

## ЧИСЛОВИ РЕДИЦИ ЗА 6 КЛАС

Тони К. Чехларова

Задачи с числови редици са част от съдържанието на най-стари открити математически текстове. Ранното появяване на тези задачи е резултат от големия брой реалности, които се моделират с числови редици. Развитието на знанията за числови редици е резултат от развитието на понятието число, от развитието на понятието функция и многообразието от приложения в различни области.

Системното изучаване на числови редици започва в 11 клас по сега действащата учебна програма [4]. Има обаче добри възможности за осъществяване на пропедевтика на числовите редици в началното училище и в пети клас, някои от които са разработени в [5].

В [2] няма задачи за числови редици. В [1] има няколко задачи за откриване на пореден член в редица и няколко задачи за намиране на сума от членове на числова редица. В психологическата литература формирането на знания и умения за извършване на аритметични действия с числа е пример за монотонни действия, които понижават устойчивостта на вниманието, поражда умора и скука, а решението на малкия Гаус на задачата за намиране на сумата на първите сто естествени числа е пример за развиване на различни качества на мисълта.

Предлагаме система от задачи за 6 клас, свързани с числови редици. Те са добро средство за разнообразяване на задачите за усъвършенстване на уменията за извършване на аритметичните действия с рационални числа. Решаването на задачите ще съдейства и за формиране на умения за рационално извършване на действията с рационални числа, за усвояване на някои логически знания, за формиране на умения за предсказване на факти с достатъчна степен на правдоподобност, за формиране на умения да се доказва или опровергава твърдение, за развиване на наблюдението, въображението, мисленето. Част от задачите могат да се използват в задължителното обучение. Задачите, свързани с аритметична прогресия и с геометрична прогресия, са предназначени за занятия по избираема подготовка. В пети клас се дават следните определения [5]: Числова редица, на която всеки член след първия се получава от предходния с прибавяне /изваждане/ на едно и също число, се нарича аритметична прогресия. Числова редица, на която всеки член след първия се получава от предходния чрез умножение с едно и също число, се нарича геометрична прогресия. В 6 клас, след въвеждане на рационалните числа, се променя определението за аритметична прогресия – премахва се понятието изваждане.

**Задача 1** Открийте правило за образуване на числовата редица и по него намерете липсващите членове.

А.  $-8; -6; -4; -2; 0; ?; 4; ?$

Б.  $5; 3; 1; -1; ?; ?$

В.  $-40; -25; -10; ?; 20$

Г.  $10; 3; -4; -11; -18; ?$

За решаване на задачата е необходимо да се използват знания и умения за събиране (изваждане) на рационални числа. В 5 клас, след работа по предложения от нас вариант, са формирани умения за решаване на такива задачи. Необходимо е тези умения да се приложат за редици, в които участват и отрицателни числа. Задачата е подходяща да бъде предложена за решаване в часовете за

усъвършенстване на уменията за събиране и изваждане на рационални числа. При необходимост се дава помощ с указанията: Намерете редицата от разликите на последователните членове на дадената редица. Направете извод за правилото на образуване на дадената редица. По откритото правило намерете търсеното число.

**Задача 2** Открийте правило за образуване на числовата редица и по него намерете липсващите членове.

А.  $-2 ; -4 ; -8 ; ? ; -32$

Б.  $5 ; -5 ; 5 ; ? ; ? ; ?$

В.  $-3 ; 6 ; -12 ; ? ; -48$

Г.  $-1 ; 10 ; -100 ; 1000 ; ? ; ?$

Задачата е свързана с приложение на знания и умения за умножение и деление на рационални числа. Включването ѝ в часовете за усъвършенстване на уменията за умножение и деление на рационални числа е насока за учениците при търсенето на правило на образуване.

**Задача 3** Открийте правило за образуване на числовата редица и по него намерете липсващите членове.

А.  $-\frac{1}{2} ; -\frac{5}{6} ; -\frac{7}{6} ; -\frac{3}{2} ; ? ; ?$

Б.  $1\frac{1}{2} ; \frac{1}{2} ; -\frac{1}{2} ; ? ; ? ; -3\frac{1}{2}$

В.  $3 ; 2,5 ; 2 ; ? ; 1 ; ? ; ? ; ?$

Г.  $3 ; 1 ; \frac{1}{3} ; ? ; ?$

Д.  $5 ; -1 ; \frac{1}{5} ; ? ; ?$

Е.  $-\frac{4}{3} ; -1 ; -\frac{2}{3} ; ? ; ? ; \frac{1}{3}$

Ж.  $20 ; 16 ; 12,8 ; ? ; ?$

З.  $12 ; -9 ; \frac{27}{4} ; ? ; ?$

При решаване на задачата учениците се насочват към най-вероятното правило на образуване на всяка от редиците. Такава е и целта на задачата. Без специална подготовка учениците не могат да стигнат до търсене и откриване на други възможности. Учителят трябва да бъде много внимателен при обсъждане отговорите на учениците. На пръв поглед грешен отговор може да се окаже възможен, затова е необходимо да се проследят и разсъжденията и да се направи проверка.

