

# **Изследвания с шестоъгълници с перпендикулярни съседни страни във виртуални учебни среди**

**ст.н.с. д-р Тони Чехларова**

*ИМИ, БАН; Пловдивски университет „Паусий Хилендарски”  
[tchehlarova@mail.bg](mailto:tchehlarova@mail.bg)*

## *Abstract*

*Представен е вариант на методика за организиране на изследвания в 6 клас с шестоъгълник с перпендикулярни съседни страни, чиито дължини са цели числа. Описани са виртуални учебни среди, подходящи за реализиране на целите. Предложени са идеи за усъвършенстването им.*

## *Ключови думи*

*изследване, компютърна среда*

Разкриването на възможности за целесъобразно използване на нови технологии е постоянна задача на методиката на обучението. Известни са различни по характер компютърни учебни среди за обучението по математика. Когато задачи се задават в такава среда, учениците я използват и за решаването им, както и за описание на отговора. Когато задачите се задават чрез хартиен носител, компютърът е удобно да се използва като средство за изследване. За целта учителите трябва системно да се информират за наличните или усъвършенствани компютърни учебни среди и запознават учениците с тях. Идеята е да познават достатъчно такива и правят избор за оптимално справяне с проблем.

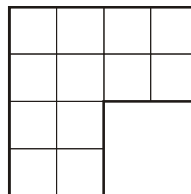
Представяме вариант на методика за организиране на изследвания с шестоъгълник с перпендикулярни съседни страни, чиито дължини са целочислени. Подходящо е за реализиране в избираема подготовка по математика в 6. клас. Ще отбележим, че в задължителното обучение до 6 клас не се изучават вдлъбнати фигури, но още в началното училище в избираема подготовка учениците се докосват до тях, а квадратната мрежа е основно средство при усвояване на геометричните знания до 6. клас.

I. Поставяме условие за извършване на посочваните действия, без нарушаване на единично квадратче.

**Задача 1.1.** Разделете фигурата на:

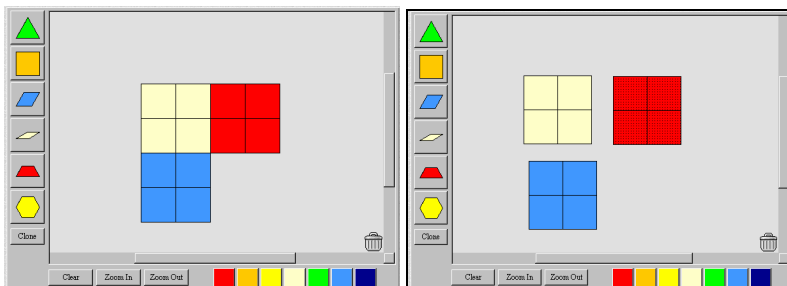
а) три еднакви части;

б) четири еднакви части.



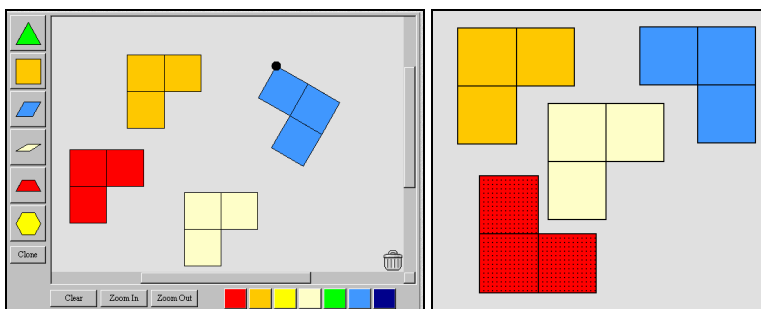
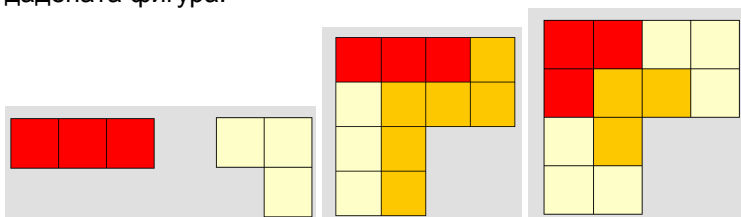
Това е класическа задача от занимателната математика. Една от целите на обучението е развитие на пространствената интелигентност [1]. Затова учениците първо в умствен план извършат част от действията, а при неуспех или за самопроверка се насочват към програма <http://nlvm.usu.edu/> [2]. В тази учебна среда те имат възможност да построяват единични квадратчета и фигури с тях, да променят цвета на квадратчетата, да завъртат и преместват получените фигури, да ги групират и „клонират”.

