

Подготовка за математически перформанс „Правилни звездни многоъгълници“

Тони Чехларова

*Институт по математика и информатика,
Българска академия на науките, София, България*

Абстракт. Математическият перформанс е представен като образователна форма. Направено е описание на елементи от подготовката на математически перформанс, свързан с изследване на правилни звездни многоъгълници. Обсъдени са средства, с които е подходящо да се построяват и изследват правилни звездни многоъгълници: динамични модели, манипулативи, добавена реалност, 3D принтирани модели, задачи със звездни многоъгълници, математически етюди и игри. Споделени са примери на проведени математически перформанси, които са представени като неформално STEAM (Science, Technology, Engineering, Art and Mathematics) обучение.

Ключови думи: математически перформанс, неформално образование, динамичен софтуер, изследователски подход, STEAM

1. Математически перформанси в контекста на неформалното образование

Характерни черти на перформанса са активно участие на публиката, импровизационен характер и възможност за провеждане както в зала, така и на нетрадиционни места (като улицата и парка) [7]. Когато целта е свързана с математическото образование и преобладаващите дейности са математически, разглеждаме образователната форма математически перформанс. Използваме го за популяризиране на математиката пред по-широка публика, включително и пред математическата колегия, когато представяме иновационни образователни дейности и ресурси. Дейностите включват информационно-демонстрационна част и организиране на математическа лаборатория за широката публика. Обикновено публиката е предварително неизвестна като състав и брой, затова водещият и останалите модератори трябва да са подготвени за импровизацията, включително и с разнообразие от ресурси.

Тук ще представим част от подготовката за математически перформанс „Правилни звездни многоъгълници“ с акцент върху ресурсите. Като съществени ще отделим съчетаването на материални и виртуални средства за организиране на изследователския процес в математическото образование и изява на връзката между математика и изкуство.

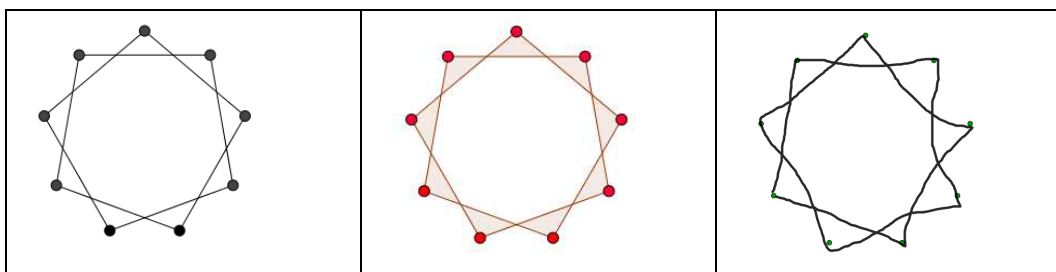
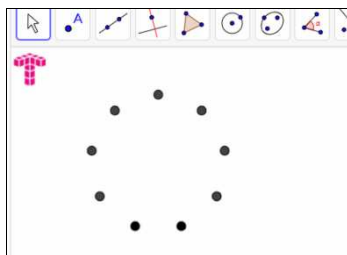
2. Образователни ресурси за иследования с правилни звездни многоъгълници

В литературата няма единство в терминологијата за разглежданите тук математически објекти. Използват се термините „звезда“, „звезден многоъгълник“, „звезда 2D“ и други. Тук ќе използваме термина „правилен звезден многоъгълник“ и следното описание: Фигурата, получена при последователното сврзување на всеки k -ти врх на правилен n -ъгълник (започваш од кој да е врх и запазваш посоката, до изчерпвање на врховите), ќе наричаме правилен звезден многоъгълник $\{n, k\}$.

Долу представяме средства, с които е подходящо да се построяват и изследват правилни звездни многоъгълници. Ползващите ги се насочват към търсене на отговор на два въпроса „Кои правилни звездни многоъгълници могат да се построят с един замах т.е. без вдигане на молива и без повтаряне на линия?“ и „Как се намира ъгълът при върха на правилен звезден многоъгълник?“.

2.1. Динамични файлове

2.1.1. Във Виртуалния училищен кабинет по математика са предоставени файлове с построени върхове на правилни многоъгълници. Правилен звезден многоъгълник може да се начертае с бутон „молив“, с построяване на отсечки или с построяване на многоъгълник. На фигура 1 е показано използването на върховете на правилен деветоъгълник за построяване на правилен звезден многоъгълник $\{9, 2\}$.

