

АНАЛИЗ НА ДЕЙНОСТТА ПРЕОБРАЗУВАНЕ НА МАТЕМАТИЧЕСКИ ЗАДАЧИ

Димитър Георгиев Френкев, Васил Борисов Милушев

Моделът на дейността преобразуване на математически задачи е анализиран от гледна точка на съпоставянето му с дейността съставяне на математически задачи (Д. Милушева-Бойкина); дейността решаване на математически задачи (П. Д. Петров); окрупнени дидактически упражнения (Ердниев); атрибутивния анализ на дейността (В. В. Белич).

Моделът на съдържанието на дейността преобразуване на математически задачи (ДПМЗ), конструиран в [5], ще анализираме от гледна точка на съпоставяне на ДПМЗ с дейността съставяне на математически задачи (ДСМЗ) и с анализа на модела на ДСМЗ от различни гледни точки (Д. Милушева-Бойкина); „прогнозирането“ (П. Д. Петров [6]) и съпоставянето на ДПМЗ с дейността решаване на математически задачи (ДРМЗ); „окрупнени дидактически упражнения“ (П. М. Ердниев и Б. П. Ердниев); атрибутивния анализ на дейността (В. В. Белич).

1. В научната литература не са много публикациите, посветени на дейността съставяне на математически задачи (ДСМЗ). Тази дейност е обект на задълбочено изследване в разработките на Д. Милушева-Бойкина [3, с. 95–100] и [4, с.17–20]. Там ДСМЗ е анализирана, въз основа на елементи от общата теория на системите и е построен макромодел на съдържанието на ДСМЗ, в съответствие с изискванията на ситуационния подход за формиране на умения. Съпоставянето на модела на ДСМЗ [3], с модела на ДПМЗ показва, че всяка компонента на ДПМЗ се включва явно или неявно, изцяло или отчасти, в макромодела на съдържанието на ДСМЗ. Въпреки, че преобразуването на задачи може да се разглежда като вид и частен случай на съставяне на задачи, а също и като част от процеса на съставяне на задачи, той притежава специфични особености, както във функционален план, така и от гледна точка на различни методически постановки.

ДПМЗ се анализира още от гледна точка на следните методически аспекти:

- а) „математическа дейност“ [9, с. 117];
- б) „ситуационния подход и елементарните стъпки на дейността“ [10];
- в) „евристични елементи от правдоподобен тип“ [7], [8].
- г) „теорията на умствените действия“ [2].

Процесите на съставяне и преобразуване на задачи се разглеждат като умствени действия и, следователно, елементарните стъпки-операции, от които се състои

всяка от тях, се разчленяват на три групи: ориентировъчни, изпълнителски и контролно-коригиращи. Тогава, конкретно ДПМЗ, се разбива на три части: **ориентировъчна**, която се реализира чрез стъпките 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 2.1 и 2.2; **изпълнителска** — реализираща се чрез стъпките на втория етап, с акцент при 2.3 и **контролна**, която се слива, в известна степен, с изпълнителската част, но преобладава при стъпките 2.4 и 2.5.

2. Връзки на ДПМЗ с „прогнозирането“ при дейността решаване на математически задачи (ДРМЗ). Съществува множество от връзки между ДПМЗ и ДРМЗ, които могат да се разкрият при анализирането им от гледна точка на евристичната схема за търсене на решения на математически задачи, разработена от П. Петров [6, с.10] Най-характерно за тази схема е, че прилагането ѝ създава условия за реализиране на прогнозиране, при търсене на решение. От технологична гледна точка, за решаваната задачи приоритетни действия са: боравене с правдоподобни твърдения; използване, структуриране и вербализиране на евристични похвати, конструиране на множество от идеи и методи за решаване, създаване на условия за равновесие между процесите на прогнозиране и контролно-оценъчните действия. Тези акценти, в технологичен план, са присъщи и на ДПМЗ.

Съпоставянето на ДПМЗ и ДРМЗ показва, че в много голяма степен, тези дейности се преплитат. По-важните аспекти на взаимните връзки на ДПМЗ и ДРМЗ са следните:

1) При търсене решение на дадена задача, с използване на преобразуване, се стига до такава задача, че: тя може да бъде решена; от решението ѝ се стига до решението на дадената задача. Следователно ДПМЗ в тези случаи е част от ДРМЗ.

2) При търсене решение на дадена задача, в етапа „прогнозиране на отношенията и свойствата между обектите и начините за тяхното доказване“, могат да възникнат нови задачи чрез преобразуване. В този случай ДРМЗ се включва в ДПМЗ.

