

ДА СЪЖИВИМ ИЗСЛЕДОВАТЕЛСКИЯ ПОДХОД В МАТЕМАТИЧЕСКОТО ОБРАЗОВАНИЕ (ПРОЕКТЪТ *ФИБОНАЧИ* В ДЕЙСТВИЕ)

ЕВГЕНИЯ СЕНДОВА, ТОНИ ЧЕХЛАРОВА, София

*Най-добрият начин да учиш е да действаш – да питаш и след това да действаш. Най-добрият начин да преподаваш е да накараш учениците да питат и след това – да действат.
Не проповядвайте факти, стимулирайте действия!*
Пол Халмош

1. Въведение.

Една от основните цели на проекта *Fibonacci* е да допринесе за разпространяването на изследователския подход в образованието по природни науки и математика в страните от ЕС. Европейските образователни институции и международната научна общност признават важноста на този подход за повишаване на интереса към математиката и природните науки и за насочване на повече млади хора към професионален избор в тези области. От многобройните разговори с участниците в първите семинари по проектите *InnoMathEd* и *Fibonacci* [1, 2] се вижда колко решаваща е ролята на учителите за успешното прилагане на изследователския подход – от тях очакваме да помогнат на учениците си да овладеят необходимите изследователски умения и да разберат основни понятия и концепции от математиката (и природните науки) чрез целенасочени и мотивирани действия. Нещо, което е по-лесно да се каже, отколкото да се направи, и затова са необходими обединените усилия не само на представителите на различни образователни и научни институции, но и подкрепата на цялата ни общественост.

2. Една международна конференция на тази тема.

На 21 и 22 септември 2010 г. в Байройт се състоя първата конференция по проекта на тема *Raising awareness about inquiry-based science and mathematics education in Europe* (най-близкият по смисъл превод е заглавието на настоящата статия) [3]. Председател на организационния комитет бе проф. **Петер Баптист**, един от създателите на динамичния софтуер *Geonext*. Ду-

хът на Фибоначи (не само като име на проекта, но и като автор на небезизвестната числова редица) витаеше навред – от разцъфналите слънчогледи, украсяващи сцената и масите, до прекрасните картини и постери на специално организираната изложба. Координаторът на проекта от българска страна акад. **Петър Кендеров** представи доклад на тема *Ученици с изявени способности и изследователския подход в образованието по математика и информатика в България*, в който се спря на ролята на УЧИМИ и лансира идеята за създаване на европейски вариант на този институт. Предложението бе посрещнато с интерес и признание за опита на България в работата с младите изследователи по математика и информатика. Сред поканените експерти по математическо образование бе проф. **Мишел Артиг** от Франция, която сподели, че през последните десетилетия сме се убедили в това колко е трудно да се реализира истинският потенциал на информационните технологии. Тя изрази убежденост, че участниците във *Fibonacci* ще съумеят да отговорят по достойнство на тези предизвикателства. Проф. **Улрих Тротенберг** от Германия подчерта ролята на алгоритмичното мислене за осъзнаване на факта, че математиката е в основата на модерните технологии. С особено вълнение присъстващите посрещнаха проф. **Гюнтер Циглер**, известен немски математик, който постави въпроса: *Как математиката може да решава проблеми?* Той започна с предизвикателство към специалистите по математическо образование – ако училищната математика е отговорът, какъв е въпросът? Каква всъщност е първичната цел на образованието по математика в училище? И предложи следния отговор: А) целта не е една, а са поне три, и Б) тези цели са подвижни мишени! **Циглер** формулира следните три цели – да се представи математиката: 1) като част от културата ни и като основа на модерните ключови технологии; 2) като област, която дава възможност на всеки да си отговаря на важни въпроси и да решава проблеми от ежедневието, и 3) като наука и да се поставят основите за изучаване на природни науки, инженерни специалности и на самата математика на университетско равнище. Той заключи, че и трите цели са динамични, така че когато проектираме учебното съдържание по математика, трябва да внимаваме въпросите да не са се изменили коренно до момента, в който вече внедряваме нашите отговори... В рамките на конференцията бе проведен и семинар върху спецификата на изследователския подход в математиката. По време на последвалата дискусия се откриха като най-съществени следните въпроси:

- *Кои технологии и виртуални среди да използваме в математическото образование?*
- *Каква да бъде ролята на учителите в тези среди?*
- *Какви са възможните последствия за професионалното развитие на учителите по математика?*



Моменти от дискусията

Тези въпроси са близки (надяваме се) и на вас, драги читатели, и ако все още не сте намерили отговор, бъдете сигурни, че не сте единствени – специалистите (не само в Европа) все още търсят отговорите...