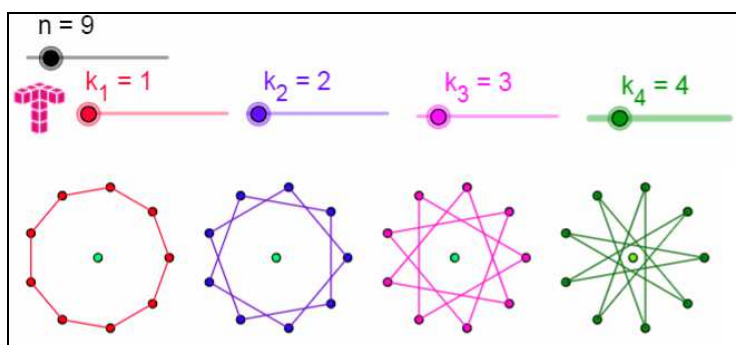


ФИГУРА 1. Построяване на правилен звезден многоъгълник $\{9, 2\}$ по дадени върхове

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d15118.html>

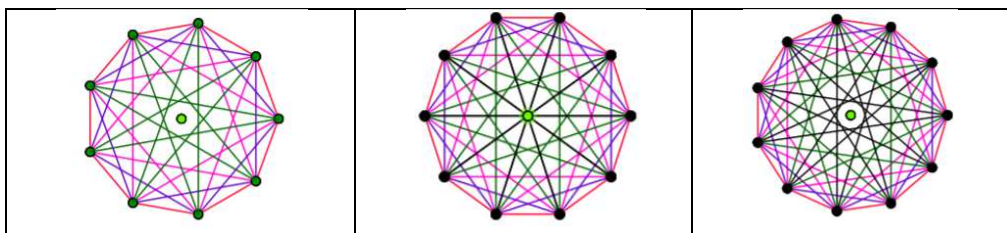
2.1.2. Получаване на конкретен правилен звезден многоъгълник $\{n, k\}$ се реализира с преместване на плъзгачи-параметри, при използване на друга група файлове във Виртуалния училищен кабинет по математика. На фигура 2 са показани правилен деветоъгълник и правилни звездни многоъгълници $\{9, 2\}$, $\{9, 3\}$ и $\{9, 4\}$. С този файл

препоръчваме да наблюдават резултатите при следващи стойности на k , след което се обсъждат ограничения за k , които е подходящо да се поставят.



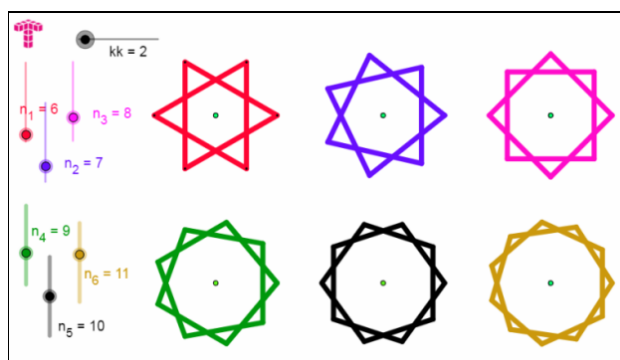
ФИГУРА 2. Получаване на конкретен правилен звезден многоъгълник с плъзгачи-параметри
<http://cabinet.bg/content/bg/html/d15122.html>

На фигура 3 са показани резултати след преместване в една точка на центровете на правилни звездни многоъгълници с равен брой върхове.



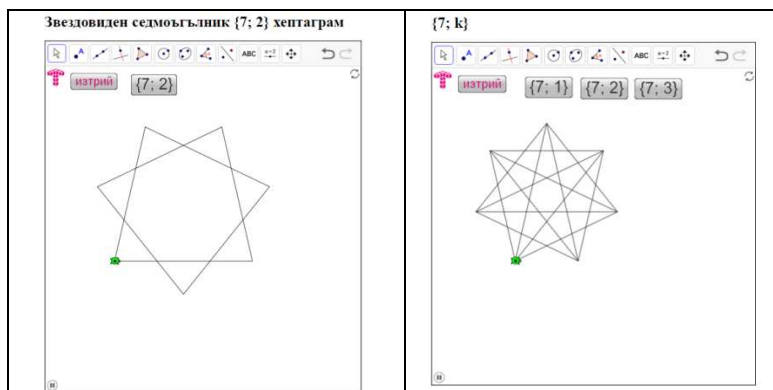
ФИГУРА 3. Звездни многоъгълници с общ център и върхове

