

МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2001
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2001
*Proceedings of Thirtieth Spring Conference of
the Union of Bulgarian Mathematicians
Borovets, April 8–11, 2001*

ДЕЙНОСТТА ПРЕОБРАЗУВАНЕ НА МАТЕМАТИЧЕСКИ ЗАДАЧИ

Васил Борисов Милушев, Димитър Георгиев Френкев

Введено е понятието „дейността преобразуване на математически задачи“ (ДПМЗ). Построени са модел на съдържанието и модел на структурата на ДПМЗ. Моделът на съдържанието на ДПМЗ е анализиран от някои, характеризиращи го, теоретични аспекти и от гледна точка на съпоставянето на ДПМЗ с дейността логическо конструиране (Н. Я. Виленкин и др.) и дейностния подход.

Въпросът за преобразуване на математически задачи придобива актуалност най-вече във връзка с проблема за решаването им при обучението по математика [1], [3], [4], [5], [6], [7] и др. С обобщения термин „преобразуване“ на задачи, тези и някои други автори означават различни изменения на задачите в обучението по математика, като: обобщаване, специализиране, конкретизиране, преформулиране, съставяне на задача, която е аналогична или обратна на дадена задача, или е неин частен случай (в т. ч. граничен случай), изменение чрез вариране на числови данни, чрез субституция, чрез отделяне на задача-компонент в решението на дадена задача, съставяне на задача, решението на която съдържа като компонент дадена задача и др.

„Ценни за развитието на мисленето са не правите и обратните задачи, взети като такива сами за себе си; най-важният познавателен елемент тук се заключава в процеса на преобразуване на едната задача в другата, т.е. в онези „невидими“ и трудно уловими при логическия анализ елементи на мисълта, които свързват процесите на решаване на двете задачи“ [7, с. 19].

Л. М. Фридман разглежда преобразуването на задачи като особен вид учебно задание за съставяне на задачи. Той третира преобразуването на задачи още като един от основните евристични методи за търсене на способности за решаването им. Тук обаче Л. М. Фридман разглежда преобразуването на задачи в тесен смисъл – изменение на дадена задача, при което се получава „равносилна на нея задача“, способът на решение на която е известен.

В най-общ смисъл, под „преобразуване“ на математическа задача се разбира дейност на субекта, чрез която се извършват изменения в устройството на разглеждана задача и се създава нова задача (нова формулировка на задача), с определена дидактическа цел.

*Терминът „преобразуване“ се употребява в говоримия език в смисъл на заменяне на обекта на дейността с друг обект. В статията ние запазваме този термин, но му вложим съдържанието, което описваме по-долу в модела на ДПМЗ.

Въз основа на всичко по-горе казано и в съответствие с определението на понятието задача, дадено от Л. М. Фридман в [6,с.93], приемаме следното работно определение:

Дейността преобразуване на математически задачи (ДПМЗ) е дейност за усвояване и изменение на знакови модели на проблемни или задачни ситуации.

На базата на това определение и рефлексията върху нашия опит, относно преобразуване на задачи, построяваме следния модел на съдържанието на ДПМЗ:

1. Усвояване на знакови модели на проблемни или задачни ситуации:

1.1. Анализирание на дадена задача (наричана по-нататък условно базова задача (БЗ)).

1.2. Построяване на модели на структури на БЗ.

1.3. Разкриване на структурни, функционални и субстратни свойства на БЗ (разглеждана по различни начини като система) и съотнасяне на БЗ към, съответни на моделите на структури, видове задачи.

1.4. Осъзнаване на проблеми, в процеса на опериране с модели на структури на БЗ.

2. Преобразуване (изменение) на знакови модели на проблемни или задачни ситуации:

2.1. Формулиране на основания за преобразуване на БЗ.

2.2. Избиране на метод за преобразуване на БЗ (съответстващ на основанията за преобразуване).

2.3. Прилагане на избрания метод за преобразуване на БЗ за съставяне на множество задачи.