3. Нагоре по *стълбата*.

Нашият скромнен опит да допринесем нещо в тази посока е свързан в последно време с разработване на примерни виртуални учебни среди, които разглеждаме на семинари по проекта *Fibonacci* с учители. По време на тези семинари се стремим да създаваме на участниците условия да преживеят разнообразни възможности за усвояване на изследователския подход в математически контекст. В Пловдив и Шумен представихме вариант за организиране на обучението по темата „Декартова координатна система“ чрез използване на динамичен софтуер. Първата реакция бе свързана с формата на бутоните, които тук целенасочено са с различни големина, за да се онагледят идеята за *стълбата*: *Целта на дадена система е да се осигури специфична математическа среда (микросвят) и понеже задачите са подредени по нарастваща трудност, съответният ученик „се изкачва по стълбата“, решавайки задача след задача и стигайки до нивото (стъпалото) на прилежащите възможности* [4, 5].

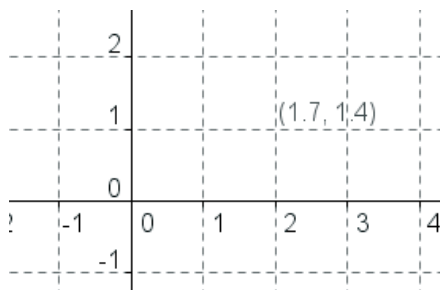
В началната страница са представени основни понятия по темата. Учениците могат да следят координатите на подвижна точка M и да достигнат до обобщения, свързани със знаците на абсцисите и на ординатите в квадрантите.

3. 1. На първото стъпало.

Тук учениците построяват точка по дадени координати и определят координатите на построена точка.



Особеност при работа в *GeoGebra* с инструмент *точка* е, че автоматично се виждат координатите на точката, върху която е показалецът:



Изобразяване на координатите при използване на инструмент *точка* в *GeoGebra*

Ние решаваме този проблем, като записваме подготовения за целта файл в html формат, в който лентата с инструменти е скрита.



Запис на файл в html формат *без лентата с инструменти*

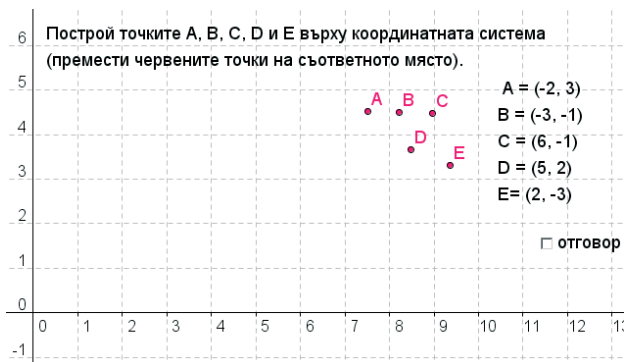
Да отбележим, че точките A, B, C, D, E са подвижни, като в текста с отговори се появяват актуалните стойности на координатите. (Тук учениците нямат възможност да построяват нови точки, а само да преместват вече построените.)

В случаите, в които сме скрили квадратната решетка, сме предложили две прави, успоредни на координатните оси, които могат да се местят и играят ролята на линийка.



Допълнителни помощни средства

При обратната задача учениците преместват съществуващи като обекти точки върху зададена с координати точка.



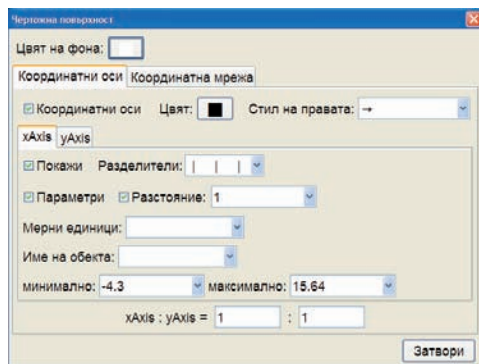
Идеи за преодоляване на „вграденото подсказване“

Едва при последната задача от това стъпало се показва лентата с инструменти и при построяване на точка учениците откриват, че могат да наблюдават координатите ѝ, защото това вече не би трябвало да е предизвикателство за тях.

