МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2001
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2001
Proceedings of Thirtieth Spring Conference of
the Union of Bulgarian Mathematicians
Borovets, April 8–11, 2001

ДИДАКТИЧЕСКА СИСТЕМА ЗАДАЧИ ЗА ПРОПЕДЕВТИКА НА МЕТОДА НА УРАВНЕНИЯТА В ОБУЧЕНИЕТО ПО МАТЕМАТИКА В НАЧАЛНИТЕ КЛАСОВЕ

Иванка Минчева Георгиева

В доклада са представени някои идеи за пропедевтика на метода на уравненията в обучението по математика. Разгледана е структурата на задачи, които се решават със събиране, както и групи задачи от дадения вид. Посочени са представителни примери на текстови задачи от учебното съдържание по математика в 1 – 4 клас.

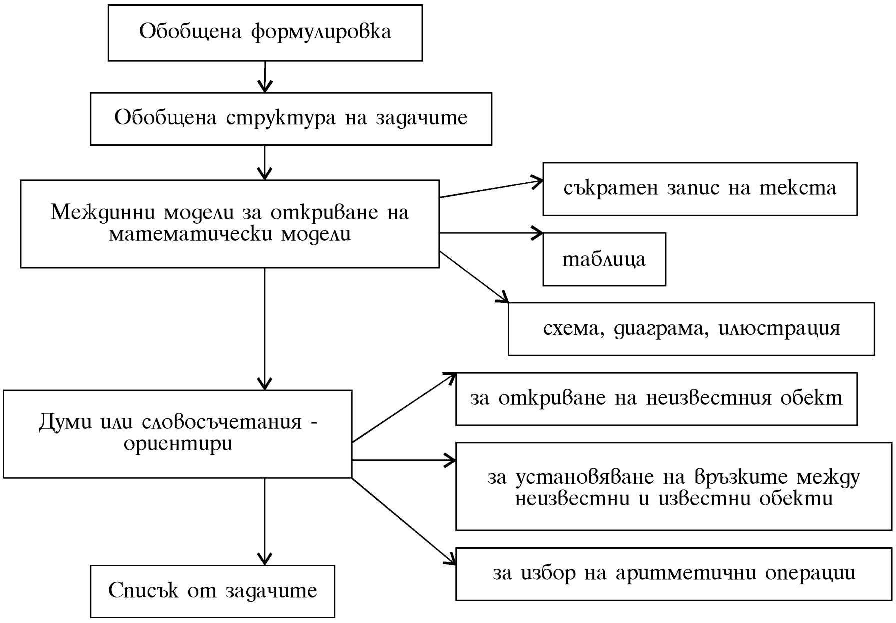
Идеята за връзката между обучението по аритметика и обучението по алгебра в училище е изразена през 60-те години от полския математик Страшевич. Така се реализира и идеята на големия немски математик Феликс Клайн за разглеждане на „елементарната математика“ от гледна точка на „висшата математика“. Ето защо е обосновано и целесъобразно методът на уравненията да се изучава пропедевтично в началното обучение по математика главно чрез решаване на практически задачи и посочване на етапите на разсъждение за откриване математическия модел на дадена задача. [4] Това е добра и полезна идея, която обаче е разработена частично и непълно в сега действащите учебници по математика в 1 – 4 клас. Теоретичното проучване [2], [3] и наблюдението на реалната учебна практика по математика са основа за предлагане на системи задачи, чрез които мотивирано се въвежда методът на уравненията като се спазват дидактическите принципи научност и достъпност. В разработката се представя дидактическа система задачи, които се решават с операцията събиране.

Забележка: Уравненията в 1 – 4 клас се решават в множеството $\mathbb{N}$ и начинът на решение е аритметичен. С цел икономичност, в статията се спираме само на решаване на прости текстови задачи, т.е. на задачи, които се решават с едно пресмятане.

Структурният модел на разглеждане на системата задачи е представен на фиг. 1. При разглеждане на обобщената формулировка на задачите са използвани идеите на М. Върбанова относно обобщено представяне на текста на дадена задача с нематематическо съдържание [1]. Списъкът от задачи от всяка група съдържа конкретни задачи от учебното съдържание по математика в 1 – 4 клас, може да се състави като се използват обобщената формулировка на текста, обобщената структура и междинните модели. Поради тези причини считаме за целесъобразно в тази разработка списъците да не се посочват.