2.4. Контролиране и коригиране на получените задачи относно:

а) изискванията за логически правилна задача;

б) предусловията на основанията за преобразуване на БЗ;

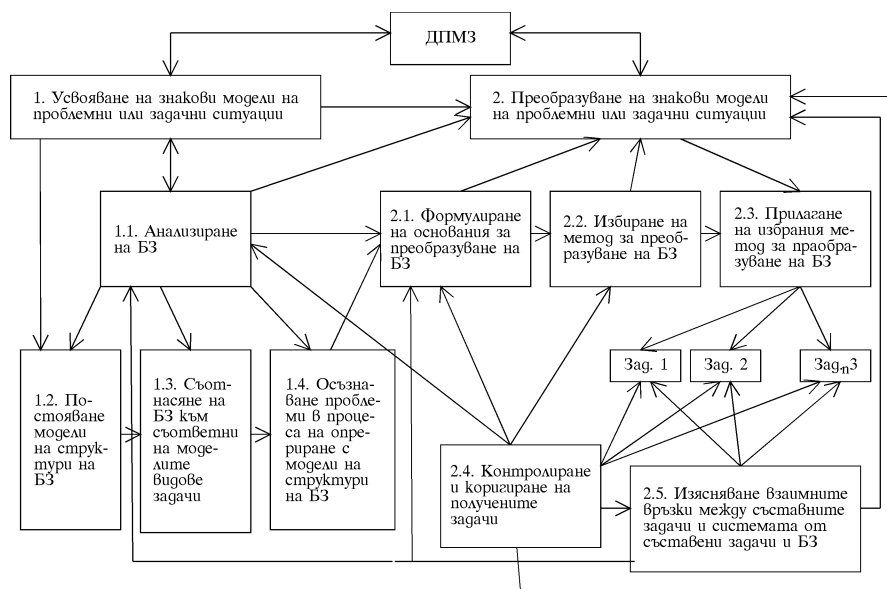
2.5. Изясняване на взаимните връзки между съставените задачи и системата от съставени задачи и БЗ.

Връзките между отделните компоненти на ДПМЗ нагледно са представени чрез схемата на Фиг. 1, която се явява модел на структурата на ДПМЗ.

По-нататък ще разгледаме модела на съдържанието на ДПМЗ от гледна точка на дейностния подход към изясняване на понятието „усвояване“ и понятията „определяване на субекта“ и „разпределяване на обекта“; съпоставяне на ДПМЗ с дейността „логическо конструиране“ (Н. Я. Виленкин, А. Я. Блох, Р. К. Таварткиладзе) и предусловията на Л. М. Фридман към видовете основания за съставяне на задачи.

1. През първия етап от модела на ДПМЗ се усвояват различни аспекти на предмета – задача и свързаните с тях елементи на учебното съдържание, а през първия и втори етап – различни подходи, методи и технологии за реализиране на процеса преобразуване на задачи и свързаните с тях дедуктивни правила. Следователно, „усвояване“ е ключова дума при прилагането на модела на съдържанието на ДПМЗ.

В. Куков [2, с.196-199] разглежда усвояването (като основно съдържание на учебното), като определен вид предметна дейност и анализира същността му от гледна точка на дейностния подход. Дейностният подход показва, че в процеса на прилагане модела на ДПМЗ, учещите овладяват не само знания за същността на понятието



Легенда: ДПМЗ – дейността преобразуване на математически задачи

Фиг. 1

задача; външна и вътрешна структура на задача; характерните признаци на видовете задачи; включените в тях елементи на учебното съдържание; общологическите и частни методи за търсене на решение и т.н., но и най-главното – способности на дейност, по отношение на усвояваните елементи. Моделът на ДПМЗ осигурява активна дейност на субекта, по посока усвояване на специфични, нетрадиционни начини за ориентиране в предмета–задача и за преобразуване на негови свойства в желано направление.

ДПМЗ осигурява възможност на субекта да усвоява на по-високо ниво предметно–задачното битие. Следователно, процесът разпределяне на обекта, се реализира през цялостната дейност на субекта по преобразуване на задачи, с акцент върху първата ѝ част, съответстваща на първия етап от модела на ДПМЗ.