В разглеждания файл се наблюдават едновременно правилни звездни многоъгълници с равен брой върхове. В следващия файл за конкретна стойност на k се наблюдават правилни звездни многоъгълници с различен брой върхове (фигура 4).



ФИГУРА 4. Изследвания с правилни звездни многоъгълници с равна стойност на k
<http://cabinet.bg/content/bg/html/d15127.html>

2.1.3 Може да се наблюдава построяването на правилни звездни многоъгълници с т.н. „Костенурковата геометрија“. На фигура 5 е показано изчертаването на правилни звездни многоъгълници със седем върха, след натискане на бутон.



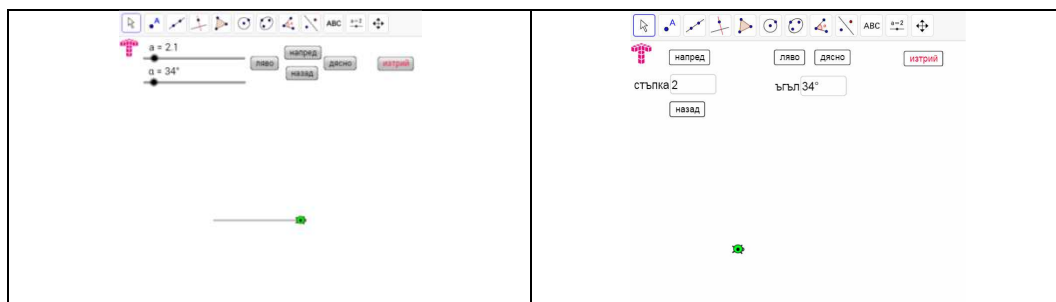
ФИГУРА 5. Построяване на правилни звездни многоъгълници с „Костенурковата геометрија“

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d15583.html>

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d15586.html>

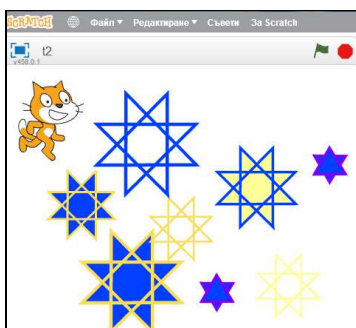
Възможност за самостоятелно изчертаване с използване на командите на костенурката „напред“, „назад“, „ляво“, „дясно“ се предоставя на следващите два адреса: <http://cabinet.bg/content/bg/html/d15560.html>

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d15561.html>



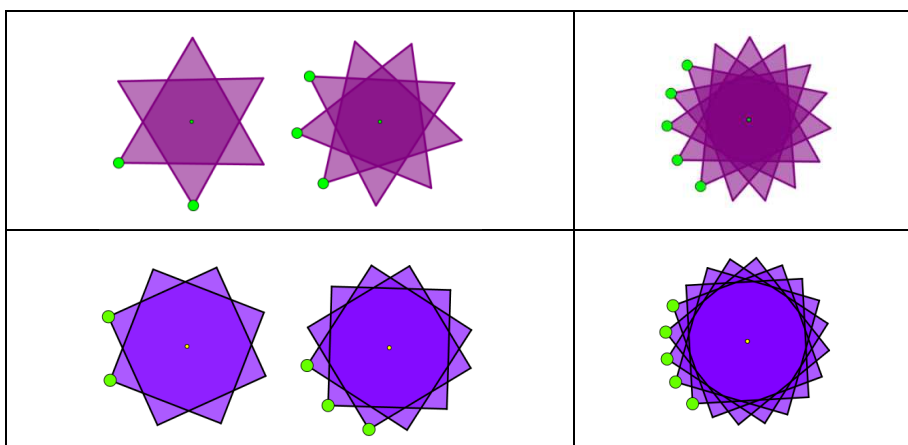
ФИГУРА 6. Построяване на правилни звездни многоъгълници с „Костенурковата геометрија“

В единия случай ъгълът на завъртане и стъпката на придвижване се задават с плъзгач, а в другия – чрез въвеждане на стойност. Илюстрациите на фигура 5 и фигура 6 са направени със софтуер Geogebra. Принципно така се извършват построения и с програмите Лого и Scratch (фигура 7) [6].



