

ПРОПЕДЕВТИКА НА ПОНЯТИЕТО ФУНКЦИЯ В ОБУЧЕНИЕТО ПО МАТЕМАТИКА В НАЧАЛНИТЕ КЛАСОВЕ

Маргарита Генова Върбанова

В разработката се предлагат методични идеи относно пропедевтика на понятието функция в началните класове. В зависимост от текста и дидактичните цели на задачите в учебното съдържание по математика се разглеждат шест основни вида задачи, чието решаване е свързано с изучаване на първоначално ниво на асоциираните с функцията понятия.

Понятието функция е едно от най-важните понятия в математиката и неговото изучаване заема централно място в обучението по математика. Значимостта и важността на изучаването му са изразени още от Ф. Клайн – „... понятието функция е длъжно да играе водеща роля и в училищната математика, то трябва да се изясни на учениците много рано и да пронизва изцяло преподаването на алгебрата и геометрията“ [2].

Може да се каже, че основните цели и задачи на обучението по математика в съвременните учебни програми са адекватни не само на идеите на Клайн, но и на потребностите на реалната практика. В съвременната учебна литература (математиката за 8 клас) понятието функция се въвежда поетапно с последователност от дейности, насочени към усвояване на неговото съдържание, а именно, че функцията е двучленна релация, при която на всеки елемент x от едно множество се съпоставя точно един елемент y от друго множество.

Абстрактният характер на понятието функция изисква преди явното му въвеждане да се извърши пропедевтика на асоциираните с него понятия – число, постоянна величина, променлива величина, отношение, правило, изменение, начин на изразяване на функциите, множество наредени двойки и т.н. Целта на разработката е да се разкрият и систематизират възможности на обучението по математика в 1–4 клас за пропедевтика на някои от тези понятия.

Подготовката за изучаване на понятието функция започва още от първи клас. Тя се осъществява чрез решаване на разнообразни по форма и съдържание задачи, чието решение изисква главно приложение на операциите събиране, изваждане, умножение и деление с естествени числа. Но чрез решението на същите задачи се формират и първоначални представи за постоянни и променливи величини, за аналитичен и табличен начин на определяне на функции, за функционална зависимост между величини и т.н.

Съобразно целите и задачите на обучението и съвременното учебно съдържание по математика в 1–4 клас е възможно да се предложи класификация на задачите, свързани с пропедевтика на понятието функция.

1. Задачи за намиране на сбор, разлика, произведение и частно на две числа.

Пример. (1)

	10	9	8	7	6	5	4	3	2
	1	1	1	1	1	1	1	1	1

[3].

(2) Три деца събрали кестени и искали да си ги разделят по равно. Помогнете им, ако кестените са: а) 126; б) 207; в) 312.

Как се изменя броят на кестените, които всяко от трите деца получава, когато количеството на кестените расте?

Когато делимото расте, а делителят не се меня, то и частното расте. [4]

Основната дидактична цел на този вид задачи, предложени в учебниците по математика, е усвояване на операциите събиране, изваждане, умножение и деление с естествени числа. В зависимост от възприемателните способности на учениците вниманието им се насочва и към някои особености на задачите. Така например, при решаване на задачи от вида на (1) учениците трябва да попълнят таблицата като извършат указаната операция и след това да сравнят числата, записани в съответните редове или колонки. В етапа на обучение, когато все още не е осмислено съдържанието на аритметичните операции и техните алгоритми, не е необходимо да се формулират изводи относно зависимостта при изменение на компонентите и резултата при дадена операция. Докато в 4 клас става възможно, а дори и необходимо, учениците самостоятелно, под ръководството на учителя да достигнат до изводи както при решаване на задача (2).

2. Задачи, свързани с представяне на число чрез сбор, разлика, произведение или частно.

Пример.

6	5	4	3	2

[3].

Още в 1 клас при въвеждане на естествените числа до 10 решението на задачи като предложената предоставя реални възможности за усвояване както на операцията събиране и зависимостите между компонентите и, така и пропедевтично симетричността на релацията „=“. В случая от учениците се изисква да попълнят числата в таблицата като имат предвид, че числото 6 е сбор на две числа, от които едното е дадено. Процесът на решение може да продължи като се сравнят числата от двата реда и се открие, че в първия ред всяко следващо число е с 1 по-малко от предходното, а във втория – с 1 по-голямо от предходното число.

3. Задачи за откриване на неизвестно събираемо, множител, умаляемо, умалител, делимо, делител.