Дидактическа система задачи А, с математически модел – равенство от вида $a + x = b$.

А1. Обобщена формулировка: Дадено е количество обекти. Към него се добавя неизвестно количество обекти и се получава дадено общо количество обекти. Поставя се въпрос за намиране на неизвестното количество обекти



фиг.1

Обобщена структура:

$$a \xrightarrow{+x} b \qquad x \xrightarrow{+a} b \qquad b \xleftarrow{+x} a \qquad b \xleftarrow{+a} x$$

Междинни модели

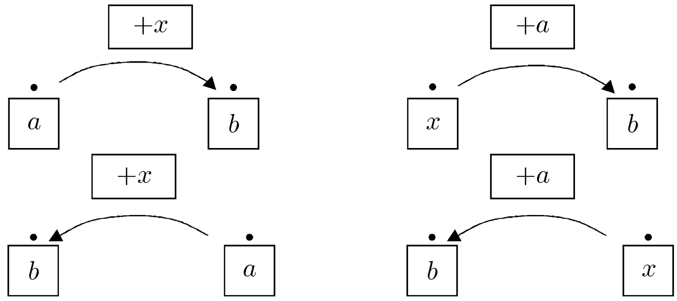
Съкратен запис на текста:

известно количество: a
неизвестно количество: x
дадено общо количество: b
Да се намери неизвестното количество.

Таблица:

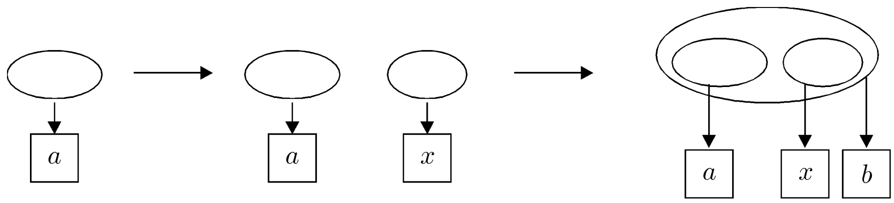
Дадено количество	Неизвестно количество	Дадено общо количество
$\downarrow$ a	$\downarrow$ $+x$	$\downarrow$ $= b$

Схема:

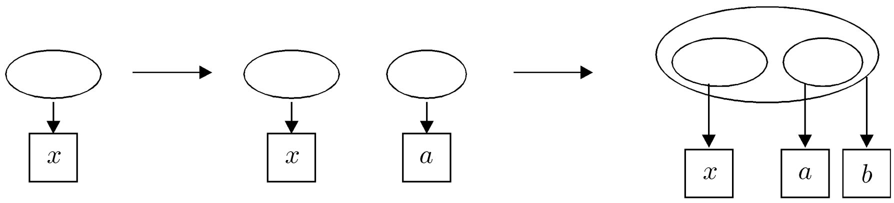


Диаграма:

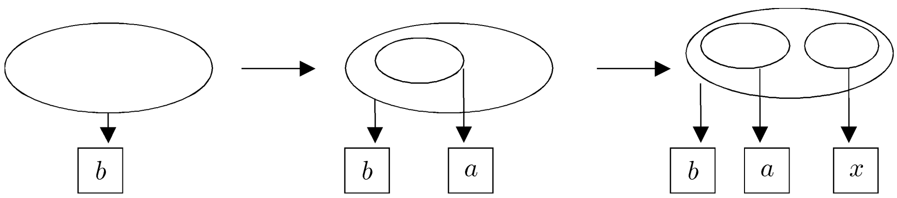
$a + x = b$



$x + a = b$



$b = x + a$



Думи или словосъчетания-ориентири:

• За избор на операция и за откриване връзките между обектите – думи, изразяващи добавяне на количество обекти и обединение на множества като добавили, получили, докарали, донесли, още, всичко, общо и др.;

• За откриване на неизвестния обект – няколко или липсва дума за означаване на неизвестното количество.

А2. Обобщена формулировка: Дадено е количество обекти. Поставя се въпрос още колко обекти трябва да се добавят, за да се получи дадено общо количество обекти.