**Задача 4** Открийте правило за образуване на числовата редица и по него намерете липсващите членове.

А.  $-3 ; 0 ; 5 ; 12 ; 21 ; 32 ; ? ; ?$

Б.  $1 ; -4 ; 1 ; -2 ; 1 ; 0 ; 1 ; 2 ; ? ; ? ; ?$

В.  $1 ; -5 ; -4 ; -9 ; -13 ; ? ; ?$

Г.  $-2 ; 3 ; -6 ; -18 ; ? ; ?$

Д.  $3,2 ; -0,5 ; 2,7 ; 2,2 ; 4,9 ; ?$

Е.  $-1,1 ; 2,2 ; -2,42 ; -5,324 ; ?$

Учениците се насочват първо към намиране разликите на последователните членове на редицата. След като се установи, че разликите имат различни стойности, трябва да се потърси връзка между членовете на новата редица, получена от разликите на съседните членове. За А. редицата е  $3 ; 5 ; 7 ; 9 ; 11$ . След откриване на зависимостта, се намира следващата разлика, която е 13. Тогава търсените числа са 45 ( $32+13=45$ ) и 60 ( $45+15=60$ ).

За подточка Б. като помощ на учениците се предлага да подчертаят през едно числата в редицата. Така се открояват две редици, на всяка от които може да се намери следващия член.

За подточка В. всеки член след втория се получава, като се съберат предходните два члена на редицата. За подточка Г. всеки член се получава с умножение на предходните два члена на редицата.

**Задача 5** Ако сборът на всеки три съседни числа е 5,5, попълнете празните места в редицата.

А. 2 ; ? ; ? ; ? ; -1 ; ? ; ? ; ? ; ?

Б. 2,8 ; ? ; ? ; ? ; ? ; 3,3 ; ? ; ? ; ? ; ? .

До 5 клас, по предложения от нас вариант, учениците са решавали такива задачи. Новото е включването на отрицателни числа както в условието, така и в решението.

**Задача 6** В аритметичната прогресия едно число е пропуснато. Открийте го!

А. -5 ; -1 ; 3 ; 11 ; 15

Б. -4 ; -2 ; 0 ; 2 ; 4.

За А. Редицата от разликите между последователните членове е 4 ; 4 ; 8 ; 4. Следователно между числата 3 и 11 липсва член на редицата. Редицата е -5 ; -1 ; 3 ; 7 ; 11 ; 15.

Б. Разликите между последователните членове са равни. Следователно дадените числа са последователни членове на аритметична прогресия. От условието на задачата следва, че има още един член. Следователно той е първи или последен. Задачата има две решения : -6 или 6.

**Задача 7** Намерете устно сумата от членовете на редицата .

А. -6 ; -4 ; -2 ; 0 ; 2 ; 4 ; 6

Б. -12 ; -8 ; -4 ; 0 ; 4 ; 8 ; 12 ; 16

В. 100 ; 95 ; 90 ; ... ; -85 ; -90 ; -95 ; -100

Г. 7 ; 3 ; -1 ; -5 ; -9 ; -13 ; -17 .

При решаване на задачата учениците трябва да се насочват към рационално извършване на изчисленията. Например за А. първият и последният член са противоположни числа, следователно сборът им е равен на нула. Аналогично се разсъждава за втория и предпоследния член и т.н. След решаване на задачата може да се предложи на учениците да я решат с последователно извършване на действията. Един ученик устно на глас може да извърши действието, за да се демонстрира необходимостта от стремеж към рационалност.

**Задача 8** Намерете стойността на израза:

$1-0,2+3-0,4+5-0,6+7-0,8+9-1+11-1,2$

Има няколко възможности за рационално извършване на действията. Числата могат да се групират последователно по двойки така:  $1-0,2+3-0,4+5-0,6+7-0,8+9-1+11-1,2 = 0,8+2,6+4,4+6,2+8+9,8$ . Задачата се свежда до намиране сбор на членове на аритметична прогресия. Друг вариант е да се съберат първо положителните числа – те са членове на аритметична прогресия, после да се съберат отрицателните числа – те също са членове на аритметична прогресия, и накрая да се съберат получените стойности.

