-малък”. Правилното ѝ решаване е показател за осмисленост на знанията за пропорции. Двойките числа в аналогичната задача могат да бъдат например $(2 \text{ и } 2)$, $(7 \text{ и } 7)$, както и $(2 \text{ и } 2)$, $(2 \text{ и } 2)$.

Задача 15 Намерете неизвестните членове в пропорцията $\frac{x}{2} = \frac{3}{y}$, ако те са цели числа.

Решаването на задачата се свежда до решаването на задача 7.

Задача 16 В равнобедрен триъгълник дължините на две от страните се отнасят както $3:4$. Намерете дължините на страните на триъгълника, ако периметърът му е 66см .

Ако бедрото има по-голяма дължина от основата, т.е. дължините на страните на триъгълника се отнасят както $3:4:4$, то търсените дължини са 18см , 24см , 24см . Ако дължините на страните на триъгълника се отнасят както $3:3:4$, то търсените дължини са $19,8\text{см}$, $19,8\text{см}$, $26,4\text{см}$.

Задача 17 Съставена е по задача от [1]. Според вложения капитал двама съдружници си поделили печалбата в отношение $2:3$. Единият от тях получил $56\,000$ лв. Намерете колко лева е получил другият.

В задачата не е уточнено кой от двамата съдружника е получил сумата $56\,000$ лв. Затова трябва да се разгледат и двете възможности. Решаването на такива задачи насочва учениците и към необходимост от изключителна точност на езика и даване на пълна информация, когато това е възможно.

Задача 18 Съставена е по задача от [2,177]. От един и същи пункт в една и съща посока тръгнали двама туристи, чиито средни скорости са съответно 5км/ч и 8

км/ч. Вторият турист тръгнал 1ч по-късно. Намерете колко време след тръгването на първия турист разстоянието между тях ще бъде 4км.

При решаването трябва да се отчете фактът, че два пъти разстоянието между туристите ще бъде 4км –преди срещата им и след срещата им. Полезно е след решаването на тази задача да се извършва “промяна” на стойностите на скоростите на двамата туристи с цел да се открие кога новата задача ще има само едно решение, а също и кога няма да има решение.

Задача 19 От един и същи пункт тръгнали двама туристи, чиито средни скорости са съответно 5км/ч и 8 км/ч. Вторият турист тръгнал 1ч по-късно. Намерете колко време след тръгването на първия турист разстоянието между тях ще бъде 9км.

От текста на задачата не става ясно дали туристите са тръгнали в една и съща посока или не. Затова трябва да се разгледат и двете възможности.

Задача 20 Разстоянието между два града А и В е 180 км. Едновременно потеглили от град А влак със скорост 50 км/ч, а от град В влак със скорост 40 км/ч. След колко време ще се срещнат?

Тъй като не е известно в каква посока са тръгнали влаковете, трябва да се разгледат четири възможности. В две от тях влаковете няма да се срещнат, в другите два случая ще се срещнат съответно след 2ч, ако се движат един срещу друг или след 18ч, ако влакът от А се движи в посока В; влакът от В се движи в същата посока.

Задача 21 Разстоянието между два града А и В е 180 км. Едновременно, в противоположни посоки, потеглили от град А влак със скорост 50 км/ч, а от град В влак със скорост 40 км/ч. След колко време разстоянието между тях ще бъде 270 км?

Трябва да се предвидят и двете възможности. В случая, когато няма да се осъществи среща, трябва да се намери след колко време двата автомобила заедно ще изминат 90 км. Ако автомобилите се движат един срещу друг, тъй като разстоянието между двата града е по-малко от търсеното разстояние, то трябва да се намери сборът на времето до срещата и времето, необходимо на двата автомобила след срещата да се отдалечат един от друг на разстояние 270 км. Отговор: 1ч или 5 ч.

Задача 22 Разстоянието между два града А и В е 270 км. Едновременно, в противоположни посоки, потеглили от град А влак със скорост 50 км/ч, а от град В влак със скорост 40 км/ч. След колко време разстоянието между тях ще бъде 180 км?

Тъй като разстоянието между двата града е по-голямо от търсеното разстояние, задачата ще има решение само в случая, когато двата автомобила се движат един срещу друг. Два пъти разстоянието между тях ще е 180 км - преди срещата и след срещата.

Задача 23 Запишете още едно число на подходящо място в редицата -2 ; -4 ; -8, така че за получената редица да е вярно твърдението:

а) всеки член след първия се получава от предходния с прибавяне на едно и също число;

б) всеки член след първия се получава от предходния с умножаване с едно и също число.

Отговор: а. -2 ; -4 ; **-6** ; -8. б. -2 ; -4 ; -8 ; **-16** или **-1** ; -2 ; -4 ; -8.

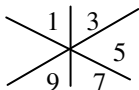
Задача 24 Сменете едно число в редицата $32 ; 16 ; 8 ; -4$ с друго, че за новата редица да е вярно твърдението:

а) всеки член след първия се получава от предходния с прибавяне на едно и също число;

б) всеки член след първия се получава от предходния с умножаване с едно и също число.

Отговор: а. $32 ; 20 ; 8 ; -4$. б. $32 ; 16 ; 8 ; 4$ или $32 ; -16 ; 8 ; -4$.

Задача 25 Разкрийте правило за образуване и по него попълнете свободното място.



Отговор: 11 или -1 . До числото -1 може да се достигне, като се търси следващ член в редицата $9 ; 7 ; 5 ; 3 ; 1$ (използва се посока, обратна на часовниковата стрелка) или като се търси предходен член на редицата $1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9$ (използва се посока по часовниковата стрелка).

И в 6. клас е удачно да се използва следната “последователност за формиране на разглежданото умение:

1. Решаване на задачи, текстът на които подсказва наличието на повече решения или липсата на такова.

2. Решаване на задачи с упътване, което насочва ученика.

3. Решаване на задачи, при които учениците самостоятелно трябва да стигнат до идеята, че има повече от едно решение, но са включени в такава система задачи, която подпомага ученика.

4. Решаване на задачи, при които учениците самостоятелно трябва да стигнат до идеята, че има повече от едно решение”[5].

Необходимо е да се насочи вниманието на учителите към задачите, които имат повече от едно решение. Целенасочената и системна работа с такива задачи е условие за справяне с проблема за пълнота на решението на задача.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аргирова, Т. Витанов, Ч. Лозанов, Математика за 6. клас на средното общообразователно училище. Просвета., София, 1995.

2. Геров, Г. С. Попратилов, П. Тодорова, Математика за 6. клас на средното общообразователно училище. С., К#М, 1995.

3. Макарычев, Ю. Н. Миндюк, К. Муравин, Алгебра учебник для 6 класса средней школы. М., Просвещение, 1984.

4. Попратилов, С. и др Сборник от задачи по математика 6. и 7. клас. Народна просвета, С., 1989.

5. Чехларова, Т. Изследване на задачния състав на учебника по математика /5. клас/. В: Сборник Балканска конференция, Кърджали, 2002.