Пример: Попълнете таблицата:

събираемо	1	2	3	4	5	6	7	8	9
събираемо									
сбор	10	10	10	10	10	10	10	10	10

Решавайки тази задача учениците установяват, че при един и същ сбор на две числа на всяка стойност на едното събираемо съответства точно една стойност на другото събираемо. С помощта на таблицата откриват зависимостта между множеството от стойности на едното събираемо и множеството от стойности на другото събираемо. Неявно, на интуитивна основа, без да бъде цел на обучение, достигат до дефиниционно множество и до множество от стойности на функция.

4. Задачи, свързани с намиране на числова стойност на алгебричен израз за дадена стойност на променливите. След въвеждане на буквената символика във 2 клас, в учебното съдържание по математика присъстват и задачи с цел не само усвояване на аритметични и геометрични знания, но и пропеедвтика на алгебрични понятия – променлива, алгебричен израз, числова стойност на алгебричен израз и др.

Пример.(1) Попълнете таблицата:

a	22	50	43	14	56
$a - 7$					

(2) „Пресметнете израза:

- а) $128.a + 98$, ако: $a = 3$; $a = 6$; б) $1000 - 4.a$, ако: $a = 75$; $a = 250$;
 в) $5707a + 410$, ако: $a = 3$; $a = 5$; г) $907 - 896 : a$, ако: $a = 7$; $a = 8$ “ [1].

В края на 4 клас съществуват реални възможности учениците да решат задачи от вида на следната:

(3) Попълнете таблицата:

x	4	5	6	7	8	9
$2.x$						
$2.x + 3$						

Решенето на посочените задачи спомага да се изградят умения за откриване и използване на правила, по които на всяка стойност на една променлива се съпоставя точно една стойност на друга променлива. Целесъобразно е в тези случаи да се насочи вниманието на учениците и към съответните стойности на алгебричните изрази. Например, при задачи от вида (1) е добре да се анализира това, дали може а да се замени с числото 6 и защо не може. Естествено продължение на познавателната дейност с аналогична дидактична цел е решението на задачи от вида:

„Подберете пет числа и заместете с тях а в израза $12 - a$. Пресметнете разликите.“

Стойностите на a и на разликата $12 - a$ трябва да принадлежат на множеството N_0 , тъй като в началните класове се изучават само естествените числа. Затова е уместно да се постави въпроса „Може ли буквата а да се замени с числата 11, 12, 13, 14, 15, 0?“ Пресмятайки разликите $12 - a$ учениците имат възможност да установят

съответствие между множеството от стойности на променливата a и множеството от стойности на $12 - a$. По същество с решаването на такава задача учениците неявно се запознават със задаване на функция, тъй като на всяка стойност на променливата $a \in A = \{0, 1, 2, \dots, 12\}$, $A \subset N$ се съпоставя точно една стойност на другата променлива $12 - a$.

5. Задачи за измерване на геометрични и физични обекти. Измерването на геометрични и физични обекти в началните класове е свързано главно с изучаване на мерките за дължина, маса, вместимост, време и площ. С помощта на буквената символика се позволява краткото записване на правилата за намиране: периметър на равностранен триъгълник ($P = 3.a$); периметър на квадрат ($P = 4.a$); лице на правоъгълник ($S = a.b$); лице на квадрат ($S = a.a$); изминато разстояние ($s = v.t$) и др., което предоставя реална възможност за пропедевтика на аналитичния начин на задаване на функции.

Най-често подготовката за въвеждане на понятието функция в средния курс на обучение е изучаване на правата и обратната пропорционалност. Затова е необходимо още в началните класове да се разгледат системи задачи от вида:

А. Задачи, чието решение е свързано с пропедевтика на правата пропорционалност на величини.

Пример. (1) Намерете обиколката и лицето на квадрат с дължина на страната: а) 4 см; б) 8 см; в) a см.

(2) „Камион се движи със скорост 53 км в час. Колко километра ще измине за: а) 3 часа; б) 5 часа; в) x часа?“ [4].

Решението на задача (1) изисква от учениците да открият P и S на квадрата с дължина на страната 4 см, 8 см и по аналогия да запишат с букви обобщените равенства $P = 4.a$ и $S = a.a$. Целесъобразно е да се анализира ситуацията, че на всяко мерно число на страната на квадрата се съпоставя точно едно мерно число на периметъра на квадрата и точно едно мерно число на лицето на квадрата.