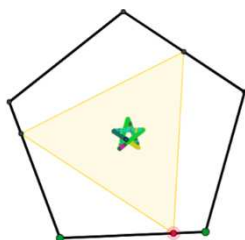
ФИГУРА 7. Правилни звездни многоъгълници със софтуер Scratch

2.1.4. Изследване за получаване на правилни звездни многоъгълници може да се организира с използване на завъртане на еднакви правилни многоъгълници с общ център, около центъра им.



ФИГУРА 8. Еднакви многоъгълници с общ център

2.1.5 Като геометрично място на точки правилни звездни многоъгълници се получават при изследване, свързано с центровете на правилни m -ъгълници, вписани в правилни n -ъгълници. На фигура 9 е представено геометричното място на центровете на равностранни триъгълници, вписани в правилен петоъгълник.



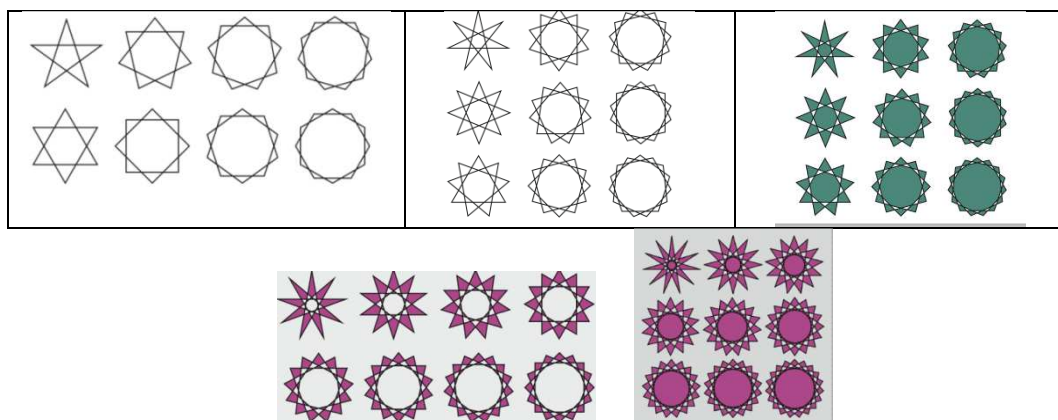
ФИГУРА 9. Правилен звезден многоъгълник като геометрично място на точки

<http://cabinet.bg/content/bg/html/d18314.html>

Още за това изследване можете да намерите в [2].

2.2. Печатни материали за правилни звездни многоъгълници

Чрез материали, принтирани на хартиен носител, илустрираме как подредбата на данни може да подпомогне формулирането на хипотези. На фигура 10 са представени последователно правилни звездни многоъгълници $\{n/2\}$ и $\{n/3\}$ за някои стойности на n ; правилни звездни многоъгълници $\{n/3\}$, $\{n/4\}$ и $\{n/5\}$, оцветени в два цвята.



ФИГУРА 10. Печатни материали

2.3. Могат да се изпозват и налични материали, като дървения метър, ламки..., както и специално създадени манипулативи (фиг.11).



ФИГУРА 11. Манипулативи

2.4. С 3D принтирането е свързана една от професиите с очакване за голямо търсене през следващото десетилетие. Възможностите за добавяне на елементи, които са уникални и свързани с конкретни лица или идеи, правят самите 3D продуктите уникални. На фигура 12 са показани снимки на някои модели, изработени с 3D принтер. Те са подходящи ресурси и за работа с незрящи.



ФИГУРА 12. Звездни многоъгълници и композиции от тях чрез 3D принтиране

2.5. Добавена реалност и други приложения

Комбинирането на данни от реалния свят с компютърно генерирани данни е предизвикателство, което може да се разреши по различни начини. Независимо от детайлите по уточняване на понятията „добавена реалност“, „обогатена реалност“, „смесена реалност“ и др., контекстът „звезди“ се оказва мотивиращ за учениците (фигура 13).



