

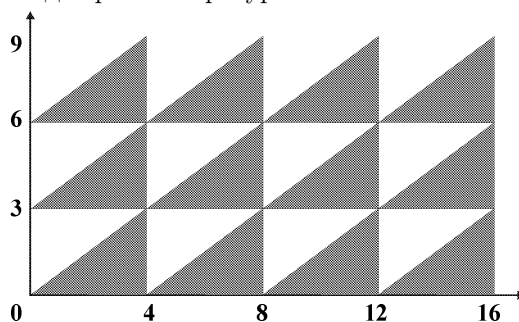
ОЦВЕТЯВАНЕ НА ДИОФАНТОВИ КИЛИМИ

Мария Николова Бранчева

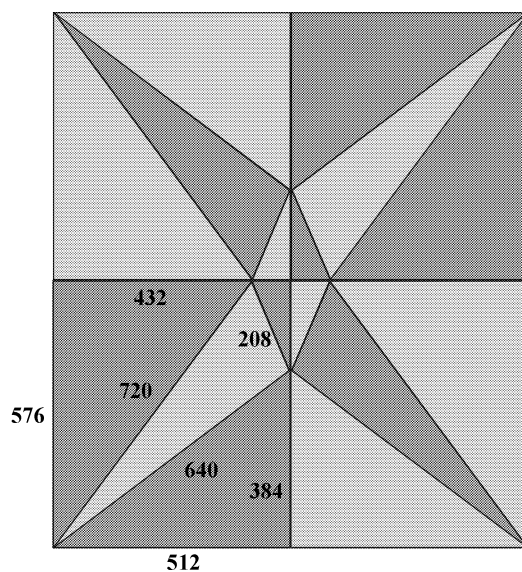
Оцветяването на специалните триангулации, наречени диофантови, килими предлага занимателна работа за извънкласни занятия по математика в горните класове на средното училище. Тя е свързана с преодоляването на трудности от аритметичен характер и развиването на комбинаторни умения. Предложената тема дължа на Станчо Димиев, Иван Тонов и Румян Лазов, на които изказвам тук своята благодарност.

1. Известният проблем за оцветяване на географски карти е инспирирал теоремата за четирите цвята. Да припомним, че за една карта се счита, че е правилно оцветена, ако всеки две области от нея са оцветени с различни цветове. Съгласно споменатата теорема минималният необходим брой цветове за едно правилно оцветяване е равен на 4. Този брой се нарича хроматично число.

В тази бележка разглеждаме въпроса за оцветяването на особен вид триангулации в равнината наречени *диофантови килими*. Диофантовите килими възникват във връзка с диофантовите фигури [1, 2, 3]. Ще напомним дефинициите на диофантова фигура и диофантов килим. Ако в един пълен равнинен граф Евклидовото разстояние между всеки два негови върха е цяло положително число, казваме, че този граф удовлетворява условието на Ердьош. По дефиниция, диофантова фигура в равнината е пълен граф, чиито върхове имат целочислени координати и освен това този граф удовлетворява свойството на Ердьош. Съгласно една известна теорема на Ердьош не съществуват съществено равнинни (с поне три неколинеарни върха) диофантови фигури с безбройно много върха. Питагоровият триъгълник е най-простата равнинна диофантова фигура.



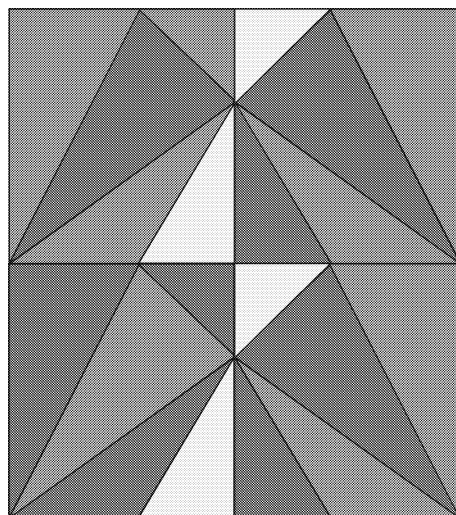
Фигура 1



Фигура 2

Всяка диофантова фигура допуска триангулация, съставена от диофантови триъгълници. Обратното не е вярно. Има фигури с целочислени върхове, които не удовлетворяват условието на Ердьош. Имено такава фигура, която е триангулация съставена от диофантови триъгълници, наричаме диофантов килим. Диофантовите килими могат да имат безбройно много върхове.

Определянето на хроматичното число на един диофантов килим е затруднително доколкото конструирането на такива килими не е тривиално. То среща трудности от аритметичен характер, свързани с дължините на участващите в килима страни (ръбове).



Фигура 3

За един широк клас от диофантови килими може да се твърди, че хроматичното им число е равно на 2. В тази бележка ще посочим такива примери. Ще дадем и идея за диофантов килим с хроматично число 3.

2. Един възможно най-прост пример с хроматично число равно на 2 е скициран по-долу. Тръгълникът със страни 3, 4 и 5 е питагоров (фиг. 1).

3. По сложен диофантов килим е скициран на фиг. 2.

4. Идея за получаване на диофантов килим с хроматично число 3 е скицирана на фиг. 3.

5. Интересен и практически важен подход за оцветяването на килими и карти е алгоритмичният аспект. Известни са някои вече класически алгоритми. Специално за диофантови килими този въпрос ще бъде разгледан в друга статия, която понастоящем е в подготовка.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] С. ДИМИЕВ, И. ТОНОВ. Диофантови фигури. *Математика и математическо образование*, **15** (1986), 383–590.
- [2] M. BRANCHEVA, S. DIMIEV, N. MILEV. On Diophantine Figures, (submitted for publication)
- [3] M. N. BRANCHEVA. Diophantine Figures and Diophantine Carpets. *Mathematics and Education in Mathematics*, **30** (2001), 289–296.

Мария Брънчева

Пловдивски университет “Паисий Хилендарски”

Филиал Смолян

Ул. Дичо Петров 32

4700 Смолян

e-mail: mbrancheva@yahoo.com

COLORING OF DIOPHANTINE CARPETS

Maria Nikolova Brancheva

The problem of the colouring of Diophantine carpets is discussed. Examples of Diophantine carpets of chromatic number 2 are given. An idea for such carpet of chromatic number 3 is given too.