В задача (2) се описва процес на движение и решението ѝ е свързано с приложение на връзките между трите зависими величини – разстояние, скорост и време на движението, изразени с $s = v.t$. Последователността от дейности при решаване на (2) е аналогична на тази, при (1).

Б. Задачи, чието решение е свързано с пропедевтика на обратната пропорционалност на величини.

Пример. (1) „Градина с форма на правоъгълник има широчина 13 м. Намерете колко е дължината ѝ, ако площта ѝ е: а) 728 кв.м; б) 1014 кв.м; в) 1261 кв.м.“ [4].

(2) Попълнете таблицата

Лице на правоъгълника S	24	24	24	24	24
Дължина a	8	6	4	2	1
Широчина b					

Задача (1) е задача-компонента на (2) и същата подпомага осмислянето на идеите, които се реализират чрез решаване на (2). Откриването на съответствието между множеството от стойности на променливата a и на променливата b по формулата $S = a.b$ в (2), е далечна пропедевтика на обратната пропорционалност между величини. Познавателната дейност на учениците в тази насока е свързана с натрупване

на опит и знания по отношение на таблично и аналитично задаване на функция, определяне на дефиниционно множество и множество от стойности на дадена функция.

Аналогична е и дейността, свързана с решаване на задачи при които учениците установяват зависимост между времето и скоростта при равномерно движение на превозни средства.

6. Нематематически (текстови) задачи, чието решение предполага използване на елементи от алгебрата. От голямо значение за пропедевтика на понятието функция е решаването на задачи с нематематическо съдържание. Полезни в това отношение са системи от задачи, които предполагат не само аритметичен, но и алгебричен начин на решение, т.е. използване на линейна функция и линейно уравнение за изразяване връзките между известните и неизвестните обекти.

Пример.(1) „Любка купила две кофички кисело мляко по 85 ст. едната и 1 л прясно мляко за 65 ст. Намерете: а) колко трябва да плати; б) ако даде 5 лв., колко трябва да ѝ върне продавачът?“ [4].

(2) Валя имала 50 ст. и закупила x бонбони по 8 ст. Колко бонбони може да закупи Валя за 50 ст.? Колко стотинки са ѝ останали?

Конкретно за (2) може да се каже, че процесът на решение включва главно съставяне и символично записване на израза, чрез който се моделира: а) стотинките, които Валя е необходимо да заплати за x бонбони ($8x$); б) стотинките, които трябва да ѝ останат след покупката на бонбоните ($50 - 8x$). Отговорите на въпросите на задачата се свеждат всъщност до определяне на дефиниционното множество и множеството от стойности на функцията $y = 50 - 8x$.

В началните класове пропедевтиката на понятието функция и най-вече на асоциираните с него понятия се извършва на интуитивна основа и в много отношения подпомага обобщаващата дейност на учениците. Целта е да натрупат не само конкретен опит, свързан със съществените свойства на тези понятия, но и на следващия етап да направят „качествения скок“ с явното въвеждане на новите термини на същите понятия. За да се постигнат добри резултати в това отношение е необходимо пропедевтичната дейност да е целенасочена и адекватна на дейностите, свързани с изучаването на аритметичните, геометричните и алгебрични знания. Разбира се, това задължава учителя непрекъснато да се стреми към такава дидактическа обработка на учебното съдържание, при която процесът на решение на всяка задача да е източник на оптимален поток информация, постъпваща в мозъка на ученика.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Т. Аргирова, З. Новакова, М. Калоянова. Математика за 4 клас. София, Просвета, 1993.
- [2] Ф. Клайн. Елементарная математика с точки зрения высшей – I, II. Москва, Наука, 1987.
- [3] Р. РАДЕВ, В. ГЕОРГИЕВ, М. ДИМИТРОВА. Математика за първи клас. София, Просвета, 1991.
- [4] Д. Шопова, Й. Кучинов, И. ГАНЧЕВ. Математика за 3 клас. София, Булвест-2000, 1992.

Маргарита Генова Върбанова
ВТУ „Св. св. Кирил и Методий“
Факултет Педагогика, Математика и Информатика
Катедра Алгебра и Геометрия
Велико Търново

**PROPAEDEUTICS OF THE CONCEPT OF FUNCTION IN TEACHING
MATHEMATICS IN PRIMARY SCHOOL**

Margarita Genova Varbanova

In the work we suggest some ideas about propaedeutics of the concept of function in teaching mathematics in Primary school. Depending on the text and the didactic aims of the problems in mathematics teaching material we present six main types of problems in the first level learning of notions connected to the concept of function.