ФИГУРА 13. Добавена реалност и ефекти с други приложения и настройки

2.6. Математически етюди

Представянето на математически обекти с тяло показва разбирането на конкретното съдържание и интерпретирането му. Реализацията може да е с или без уред, самостоятелно или в екип. Препоръчваме на земята (пода) да се изчертаят върхове на правилен многоъгълник и постави задача следата, която се оставя при движение на ученика, да е конкретен правилен звезден многоъгълник. А може във всеки връх да стои ученик и с подаване на кълбо с канап да се построи съответния звезден многоъгълник.

3. Примери на реализации

Ето как изглеждат деца, построяващи звездни многоъгълници върху дървена рамка или с файл на компютъра и търсещи звездните многоъгълници, които могат да се построят с един замах, по време на Математическия пърформанс „Звездни многоъгълници“ в рамките на Европейска нощ на учените през 2016 г.



ФИГУРА 14. Европейска нощ на учените, София, 2016 г.

Като помощ те получават указанията: „Свързвайте върховете на правилен седмоъгълник през един и ще получите звезден многоъгълник $\{7/2\}$. Свързвайте върховете на правилен седмоъгълник през два и ще получите звезден многоъгълник $\{7/3\}$ “.

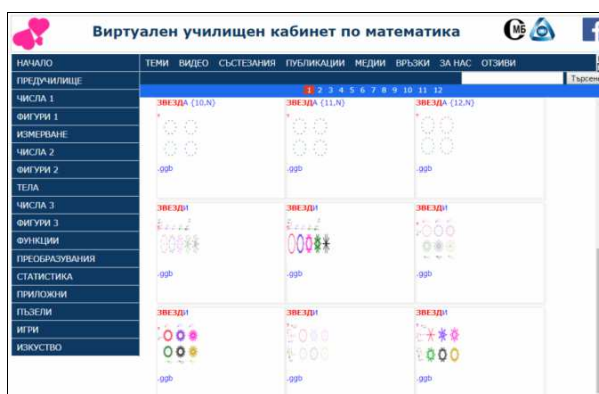
Математически пърформанси организираме и като част от квалификационни курсове с учители, както и в рамките на национални образователни конференции [9].

Тема на месец јануари 2016 г. на онлайн състезание „Тема на месеца“ [4] е свързана с лица на звездни многоъгълници, оцветени в един или в два цвята (фигура 15) и е подходящо да се използва като ресурс за пърформанс.



ФИГУРА 15. Тема на месец јануари 2016 г. на онлайн състезание „Тема на месеца“
http://vivacognita.org/_/viva-math/monthly-problem/%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0-%D0%BD%D0%B0-%D1%8F%D0%BD%D1%83%D0%B0%D1%80%D0%B8-2016-r66?

Голяма част от посочените горе ресурси са налични във Виртуалния училищен кабинет по математика, разработван в Института по математика и информатика – БАН [1]. Предоставените файлове могат да се ползват on-line или да се изтеглят. Търсенето на файловете може да се осъществява по разделите вляво, както и по ключова думи или част от дума (фиг. 13). Търсенето на теми може да се реализира по клас/класове и по теми.



ФИГУРА 16. Виртуален училищен кабинет по математика <http://cabinet.bg/>

Опитът ни показва, че събития като математическите пърформанси са силно мотивиращи за извършване на математически, а и на други образователни дейности. Откриването на закономерности, създаването на образци, преодоляването на предизвикателства оставят трайни следи, формират умения за изследователска работа и творчество въобще. На фигура 17 са представени призеждения с използване на стъклото като материал от Коледна изложба-базар „Стъклена зима“ в Нов български университет.



ФИГУРА 17. Звезди (стъкло, фюзинг) с автор Коя Чехларова

Търсенето, обсъждането, използването и създаването на художествени произведения е неотменна част от математическите пърформанси, което ги прави добра практика за STEAM образование [3], [10].

Заклучение

Скоростта на развитие на дигиталните технологии и използването им в ежедневието поставя нови предизвикателства пред образованието. Съчетаването на традиционни педагогически средства, доказали ефективността си, с непрекъснато създаваните нови - материални и виртуални, динамични и статични средства на обучение, е задача на учителя [8]. Той трябва да разполага с разнообразни средства, за да направи избор според конкретната ситуация. Изборът се отнася както за урочната работа, така и за информирание на учениците за ресурси с оглед самостоятелното им използване.