**Задача 9** Аритметична прогресия ли е редицата?

А. -2,1 ; - 4,1 ; - 6,1 ; - 8,1

Б. 1,1 ; - 2,2 ; 3,3 ; - 4,4

В.  $-1; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}; \dots; -\frac{1}{n}$

Г. -9,9 ; - 9,99 ; - 9,999 ; - 9,9999.

Може ли сборът от първите три члена на аритметична прогресия да е по-голям от сбора на първите четири члена? Дайте пример. Обобщете.

**Задача 10** Геометрична прогресия ли е редицата ?

А.  $-1 ; 10 ; -100 ; 1000 ; -10000$     Б.  $-\frac{1}{32} ; -\frac{1}{8} ; -\frac{1}{2} ; \dots ; -2 ; -8$ .

В.  $0,1 ; -0,01 ; 0,001 ; -0,0001$     Г.  $-1 ; -1,1 ; -1,11 ; -1,111 ; \dots$

Д.  $4 ; -4^2 ; 4^3 ; -4^4 \dots$     Е.  $7 ; 7^3 ; 7^5 ; 7^7 ; 7^9$

Може ли третият член на геометрична прогресия да е по-голям от втория член и от четвъртия член на прогресията? Дайте пример. Обобщете.

Ако първият и третият член на геометрична прогресия имат равни стойности, какъв извод може да се направи за стойността на втория член? Какъв извод може да се направи за абсолютната стойност на втория член? А за стойностите на всички членове на четно място?

Какъв е знакът на седемнадесетият член на геометричната прогресия

$-1 ; 10 ; -100 ; 1000 ; -10000 \dots$ ? А на двадесет и първия член? На петдесетия член?

### Задача 11

А. Редицата  $a_1 ; a_2 ; a_3 ; \dots ; a_n$  е аритметична прогресия. Аритметична прогресия ли е редицата  $|a_1| ; |a_2| ; |a_3| ; \dots ; |a_n|$ ?

Б. Редицата  $v_1 ; v_2 ; v_3 ; \dots ; v_n$  е геометрична прогресия. Геометрична прогресия ли е редицата  $|v_1| ; |v_2| ; |v_3| ; \dots ; |v_n|$ ?

А. Отговорът има условен характер – зависи от знаците на членовете на дадената прогресия. Независимо дали ще се реши по конкретно-индуктивен или абстрактно-дедуктивен вариант, трябва да се използват примери като:

$2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12$

$-3 ; -6 ; -9 ; -12 ; -15$

$-4 ; -2 ; 0 ; 2 ; 4 ; 6$

$-5 ; -1 ; 3 ; 7 ; 11$

$40 ; 35 ; 30 ; 25 ; 20 ; 15$

На всяка от тези редици трябва да се съпостави съответната редица от абсолютни стойности на членовете. За всяка от получените редици се прави извод. След като се установи, че понякога редицата от абсолютни стойности е аритметична прогресия, а в други случаи – не, трябва да се открие кога са изпълнени тези случаи.

**Задача 12** Отстранете едно число от редицата  $-1 ; -2 ; -4 ; -6 ; -8$ , че да се получи:

А. Аритметична прогресия

Б. Геометрична прогресия.

**Задача 13** Намерете първия отрицателен член на аритметичната прогресия.

А.  $15 ; 13 ; \dots$     Б.  $1101 ; 1001 ; \dots$     !В.  $203 ; 253 ; \dots$

**Задача 14** Намерете първия положителен член на аритметичната прогресия.

А.  $-23 ; -20 ; \dots$     Б.  $-1205 ; -1105 ; \dots$     !В.  $-53 ; -55 ; \dots$

При експерименталната работа се изяви състезателният характер на 13 задача и 14 задача. Учениците не се затрудниха особено при намиране на решението. Определящо бе времето, необходимо за достигане на отговор. Особеност на последната подточка за двете задачи е, че нямат решение.

**Задача 15** Съставете аритметична прогресия, на която:

А. Сумата на първите седем члена е равна на нула .

Б. Сумата на първите шест члена е равна на нула.

В. Сумата на първите седем члена е равна на сумата на първите 13 члена.

Г. Сумата на първите седем члена е равна на сумата на първите 12 члена.