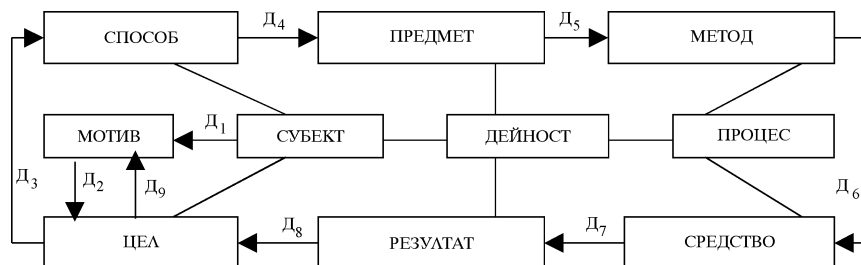
3) Задачи могат да се преобразуват и въз основа на изменения в логическата структура на решенията им, т.е. ДРМЗ се включва в ДПМЗ.

4) ДПМЗ често се включва в етапа „поглед назад“ от модела на Д. Пойа за решаване на задачи, който се модифицира в различни варианти в ДРМЗ.

5) Заданията за преобразуване на математически задачи са също задачи, макар и своеобразни. В този смисъл ДПМЗ, в голяма степен, съответства на съдържанието на процеса на решаване на задачи.

3. Връзка на ДПМЗ с “окупнени дидактически упражнения” (Ердниеви). При проучване структурата на окупненото упражнение, разработена от П. М. Ердниеви и Б. П. Ердниеви, се констатира, че ДСМЗ и ДПМЗ преобладават в неговото съдържание. Съпоставяйки ДПМЗ с модела на Ердниеви се констатира, че тя заема решаващо място при изграждане на окупнени упражнения и постигане на техните цели. И действително, компоненти на окупненото упражнение, като: съставяне на обратни задачи; съставяне на аналогични задачи по дадени формули, (тъждества) или уравнения; съставяне на задачи, някои от елементите на които са и елементи на дадена задача; съставяне на задачи, обобщени по един или друг параметър с дадена задача и др., са дейности, които пряко кореспондират със съдържанието на ДПМЗ. Чрез ДПМЗ можем да изграждаме окупнени упражнения и перманентно да обогатяваме съдържанията им.

4. ДПМЗ може да бъде охарактеризирана и от гледна точка на т.н. атрибутивен анализ на дейността (ААД) [1, с.36-41]. Структурно-логическата му схема е представена, в съкратен вариант, на Фиг. 1.



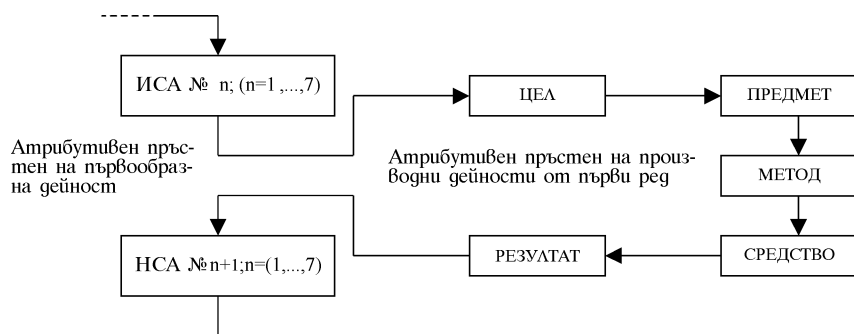
Фиг. 1

Този анализ позволява да се установи явява ли се дадена дейност първообраз на, т.е. осигуряваща удовлетворение на една или друга човешка потребност, или е производна (т.е., лишена от смисъл и значение, ако се разглежда, без да се съотнесе към първообразната дейност). Затова е целесъобразно да се разглеждат ДРМЗ, ДСМЗ, ДПМЗ и техните взаимоотношения и от гледна точка на ААД. Поради ограничения в обема на статията, тук ще детайлизираме накратко само взаимоотношенията между ДРМЗ и ДПМЗ, като за целта означим с (А) и (Б) съответно връзките: „ДПМЗ се включва в ДРМЗ“ и „ДРМЗ се включва в ДПМЗ“. Субективните атрибути на дейността са мотив, цел и способ, а обективните — субект, предмет, метод, средство и резултат. Атрибутите на първообразната дейност на известен субект образуват пръстен (фиг. 1), т.е. тази дейност сама по себе си е затворена. Първообразната дейност се мотивира от човешката потребност, а производната — от трудностите, обусловени от реализацията на първообразната. Затова при производната дейност отсъства атрибутът мотив. По този признак именно може да се отличи първообразната дейност от всяка друга производна дейност. Обобщена схема (в съкратен вариант) на взаимовръзката на първообразната и производната дейност е представена на фиг. 2.