Действения подход в обучението е доказал своите предимства, възможността за използване на виртуален конструктор позволява за кратко време да се извършват прецизни манипулации и достигне до резултат. Така за кратко време учениците получават натрупвания от различни фигури и връзки между тях.



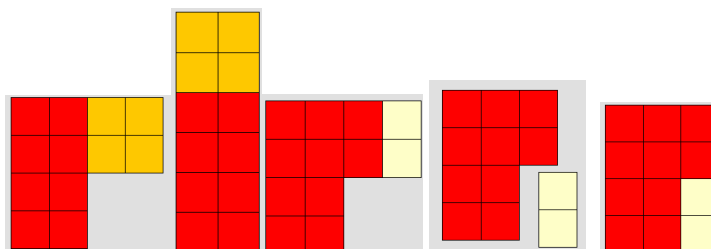
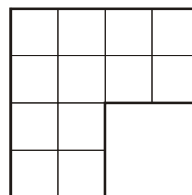
Обясненията на учителя трябва да са синтез от различни подходи за решаване на задачата. Цел е не само развитие на пространствената интелигентност, а осигуряване на възможност за синхронизиране с другите интелигентности, например с математическата. В случая се изисква разделяне на 3 (съответно 4) еднакви части. Следователно всяка част ще съдържа равен брой единични квадратчета:  $12:3=4$  (съответно  $12:4=3$ ). Тези разсъждения позволяват да се намали броят на проверките. Фигурите от 3 единични

квадратчета са два вида. С непосредствена проверка се установява, че с фигури от единия вид не може да се конструира дадената фигура.



**Задача 1.2.** Разрежете фигурата на две части, от които може да се построи правоъгълник.

Използването на посочения горе софтуер за експеримент и за представяне на резултат бе оценено от учениците – всички го използваха за решаване на задачата и за описание на отговора.



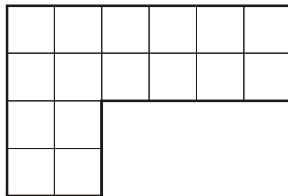
Естествено бе преминаването към други шестоъгълници с перпендикулярни съседни страни, например:

**Задача 1.3.** Разделете фигурата на:

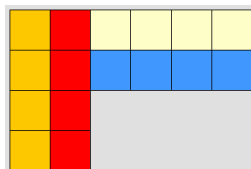
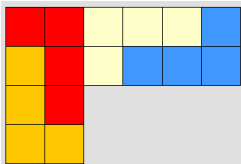
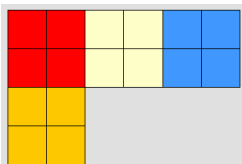
а) две еднакви части;

б) четири еднакви части;

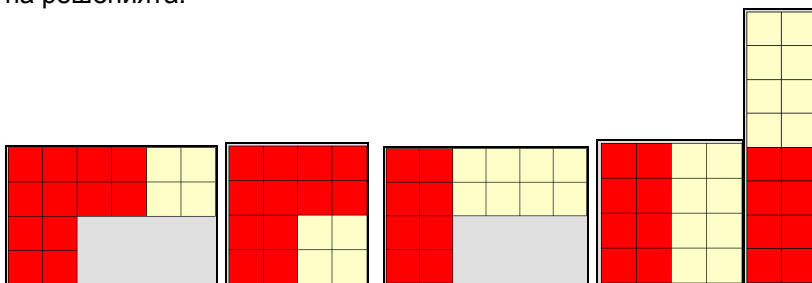
в) две части, от които да се получи правоъгълник.



При работа със софтуера се забелязва, че в търсене на следващо решение не се тръгва от изходната фигура, а от получено вече решение, от което се преминава към друго разделяне. Учениците използваха като идея аналогия и симетрия.



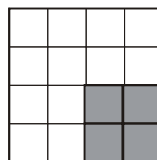
Трудността при решаване на задачата е свързана с изчерпване на решенията.



**Задача 1.4** Ето представяне на шестоъгълник с перпендикулярни съседни страни  $4^2 - 2^2$  като разлика на два квадрата. Като използвате това представяне, постройте шестоъгълник с перпендикулярни страни:

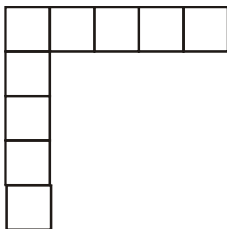
а)  $3^2 - 1^2$ ; б)  $5^2 - 2^2$ ; в)  $5^2 - 3^2$ ; г)  $8^2 - 7^2$ .