Всеки ученик, със своите индивидуални различия, особено по отношение на равнище на развитие на качества на мислене, въображение и памет, има различна необходимост от подкрепа при ученето – в училище или извън него. За разбирането, преоткриването, приложението на знания, за формирането на изследователски умения, за създаването на условия за усещане на радост от ученето и удовлетвореност от постиженията, за активно участие на детето в учебния процес, продължават да се създават и използват педагогически средства. Учителите трябва да получават непрекъсната подкрепа при усвояване на новите ресурси и за формиране на умения за съчетаване с класическите. При провеждане на квалификационни курсове с учители е съществено да се създават условия на учителите за преживяване на екипна работа, на нови форми като математически пърформанси, на изследвания от различен характер – математически, методически, психологически; да се предоставят разнообразни средства и казуси, за решаването на които трябва да се прави избор.

Благодарност

Резултатът е частично подкрепен от проект "Изследване на концептуалното знание и наличието на грешни представи в часовете по математика и природни науки" между БАН И МАНУ и от Национална научна програма "Информационни и комуникационни технологии за единен цифров пазар в науката, образованието и сигурността (ИКТвНОС)", финансирана от МОН.

ЛИТЕРАТУРА

1. Chehlarova T., Gachev G., Kenderov P., Sendova E., A Virtual School Mathematics Laboratory. V Национална конференция по електронно обучение. Русе, 16-17. 06.2014
2. Chehlarova T., Sendova E., Finding geometric patterns as a game of dynamic explorations. Scientia iuvenis, Book of Scientific Papers, Scientific guarantee: prof. RNDr. Ľubomír Zelenický, CSc. Slovak republic, Constantine the Philosopher University in Nitra, 2013, pp. 487-494 ISBN 978-80-558-0390-6
3. Chehlarova T., Chehlarova K.. Photo-pictures and dynamic software or about the motivation of the art-oriented students. In International Journal for Technology in Mathematics Education. vol.21, n1, Plymouth, England, 2014.
4. Kenderov P., Powering Knowledge Versus Pouring Facts. In: Kaiser G., Forgasz H., Graven M., Kuzniak A., Simmt E., Xu B. (eds) Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education. ICME-13 Monographs. Springer, Cham. 2018. pp. 289 – 306
5. Кендеров П., Сендова Е., Чехларова Т., Развиване на ключови компетентности чрез образованието по математика: Европейският проект *KeyCoMath* 43. ПК на СМБ, С., 2014. с.99-105
6. Николов Р., Сендова Е., Информатика за начинаещи. Народна просвета, 1989
7. Чехларова Т., Сендова Е., Математическият перформанс – социална игра или образователна технология. 42 ПК на СМБ, С., 2013. с. 159-166
8. Чехларова Т., Педагогически средства за математическото образование. В: Педагогически форум. Тракийски университет, ДИПКУ, Стара Загора, бр.1. 2013. с. 104-112
9. Чехларова Т., Подготовка на обучители за внедряване на изследователския подход в училищното образование по математика. Макрос, 2017. с.140
10. Чехларова Т., Оп арт в математическото образование или преброяване на четириъгълници. Педагогика, 1, Аз Буки, 2019
11. GeoGebra, <http://www.geogebra.org/cms/>
12. <http://tonediko.com/>

Подготовка за математички перформанс „Правилни звезда многуаголници“

Тони Чехларова

*Институт по математика и информатика
Бугарска академија на науките, Софија, Бугарија*

Апстракт. Математичкиот перформанс е претставен како образовна форма. Направен е опис на елементите од подготовката на математички перформанс, поврзан со истражување на правилни звезда многуаголници. Разгледани се средства со кои е погодно да се изработуваат и истражуваат правилни звезда многуаголници: динамички модели, манипулативи, збогатена реалност, 3D принтани модели, задачи со звезда многуаголници, математички студии и игри. Прикажани се примери на спроведени математички перформанси, претставени како неформално STEAM (Science, Technology, Engineering, Art and Mathematics) образование.

Клучни зборови: математички перформанс, неформално образование, динамичен софтвер, истражувачки приод, STEAM