В подетапа 1.4. от този модел субектът, осъзнавайки проблеми при опериране с модели на структури на БЗ, си поставя цели, организира дейността си, търси подходящи средства, идеи и похвати за постигане на тези цели. В дейността, съответстваща на втория етап от модела на ДПМЗ, субектът реализира своите цели, принципи и идеи за вънасяне на промени в задачи, трансформирайки ги в реални продукти – преобразуваните задачи.

Следователно, в процеса на реализиране на втория етап от модела на ДПМЗ, в резултат на който изходните задачи получават вече нова форма на съществуване, се осъществява определянето на субекта.

Нито през първия, нито през втория етап от ДПМЗ обаче, се осъществява еднопосочно въздействие на предмета–задача върху субекта, респективно на субекта върху предмета–задача. „Дейността на човека е винаги двупосочна: на полюса на обекта се „отлага“ обективирана субективност, а на полюса на субекта – субективирана обективност“ [2, с.199].

2. Ще конкретизираме елементи от модела на ДПМЗ, от гледна точка на модела на дейността „логическо конструиране“. Съгласно [1,с.216], под логическо конструиране се разбира всяка дейност, свързана с класифициране на обекти, конструиране на обекти с дадени свойства от дадени части, построяване на логически схеми и програми за дейности, използване на преобразувания и инварианти при решаване на задачи и т.н.

Моделът на дейността логическо конструиране включва два важни етапа: разчленяване цяло на „взаимодействащи“ части, и съставяне на „цяло“ от дадени части. Етапът разчленяване цяло на части се разпада на следните подетапи:

- а) отделяне и опознаване на частите на цялото;
- б) разбиване множеството от части на класове по някакъв признак (класификация);
- в) съставяне опис на частите, притежаващи определени признаци (спецификация).

Очевидно, подетапите а), б) и отчасти в) се конкретизират в подетапите 1.1., 1.2. и 1.3. от модела на ДПМЗ.

Етапът образуване на цяло от дадени части, като процес, е обратен на процеса „разглобяване“ цяло на части и е по-сложен за реализиране.

Преди да се „сглоби“ цялото, трябва, въз основа на класификация, да се извърши спецификация на частите и да се разкрият връзките между отделните детайли. Тези дейности се конкретизират в подетапите 2.3. и 2.4. и отчасти 2.5, от модела на ДПМЗ. Заданията за разкриване модели на структури на задачи от даден вид („разглобяване“ задачи на части по определен начин) и обратните задания за съставяне на задачи по дадени структурни компоненти на съответни модели („сглобяване“ на задачи от дадени части) допринасят за по-добро усвояване на някои компоненти на дейността преобразуване на задачи и по-добро разбиране същността на понятието задача и свързаните с него елементи. Те, обаче, имат статичен характер и не допринасят за цялостно усвояване на дейността преобразуване на задачи. По-ефективни, от гледна точка на оптимизация на учебния процес, са „динамичните“ задания за преобразуване на задачи, при които наред с „разглобяване“ и „сглобяване“ на задачи, трябва да се установява взаимодействие на структурни компоненти (части), да се предвижда как ще се измени задача (цяло), при едно или друго изменение на компонентите (частите), да се избира основание, метод и набелязва план за преобразуване (програма за действие), при който да се постигне набелязаната цел и т.н. Ето защо, моделът на ДПМЗ е по-богат по съдържание (и, следователно, по-ефективен в обучението) от моделите на много други дейности, в които се конкретизира модела на дейността логическо конструиране или части от него. Някои популярни в методическата литература методи за преобразуване на задачи, могат да се разглеждат като конкретизации на (съответни) видове логически конструирания, според вида на релацията между броя на дадените части и броя на необходимите части за съставяне на цялото.

При първия вид логически конструирания, дадените части са толкова, колкото са необходими за образуване на цялото. Към този вид логически конструирания спадат всички преобразувания на задачи, които се извършват по схемата: „разглобяване“ на задача $\rightarrow$ „замяна“ на някои части с други, имащи аналогични функции $\rightarrow$ „сглобяване“ на нова задача. Към този вид преобразувания спада и съставянето на

обратни задачи на дадена.