Намерете обиколката и лицето на всеки от тези шестоъгълници.



При построяване на първата фигура всички ученици започнаха с квадрат  $3 \times 3$ , от който отстраниха едно „ъглово“ единично квадратче. 40% от учениците решиха в тази последователност и б), но останалите 60% съкратиха пътя. В

умствен план си представиха фигурата и построиха на право шестоъгълника. Преобладаващата част от тях започнаха с



„двете страни“ с дължина 5, а после „запълваха“ до получаване на търсената фигура.

Някои ученици съобразиха, че лицето може да се намери и без да се построява съответния шестоъгълник - достатъчно е да се намери стойността на дадения израз. Бързо се увериха, че и обиколката

може да се намери само със съображения. Така по естествен начин се стигна до идеята за проекциите.

**Задача 1.5** *Представете шестоъгълник с перпендикулярни страни  $5^2 + 2^2$ .*

Без да е дефиниран шестоъгълник с перпендикулярни страни  $a^2 + b^2$ , всички ученици се справиха, по аналогия на предходното представяне, (както и на връзката между събиране и обединение).

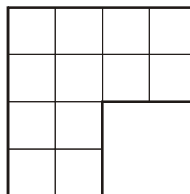
Следваха обобщения и достигане до шестоъгълник с перпендикулярни страни  $ab - cd$  при съответните ограничения за размерите, както и самостоятелно съставяне на задачи.

Следващата стъпка бе смяна на аксиоматиката:

**II. За извършване на посочваните действия може да се нарушава цялостта на единично квадратче.**

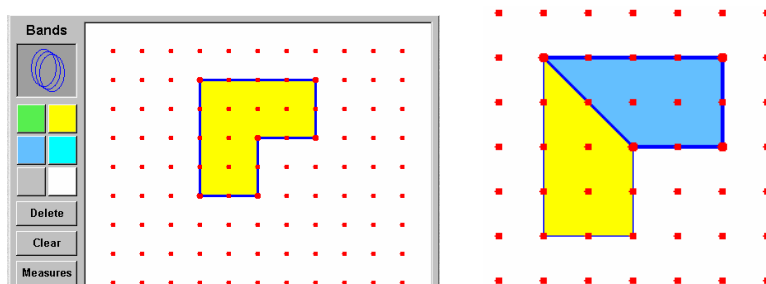
Това доведе до необходимостта от друг софтуер.

**Задача 2.1.** *Разделете фигурата на две еднакви части.*

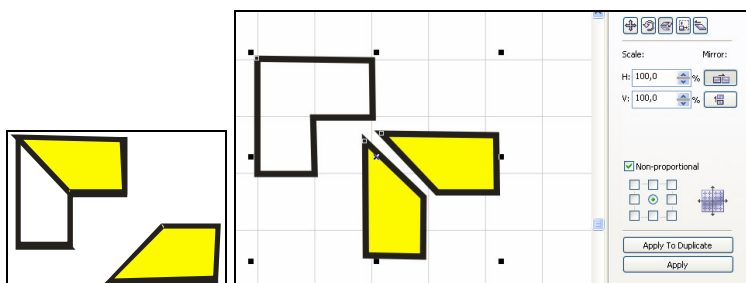


Ето някои възможности за използване на известен софтуер за конструиране на фигурата и изследването ѝ при новите условия.

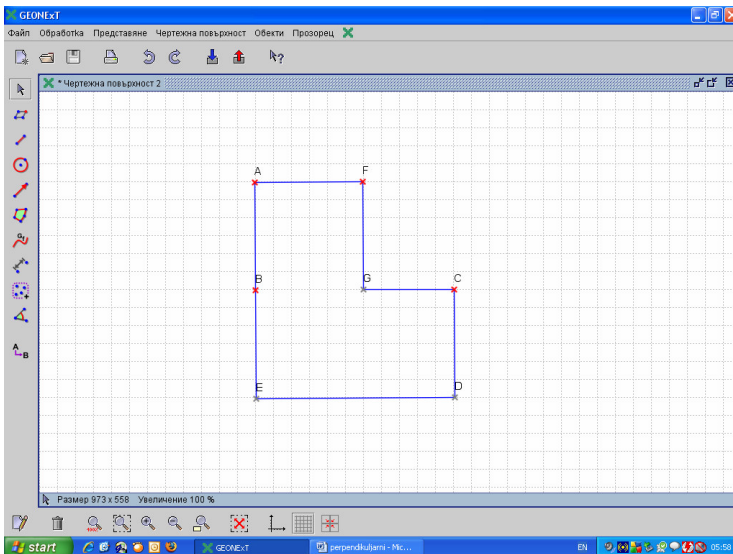
В [Geoboard](#) [2] има възможност за построяване на многоъгълник с върхове във възли на квадратна мрежа и оцветяване на построената фигура. Няма възможност за отделяне на част от фигурата, но възлите във вътрешността подпомагат досещането.