Предполага се, че при всяка първообразна дейност, поне потребността е осъзната от субекта и че за всеки неизвестен на него атрибут (блокиращ процеса), съществува т. нар. производна дейност от първи ред, чрез която субектът го разкрива. Производна дейност от n -ти ред ($n = 2, 3, \dots$) се нарича всяка дейност, чрез която субектът разкрива неизвестен атрибут на производна дейност от $(n - 1)$ -ви ред.

Мотивът при първообразната дейност се разкрива с въпроса: От какви потребности се подбужда дейността? В случай, че в процеса на решаване на една задача възникне нужда от нейното преобразуване, то ДРМЗ е първообразна (насочена е към удовлетворяване потребността у субекта да бъде решена задачата или да бъде изследвано решението ѝ), а ДПМЗ е производна, (има смисъл и значение, когато е съотнесена към ДРМЗ). Този случай съответства на вариант (А).

В случай, че определена задача-прототип престава да удовлетворява субекта и същевременно го подтиква към качествено скок в мисленето, довеждащ до промяна на съдържанието на задачата, а заедно с това и намиране метод за нейното решаване,



Легенда: ИСА – известен на субекта атрибут; ИСА – неизвестен на субекта атрибут;
 № n и № n+1 – конкретен атрибут; № 1 – необходимост; № 2 и № 8 – мотив;
 № 3 – цел; № 4 – предмет; № 5 – метод; № 6 – средство; № 7 – резултат.

Фиг. 2

тогава ДПМЗ е първообразна (мотивирана от необходимостта за творческа дейност), а ДРМЗ е производна. Този случай съответства на вариант (Б).

Осъзнавайки многократно мястото и ролята на ДПМЗ, субектът постепенно формира у себе си актуална първична необходимост, детерминираща ДПМЗ като първообразна дейност. На схемата на фиг. 1 мотивообразуващата дейност е означена с D_1 и се реализира в етапа 1.4 от модела на ДПМЗ [5].

Целта на дейността се явява отговор на въпроса: Какво се предполага, че ще се получи, какви характеристики ще притежава крайният резултат? От гледна точка на учения в случая, когато ДРМЗ е първообразна (вариант (А)), целта на ДПМЗ е изходната задача да се преобразува в по-достъпна за разбиране и с по-ниска степен на сложност и проблемност, която да провокира „озарение“ при решаването на дадената задача. В случая, когато ДПМЗ е първообразна (вариант (Б)), целта ѝ е да се състави по самостоятелен път оригинална, нова задача с по-рационално решение, качествено различно от първото и пр. Целеформиращата дейност е означена с D_2 на фиг. 1 и се реализира в етапа 2.1. от модела на ДПМЗ. Тя съответства на I, II, III вид основания (по Л. М. Фридман) в т. 3 [5].

Способът на дейността отговаря на въпроса: Как ще се реализира целта, има ли субектът достатъчно пълни и точни представи за процеса на получаване на резултата? Отговорът на този въпрос и за двата варианта зависи от характеристиката на изходната задача (структура, вид и т.н.). Най-разпространен в УКМ подход за откриване решение на задачи е преформулирането. Същността му се състои в описание на задачата с термините на друг език, запазвайки съдържанието ѝ.

Предметът на дейността означава от какъв материал може да се получи резултатът и от какво негово състояние ще започне движението към целта. И за двете дейности се предполага, че е направен изчерпателен анализ на изходната задача — изследвана е нейната структура, условието и целта са разбити на елементарни твърдения, разкрити са и скритите взаимовръзки, обособени са съществената и специфичната информации в нея. Творческият процес по решаване или преобразуване на изходната задача може да започне. Дейността „търсене на способ“ е означена с

Д₃ на фиг. 1, а дейността „търсене, познание, създаване „суровината“ за крайния резултат на ДПМЗ“ – с Д₄. Тези дейности се реализират в етапите 1.1, 1.2 и 1.3 от модела на ДПМЗ и съответстват на V вид основание в [5].

Методът показва по какъв път се осъществява изменението („преходът“) на предмета от изходното до крайното му състояние, чрез какви състояния и в каква последователност се извършва. Методите за решаване са подробно изследвани в литературата. ДПМЗ се осъществява предимно чрез заменяне отделни елементи в условието или целта на изходната задача, с други елементи, намиращи се в определена функционална връзка с тях. В методическата литература са описани конкретни методи, основаващи се на правила за еквивалентни преобразувания, обобщаване и специализация, аналогия и т.н. Дейността „търсене, изследване на метод за преобразуване на БЗ“, означена с Д₅ на фиг.1, се реализира в етапа 2.2. на модела на ДПМЗ и съответства на IV вид основание в [5].