Обобщена структура:

$$a \xrightarrow{+x} b \qquad\qquad b \xleftarrow{+x} a$$

Междинни модели:

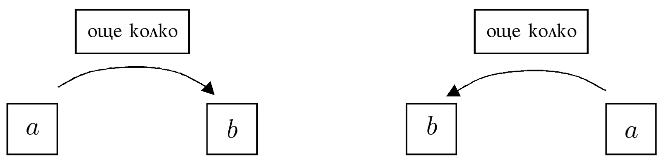
Съкратен запис на текста:

Дадено количество: a
Още колко трябва да се добави: x
Дадено общо количество: b

Таблица:

Дадено количество	Неизвестно количество	Дадено общо количество
$\downarrow$ a	$\downarrow$ $+x$	$\downarrow$ $= b$

Схема:

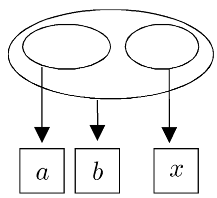


Диаграми: като тези на задачите от А1 с математически модел $a + x = b$ или $b = a + x$.

Думи или словосъчетания-ориентири: още колко са необходими, за да се получи, всички думи ориентири като тези при задачите от А1.

А3. Обобщена формулировка: Налице е обединение на две групи обекти, от които едната е с известно, а другата с неизвестно количество. Посочва се количествената характеристика на обединението. Поставя се въпрос за намиране на „неизвестното множество" (и тук, както при А1 и А2 теоретичната основа на задачите е обединение на две множества, но в задачата от вида А3 текстът отразява статична ситуация).

Обобщена структура:



Междинни модели:

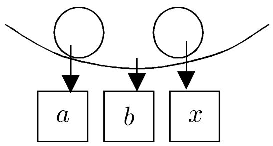
Съкратен запис на текста:

Има (налице са) Дадено количество: a Неизвестно количество: x Дадено общо количество: b	Да се намери неизвестното количество.

Таблица:

Обща информация за ситуацията в задачата		
Дадено количество	Неизвестно количество	Дадено общо количество
$\downarrow$ a	$\downarrow$ $+x$	$\downarrow$ $= b$

Схема:



Диаграма: Съвпада с обобщената структура на задачата.

Думи или словосъчетания-ориентири: като тези в А1, но са включени в текст, отразяващ статична ситуация.

А4. Обобщена формулировка:

А41. Дадено е количество. Неизвестното количество се посочва чрез релацията по-голямо (в някои случаи с релацията по-малко). Дадено е общото количество. Поставя се въпрос за намиране на неизвестното количество.

Обобщена структура:

$$a \xrightarrow{\text{с } x \text{ по-голямо от } a} b \qquad\qquad b \xleftarrow{\text{с } x \text{ по-голямо от } a} a$$

Междинни модели:

Съкратен запис на текста:

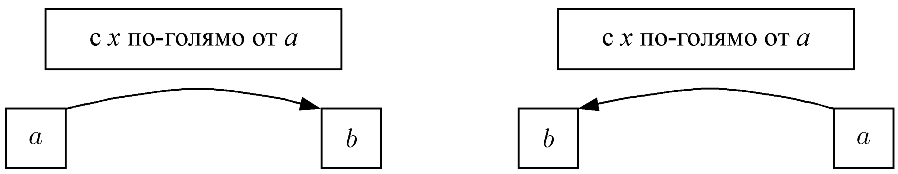
Дадено количество на първи обект: a
Дадено количество на втори обект: с x по-голямо от a
Дадено общо количество: b

Поставя се въпрос за намиране на x.

Таблица:

Количество на първи обект	Количество на втори обект	Общо количество
$\downarrow$ a	$\downarrow$ с x по-голямо от a	$\downarrow$ b
$\downarrow$ a	$\downarrow$ $+x$	$\downarrow$ $= b$

Схема:



Диаграма: като тази в А1, но обединението се получава чрез релациите по-голямо и по-малко.

Думи или словосъчетания-ориентири: с няколко повече от, с няколко единици по-голямо от или словосъчетания от реалната житейска практика с еквивалентно съдържание – по-висок, по-стар, по-скъп и др., всичко, общо.

А42. Обобщена формулировка: Посочва се неизвестно количество обекти. Известното количество се дава чрез релацията по-голямо (или по-малко) и се съобщава общото количество. Поставя се въпрос за намиране на неизвестното количество.