При втория вид логически конструирания, частите са в излишък. Типични за този вид са конструиранията на машини, къщи и т.н. от стандартни детайли. Преобразуването на задачи с използване метода на параметризацията, в които, едни инварианти спрямо дадена релация на еквивалентност се заменят с други, спадат към този вид логически конструирания, тъй като тези инварианти (в ролята на стандартни детайли), в повечето случаи са в „излишък“.

При третия вид логически конструирания, броят на дадените части е по-малък от броя на необходимите части за „създаване“ на цялото. Към тях спадат конструиранията на обекти от още несъществуващи детайли, а също така и преобразуванията на задачи, съгласно схемата: изходна задача $\rightarrow$ редуцирана задача (задача-казус или задача-въпрос) $\rightarrow$ нова задача [5, с.37-38]. При редуцираните задачи-казуси трябва да се откриват „несъществуващи“ още следствия по дадени предпоставки, а при редуцираните задачи-въпроси – „несъществуващи“ още предпоставки по дадени следствия от тях. По посочената схема могат да се извършват обобщения и специализации, преобразувания чрез аналогия и др.

3. ДПМЗ има степен и итеративен характер, поради което може да се разглежда като процес на преобразуване на математически задачи. Ще се спрем върху подетапа „избиране на основание за преобразуване на БЗ“.

Както вече посочихме, Л. М. Фридман разглежда преобразуването на задачи като особен вид учебно задание на съставяне на задачи. В [6], той препоръчва правилото: всяко задание за съставяне на задачи да съдържа някакво основание за съставяния задачата, и същевременно, посочва пет вида основания за съставяне на задачи:

I. Каква трябва да бъде преобразуваната задача (ПЗ)?

II. Какво трябва да съдържа ПЗ?

III. Какви свойства (признаци) трябва да притежава ПЗ?

IV. В резултат на какво да бъде преобразувана БЗ?

V. Какво се явява база за преобразуване на БЗ?

Конкретизация на отделните видове основания за осъществяване на ДПМЗ е направена в проекта на дисертационното изследване на Д. Г. Френкев.

Анализирането на ДПМЗ от гледна точка на дейностите съставяне и решаване на математически задачи, на окрупнените дидактически упражнения и на атрибутивния анализ на дейността, ще бъде обект на разглеждане в друга статия.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Н. Я. Виленкин, А. Я. Блох, Р. К. Теварткиладзе. Воспитание мыслительных способностей учащихся в процессе обучения математике. Современные проблемы методики преподавания математики, Сборник статей, изд. Просвещение, М., 1985.
- [2] В. Куков. Научни знания и обучение. Хелиос, Шумен, 1993.
- [3] Д. В. Милушева-Бойкина. Дейността съставяне на задачи и обучение студентите на някои методи за съставяне на задачи от училищния курс по математика. Автореферат, С., 2000.
- [4] П. Петров. Дидактически аспекти на прогнозирането при търсене на решения на математически задачи. Автореферат, С., 1996.
- [5] Д. Г. ФРЕНКЕВ. Редуцирани задачи и едно тяхно приложение. *Математика и математическо образование*, **26**, (1997), 376–381.

[6] Л. М. Фридман. Теоретические основы методики обучения математике. Пособие для учителей, методистов и педагогических высших учебных заведений, Флинта, М., 1998.

[7] П. М. Эрдниев, Б. П. Эрдниев. Обучение математике в школе. Укрупнение дидактических единиц, АО Столетие, М., 1996.

Васил Борисов Милушев, Димитър Георгиев Френкев

ПУ “Паисий Хилендарски“

Ул. Цар Асен–24

4000 Пловдив

THE ACTIVITY OF TRANSFORMING MATHEMATICAL PROBLEMS

V. B. Milloushev, D. G. Frenkev

In the paper is introduced the term “the activity of transforming mathematical problems” (ATMP). There are build a model of the structure of the activity of transforming mathematical problems. The model of the content of ATMP is analyzad from some characteristic aspects and from the point of view of the comparison of ATMP with the activity of logical construction (N. Y. Vilenkin) and the activity approach.