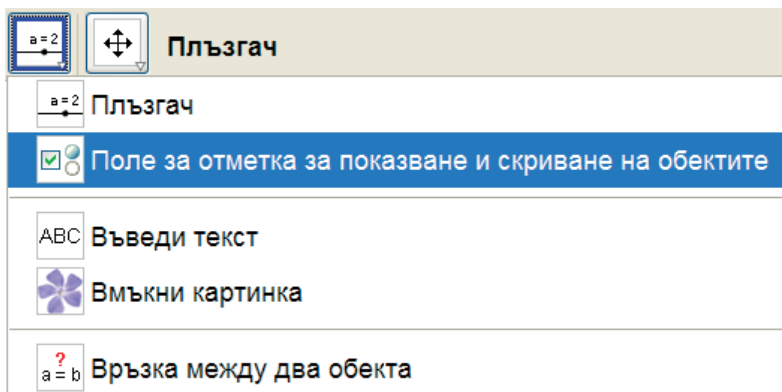
След като осмислят задачите от това стъпало, учителите биха могли да направят своя задача, като използват:

- възможностите за организиране на чертожната равнина;
- полето за отметка за показване и скриване на обектите – за организиране на помощ, серия от помощи, за посочване на отговор;
- натрупаните идеи от педагогическата практика.

Точно тези идеи са очакваните и полезните за споделяне, а информационните и комуникационните технологии създават нови условия за това.



Организиране на чертожната равнина

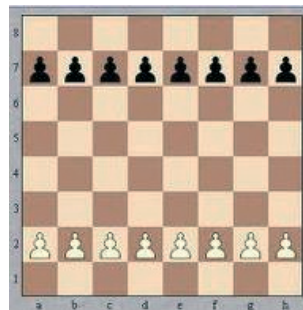


Организиране на помощ и отговор при поискване

В следващите стъпала акцентите са върху елементи на изследователски процес и обвързване на знанията с дължини, лица ...

3.2. На второто стъпало.

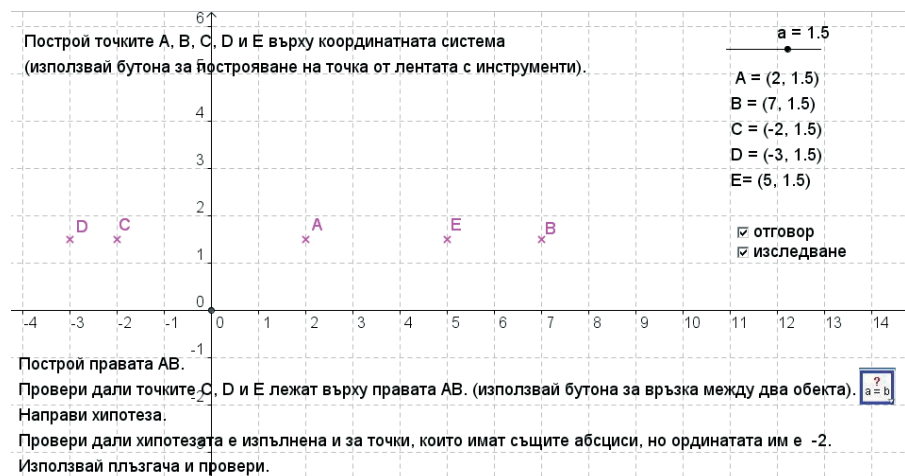
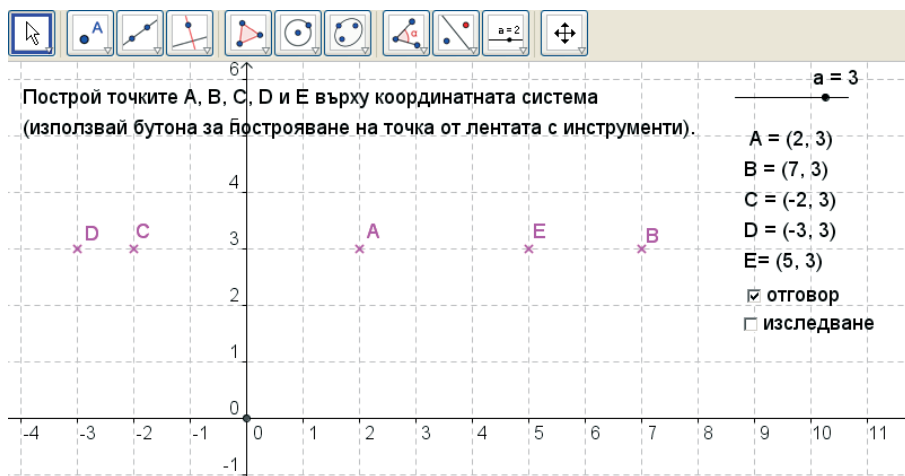
Стъпало 2 започва със задача за записване на началните позиции на белите и на черните пешки. Това насочва към основното изследване. При решаване на задача 1 очакваме, че голяма част от учениците още в процеса на построяване на точките ще забележат както равните стойности на ординатите, така и специфичното разположение на точките. *Дали тези точки лежат на една права?* Експериментално могат да проверят така: през две от точките построяват права; за всяка от останалите построени точки проверяват дали е от правата, като



използват инструмента за проверка на взаимното положение на обекти. Така, без да имат знания за доказателство в математиката, достигат до необ-

ходимостта от обосновка и търсене на средства за нея. В 7. клас може отново да се разгледат някои от поставените тук задачи и да се реализира следващият етап в математическото изследване – доказателството.