Обобщена структура:

$$x \xrightarrow{\text{с } a \text{ по-голямо от } x} b \qquad\qquad b \xleftarrow{\text{с } a \text{ по-голямо от } x} x$$

Междинни модели:

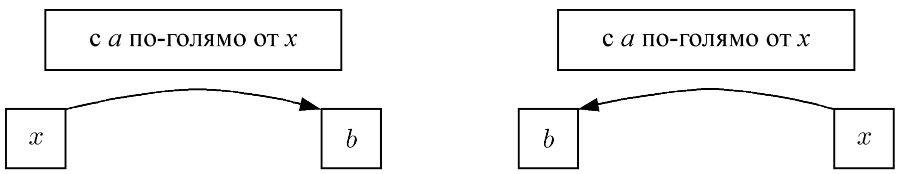
Съкратен запис на текста:

Неизвестно количество на първи обект: x количество на втори обект: с a по-голямо от x Дадено общо количество: b	Поставя се въпрос намиране на неизвест- ното количество x.

Таблица:

Количество на първи обект	Количество на втори обект	Общо количество
$\downarrow$ x	$\downarrow$ с a по-голямо от x	$\downarrow$ b
$\downarrow$ x	$\downarrow$ $+a$	$\downarrow$ $= b$

Схема:



Диаграма: като тази в А41.

Думи или словосъчетания-ориентири: с a повече от, с a по-малко от и всички словосъчетания от А41.

В заключение е добре да се споменат следните методически бележки:

1. Задачите от групите А1, А2, А3 и А4 са с еквивалентно математическо, но с различно дидактическо съдържание, т.е. математическият модел на всички задачи е равенство от вида $a + x = b$, но разсъжденията за достигане до този модел са с различна структура. Това налага систематизиране на задачите по начин, близък до обучението за тяхното решаване.

2. Понятието система задачи е понятие от дидактиката, но решението на всяка задача е математически модел. Затова при съставяне на всяка система задачи е

необходимо съобразяване с основното изискване при изучаване на математическите понятия – вариране на несъществените свойства на понятието. В разгледания вид задачи това се осъществява чрез използване разместителното свойство на сбора и симетричността на релацията равно, които са несъществени за математическото понятие уравнение, но са съществени за дидактическото понятие метод на уравненията.

3. Всяка от разгледаните задачи може да се реши и аритметично. Целта на предложените идеи, обаче, е насочване на учениците към алгебричния начин на решение, което осигурява плавен и достъпен преход към системното изучаване на метода на уравненията в среден и горен курс на обучение.

4. След съставяне на математическия модел и решаването му е добре да има „връщане назад" – осмисляне на връзките между обектите в математическия модел и съответните им обекти в конкретната ситуация на задачата. Полезно е и преформулиране на текста, промяна на данни или въпрос, съставяне на аналогични и обратни задачи, обсъждане структурата на задачи, които нямат решение. Така на дадения етап от обучението по математика от една страна се разбира съдържанието на понятието уравнение, а от друга у учениците се изграждат обобщени умения за решаване на нематематически задачи с математически средства.

ЛИТЕРАТУРА

[1] М. Върбанова. Методически проблеми на обучението по математика в 1 – 6 клас. Фабер, В. Търново, 2000.

[2] И. Ганчев и др. Методика на обучението по математика 5 – 7 клас. П., 1997.

[3] А. Маджаров и др. Методика на обучението по математика в началните класове. С., 1992.

[4] И. Георгиева. Пропедевтика на понятието уравнение и възможности за използване метода на уравненията в обучението по математика в началните класове. Дисертация за присъждане на образователна и научна степен доктор. С., 2000.

Иванка Минчева Георгиева
ВТУ „Св. св. Кирил и Методий"
Факултет Педагогика, Математика и Информатика
Катедра Алгебра и Геометрия
Велико Търново
e-mail: vmincheva@hotmail.com

DIDACTIC SYSTEM OF PROBLEMS FOR PROPAEDEUTICS OF THE EQUATION METHOD IN TEACHING MATHEMATICS IN PRIMARY SCHOOL

Ivanka Mincheva Georgieva

In the work some ideas about propaedeutics of the equation method in teaching mathematics are presented. The structure of problems that can be solved using addition are considered. Presentable examples from mathematics material in primary school are pointed.