Средството отговаря на въпроса: С какво (чрез какво) се осигурява изменението на предмета, переходът му от едно в друго състояние (в съответствие с избрания метод)? Средства за осъществяване на ДПМЗ са съответните за всяка задача метод, дедуктивни правила, схеми и предпоставки за достоверни и правдоподобни заключения. Те се отнасят и за ДПМЗ, тъй като всяка такава дейност може да се разглежда като своеобразно решаване на задача. Към тях се включват и основанията на съответните методи. Дейността „търсене, създаване на средства за ДПМЗ“, означена с Д₆ на фиг. 1, се реализира в етапите 2.3. и 2.4. от модела [9].

Резултатът е последният обективен атрибут на дейността и се оценява по това, в какво се е превърнал изходният предмет след завършване на процеса? Дейността „реализиране на целта и управляване на процеса на ДПМЗ“ е означена с Д₇ на фиг. 1 и се осъществява в етапите 2.3. и 2.4. от модела на ДПМЗ.

„За да се направи извод за съответствие на изходния замисъл с неговото изпълнение, е необходимо да се съпоставят помежду си характеристиките на целта и резултата ... удовлетворяването на потребността, подбудила дейността, означава не прекратяване на активността на субекта, а води до поява на нова потребност от по-високо равнище“ [1, с. 38]. Дейността „анализ и оценка на постигнатия резултат“ е означена с Д₈ на фиг. 1, а дейността „предусещане на бъдеща потребност“ — с Д₉. Тези дейности се реализират в етапа 2.5. от модела на ДПМЗ. Схемата на фиг. 1 представя основните компоненти Д_i (i=1, ..., 9) на ДПМЗ, техните функции и взаимовръзките им с нейните атрибути.

Анализът на ДПМЗ от различни гледни точки изявява важни нейни характеристики с голяма методическа стойност за повишаване ефективността на ОМ.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] В. В. Белич. Атрибутивен анализ на педагогическата дейност. Превод от руски език М. Стефанова. С., 1989.
- [2] П. Я. ГАЛПЕРИН, С. Л. КАБЫЛНИЦКАЯ. Экспериментальное формирование внимания. М., 1974.
- [3] Д. В. Милушева-Бойкина. Анализ на дейността при съставянето на математически задачи. Научни трудове на ПУ „Паисий Хилендарски“ **36**, кн. 2 (1999), 95–100.

- [4] Д. В. Милушева-Бойкина. Дейността съставяне на задачи и обучаване студентите на някои методи за съставяне на задачи от училищния курс по математика. Автореферат, С., 2000.
- [5] В. Б. Милушев, Д. Г. Френкев. Дейността преобразуване на математически задачи. *Математика и математическо образование*, **30** (2001), 378–383.
- [6] П. ПЕТРОВ. Дидактически аспекти на прогнозирането при търсене на решения на математически задачи. Автореферат, С., 1996.
- [7] Д. ПОЙА. Математика и правдоподобни разсъждения, т. 1, Индукция и аналогия в математиката. Народна просвета, С., 1970.
- [8] В. Н. ПУШКИН. Евристика – наука за творческото мислене. Наука и изкуство, С., 1968.
- [9] А. А. СТОЛЯР. Педагогика на математиката. Народна просвета, С., 1976.
- [10] Л. М. ФРИДМАН. Логико-психологический анализ школьных учебных задач. Педагогика, М., 1977.

Димитър Георгиев Френкев
 Филиал на ПУ „Паисий Хилендарски“ – Смолян
 ул. Дичо Петров № 32
 4700 Смолян

Васил Борисов Милушев
 ПУ „Паисий Хилендарски“
 ул. Цар Асен № 24
 4000 Пловдив

ANALYSIS OF THE ACTIVITY OF TRANSFORMING MATHEMATICAL PROBLEMS

D. G. Frenkev, V. B. Milloushev

The aim of the work is to make first steps in defining the minimum of the mathematics knowledge, that is necessary to learn in teaching mathematics in primary and secondary school. The model of “the content of the activity of transforming mathematical problems” (ATMP), is analyzed from the point view of the comparison of ATMP with:

- a) the activity of creating mathematical problems (D. Milousheva-Boikina);
- b) the activity of solving mathematical problems (P. D. Petrov);
- c) generalized didactical exercises (P. Erdniev);
- d) attributive analysis of the activity (V. Belich).