Може да се организира изследване на резултатите и да се направи обобщение. Например за А. се записват редици, до които са достигнали ученици. Поставя се задача за намиране на частното на първия член и разликата на аритметичната прогресия. Установява се, че резултатът е един и същ за всички разглеждани редици. Прави се предположение: за всяка аритметична прогресия, на която сумата на първите седем члена е равна на нула, частното на първия член и разликата е равно на числото 3. Има възможност и за извършване на доказателство.

**Задача 16** Намерете следващия член на редицата  $1; 4; 9; 16; \dots; 10^6; ?$ .

Първо учениците трябва да открият правилото на образуване на числовата редица – това е редицата от квадратите на естествените числа. След това трябва да се намери основата на последната дадена степен при степенен показател 2. Учителят може да подпомогне достигането до тази идея с въпроса: ”Ако последната дадена степен беше не  $10^6$ , а  $10^2$ , тогава кое щеше да е следващото число?”

За самостоятелна работа се предлага да се намери следващия член на редиците:

$1; 8; 27; 64; \dots; 6^6; ?$

$1; 8; 27; 64; \dots; 6^9; ?$

$1; 8; 27; 64; \dots; 10^{12}; ?$ .

**Задача 17** Представете произведението като степен:

А  $2.2^2.2^3.2^4 \dots 2^{20}$  (всеки степенен показател е с единица по-голям от предходния степенен показател).

Б.  $7.7^3.7^5 \dots 7^{43}$  (всеки степенен показател е с две по-голям от предходния степенен показател).

В.  $11^2.11^4.11^6 \dots 11^{60}$ .

**Задача 18** Запишете броя на диагоналите на правилен четириъгълник, петъгълник, шестоъгълник, седмоъгълник, осмоъгълник. Запишете предположението си за броя на диагоналите на правилен дванадесетоъгълник

**Задача 19** Запишете редицата от броя на отсечките, които съединяват две, три, четири, пет, шест различни точки върху окръжност. Запишете предположението си за броя на отсечките, които съединяват четиринадесет различни точки върху окръжност.

**Задача 20** Решете уравненията [3]:

А.  $1 + 2 + 3 + \dots + 50 + x = 155$

Б.  $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 99 + 100x = 10\,000$

В.  $2x + 4x + 6x + 8x + 10x + 12x + 14x + 16x = 256$

Г.  $5x + 10x + 15x + 20x + \dots + 95x = 1$

Задачата е много подходяща не само за приложение на знанията за числови редици, а и за осмисляне на понятието уравнение. Някои ученици могат да приемат  $x$  като следващо число в редицата  $1; 2; \dots; 50$ . В такъв случай трябва да бъдат насочени с указанията: Прочетете условието на задачата още веднъж. Що е уравнение? Що е корен на уравнение? Какво означава да се реши едно уравнение?

Проведената експериментална работа показва, че решаването на задачите както в задължителното обучение, така и в избираемото обучение, е съпроводено с повишен интерес, липса на разсеяност, стремеж към самостоятелни разсъждения и

личностна изява, желание за решаване на повече задачи с числови редици и самостоятелно търсене на такива в списания и сборници. Считаю, че включването на задачи с числови редици в учебното съдържание по математика в 6 клас ще допринесе за по-доброто усвояване на знанията и усъвършенстване на уменията на учениците по темата “Рационални числа”, за развиване на мисленето и въображението им, за изграждане на любов към математиката.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Аргирова, Т., Т. Витанов, Ч. Лозанов. Математика за 6 клас на средното общообразователно училище. Просвета, С., 1995.
2. Геров, Г., Ст. Попратилор, Петрана Тодорова. Математика за 6 клас на средното общообразователно училище. К§М, С., 1995.
3. Маркушевич, А. и др., Алгебра и элементарные функции. М., Просвещение, 1968.
4. Учебна програма по математика за 11 клас. сп. Математика и информатика. бр.2, 2001.
5. Чехларова, Т., Пропедевтика на числовите редици в 5 клас. В: сб.Юбилейна научна сесия 40 г. секция СМБ, Стара Загора, 2001 г.

#### NUMBER SEQUENCES FOR 6th CLASS

Tony Kondeva Chehlarova

##### Summary

I suggest some problems with number sequences for 6th class. Solving problems of sequences develop the functional, logical thinking, flexibility of thinking, imaginations. The paper is intended for teachers in mathematic to help them in preparations for compulsory education and extracurricular work in mathematics.