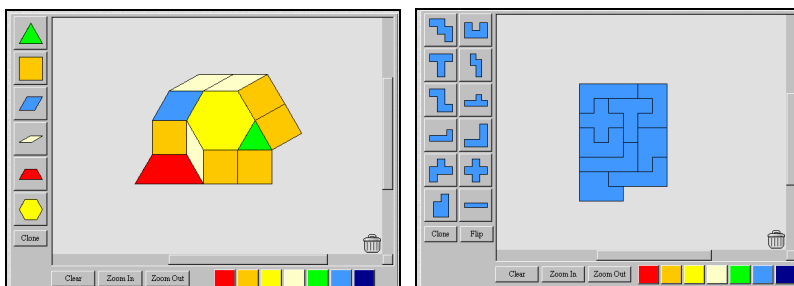
В *Corel draw* [3] има възможност за построяване върху фигурата на части от нея до покриването ѝ, а след това за манипулиране с тези части, включително за построяване на огледален образ. Има възможност за изобразяване на квадратна мрежа.



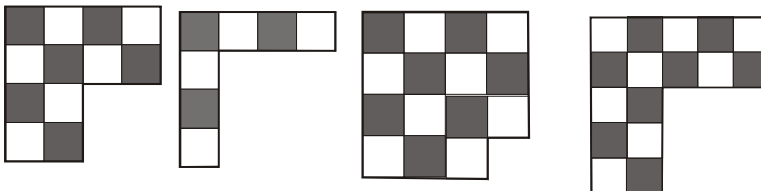
Съществено предимство на *Geonext* [4] е възможността за създаване на динамични конструкции, позволяващи бързо преминаване от един конкретен шестоъгълник към друг. Има възможност за изобразяване на квадратната мрежа. Необходими са предварителни познания за работа с програмата, затова за ученици от 6. клас е подходящо учителят да е създал модел, с който учениците да работят.



Не открихме обаче програма с възможност за извършване на разязаване на фигура на части, с които след това да се оперира. Една възможност за съставяне на задачи от такъв характер е да се използват виртуални конструктори, включително полиомина, с които да се конструира фигура и търси възможно прекомпозиране. Това не дава обаче универсална възможност за разязване и манипулиране с получените части, от каквато има нужда.



Занятието продължи с шахматно оцветяване на шестоъгълници с перпендикулярни съседни страни и целочислени дължинии. Задачите са свързани с делимост и в частност с използване на четността като основна идея.



За самостоятелна работа бе поставена задача за съставяне на задачи с шестоъгълник, осмоъгълник и дванадесетоъгълник с перпендикулярни съседни страни.

Такава организация съдейства за:

- усвояване на елементи от изследователския процес;
- запознаване с учебни среди;
- насочване на учениците към изучаване на структурата на обектите, модулите, на които може да се раздели;
- достигане до идеята за използване на квадратна мрежа като допълнително построение;
- осмисляне на връзката между геометрично и алгебрично знание;
- използване на разнообразни средства за представяне на обекти;
- мотивиране за извършване на математически дейности.

Ще отбележим, че за решаване на тези задачи виртуалните конструкции са в по-голямата част заместител на материални модели, които могат да се изработят. Различна е ситуацията с оперирането с тела с перпендикулярни съседни стени, което е предмет на друго изследване. В много случаи експериментите с такива тела не могат да се реализират със съществуващите материални конструктори, което прави създадените виртуални конструктори уникални.

Задача на учителите е да се информират за съществуващите учебни виртуални среди, да ги посочват на учениците си. При системна работа у учениците се формират умения за избор от наличните среди на тази, с която ще реализират оптимално целта си.

### Литература

[1] Gardner, H. Frames of Mind, New York: Basic Books. 1993.

[2] <http://nlvm.usu.edu/>

[3] Corel draw

[4] <http://geonext.uni-bayreuth.de/>