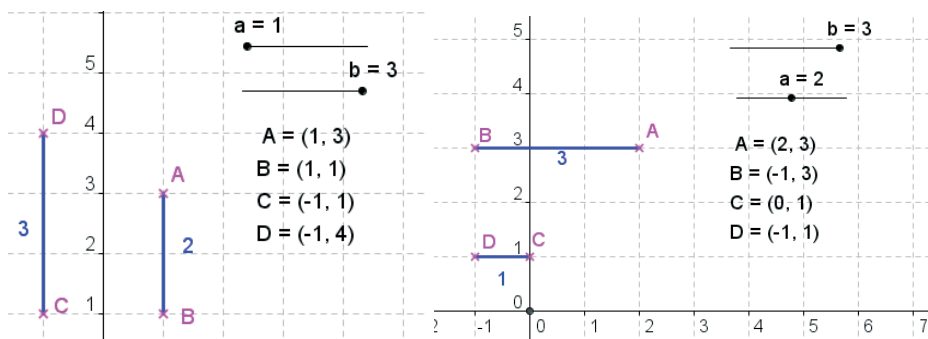
За онези, които не успеят да забележат сами, има упътване за действията, свързани с това изследване. Важно е да се поставят акценти на елементите на изследователския процес. Особено по отношение на самостоятелното достигане до интересни ситуации, водещи евентуално до закономерности. Например, естествено е учениците да стигнат до въпросите *Дали тези наблюдения се отнасят и за точки, на които ординатите са равни на друго число? А дали и останалите точки от построената права имат същата ордината? А ако не ординатите, а абсцисите на точките са равни?* и т.н.



Задача 1. Изследване с точки с равни ординати

3.3. Следващите стъпала.

По-нататък сме предвидили изследвания с точки с равни абсциса и ордината, с дължини на някои отсечки, с вида на триъгълници и на четириъгълници, с лица на фигури.



Изследвания с дължини на отсечки

За да мотивираме учениците, използваме задачи-предизвикателства, например за прекодиране на пиратска карта, за разбиране на проблема на философа Буридан:



Малки предизвикателства

А за учителите предизвикателства (от техническа точка) в този момент са вмъкване на картини в чертожното поле, управлението им и възможности за функционалното им използване.

Очакването е:

- учениците, използващи това помагало, да продължат и вкъщи изследванията си.
- учителите, обучавани в рамките на проекта *Fibonacci*, да почувстват увереност при работа със софтуера, да създават условия на учениците за активно учене и за усвояване на елементи на изследователския процес.



Наблюденията от първите семинари показват, че учителите влагат усилията си в усвояване на софтуера и създаване на конкретни конструкции. Само по себе си е впечатляващо, че сравнително бързо придобиват необходимите технически умения, но все още липсва същественото – организирането на изследователския подход, при който динамичната среда не се използва само за онагледяване, а за експерименти, наблюдения, формулиране на закономерности. Всички тези компоненти не само биха мотивирали по-добре учениците да пристъпят към по-строги формулировки и доказателства, но и ще им дадат по-добра представа за математиката като *игра с идеи*...

ЛИТЕРАТУРА

1. Кендеров, П. Иновации в математическото образование: европейските проекти *InnoMathEd* и *Fibonacci*. В: Математика и математическо образование, Сборник доклади на 39. пролетна конференция на СМБ, 2010.
2. Чехларова, Т., Д. Димкова, Е. Сендова. Достатъчни ли са пет дни? А пет часа? – Математика и информатика, бр. 3, с.3-10.
3. *Raising Awareness about Inquiry-Based Science and Mathematics Education in Europe* - http://fibonacci.uni-bayreuth.de/fileadmin/Dokumente/conference_programme.pdf.
4. Кендеров, Р. The Concept of a „Ladder“ in MATHEU Project. European Project „MATHEU“, 2003-2006.
5. Гроздев, С., П. Кендеров, Инструментариум за откриване и подкрепа на изявени ученици по математика. В: Математика и математическо образование. С., СМБ, 2005, с. 53-64.