

ПОДХОД ЗА ФОРМИРАНЕ И РАЗВИВАНЕ МОТИВАЦИОННАТА СФЕРА НА УЧЕНИКА В ОБУЧЕНИЕТО ПО МАТЕМАТИКА

Васил Б. Милушев, Димитър Г. Френкев

На базата на изявени начини и средства за мотивиране на учениците за резултатна учебна дейност, е очертан подход за използване на практически задачи за създаване на проблемни ситуации. Разработен е и общ модел за решаване на практически задачи. Отделни елементи на подхода и модела са илюстрирани чрез съдържателен пример.

Развиването на познавателния интерес у учащите се, в отделни етапи от обучението по математика, съдейства за съзнателно и трайно усвояване на математическите знания, за формиране на умения за пълноценна математическа дейност, а с това – и за повишаване ефективността на обучението в средното училище. От друга страна е известно, че проблемните ситуации в обучението по математика най-добре мотивират ученика за съдържателна учебна дейност, активизират в максимална степен неговата познавателна самостоятелност. Този факт е дал основание на авторите на [6] да систематизират основните начини и средства за **създаване на условия за възникване на проблемни ситуации (СУВПС)** в обучението по математика.

Две от тези средства са свързани с „... използване на познати жизнено-практически ситуации, възникнали в училище, в дома, в производствената учебна практика на учениците“ [6, с. 61–62] и с „... търсене на приложения на изучавания материал“ [6, с. 63–68].

Основна форма за осъществяване на тези начини и средства е решаването на задачи („задачи за математическо моделиране“ [3, с. 174–179] или „словесни задачи“ [1, с. 83–95]). В [3, с. 175] е посочено, че сюжетът на тези задачи може да бъде от различни области на човешкото познание и практиката. Това може да се използва, за да се провокира интерес към определени математически знания и умения и съответна познавателна активност у повече ученици.

Известно е, че решаването на практическа задача често се свежда до решаване на математическа задача, която се явява неин модел. Обучаващите, възпитаващите и развиващите функции на такава математическа задача могат да се отнесат и към съответните функции на самата практическа задача. Последната обаче има и специфични функции. Така например към общообразователните функции можем да причислим и актуализиране или придобиване на определени природонаучни или технически познания, без които не може да се разбере същността на съответния практически проблем. Към възпитаващите функции – развиване на мотивационна-

та сфера в обучението по математика и по-дълбоко осъзнаване смисъла на изучаване на съответния математически материал. Към развиващите функции можем да добавим придобиване на умения за моделиране на житейски или учебни ситуации и използване на математическото моделиране за изучаване свойствата на обектите и явленията от действителността. Освен това, учениците придобиват умение за откриване връзки на теорията с живота, с практическата дейност на хората.

Ще подчертаем веднага обаче, че трябва да се показва периодично не само практическата стойност на математическото моделиране, но и красотата на математиката и нейната способност за саморазвитие. Не трябва да се внушава непрекъснато, че същността на обучението по математика е свързано единствено с нейните приложения. Математиката е не само средство за справяне с различни проблеми, но и средство за удовлетворяване на духовните потребности на личността. Затова ние считаме, че решаването на практически задачи трябва да се съчетава с останалите основни начини и средства за СУВПС. Един от тези начини е свързан с „... поставянето за решаване на подходящо подбрани математически задачи“ (вж. [6, с. 59–61]).

Съчетаването на посочените до тук три начини за СУВПС, може да се осъществи ефективно, когато към математическата задача–модел на дадена практическа задача е уместно да се поставят проблемно-познавателни въпроси, въз основа на които учениците ясно осъзнават, от една страна, какво не знаят и не умеят, за да се справят с практическия проблем, а от друга – какви налични знания и умения могат да използват за изграждане на теоретичната база за решаването на този проблем.

Известно е (вж. [2]), че наличието на познавателна мотивация не може да компенсира липсата на умение и способност за математическа дейност. Ето защо, според нас, за всяка „стойностна“ практическа задача, трябва да се състави адекватна дидактическа система от учебни математически задачи, които, от една страна, да актуализират необходимите знания и умения, като се и включат задачи–компоненти на математическата задача, която е модел на практическата, а от друга страна, са подредени съобразно „вътрешната“ им логика и степените на тяхната сложност и проблемност, спазвайки принципа за структурна пълнота (по Крупич [4]).

Гореизложеното ни дава основание да очертаем следния подход за СУВПС чрез използване на практически задачи.

1. Избиране или съставяне на практическа задача с определена предметно–съдържателна страна и мотивационно–личностна стойност (съобразно актуалните цели на обучението по математика).

2. Дидактическо обработване на практическата задача:

2.1. конкретизиране на определен методически модел за решаване на практическите задачи;

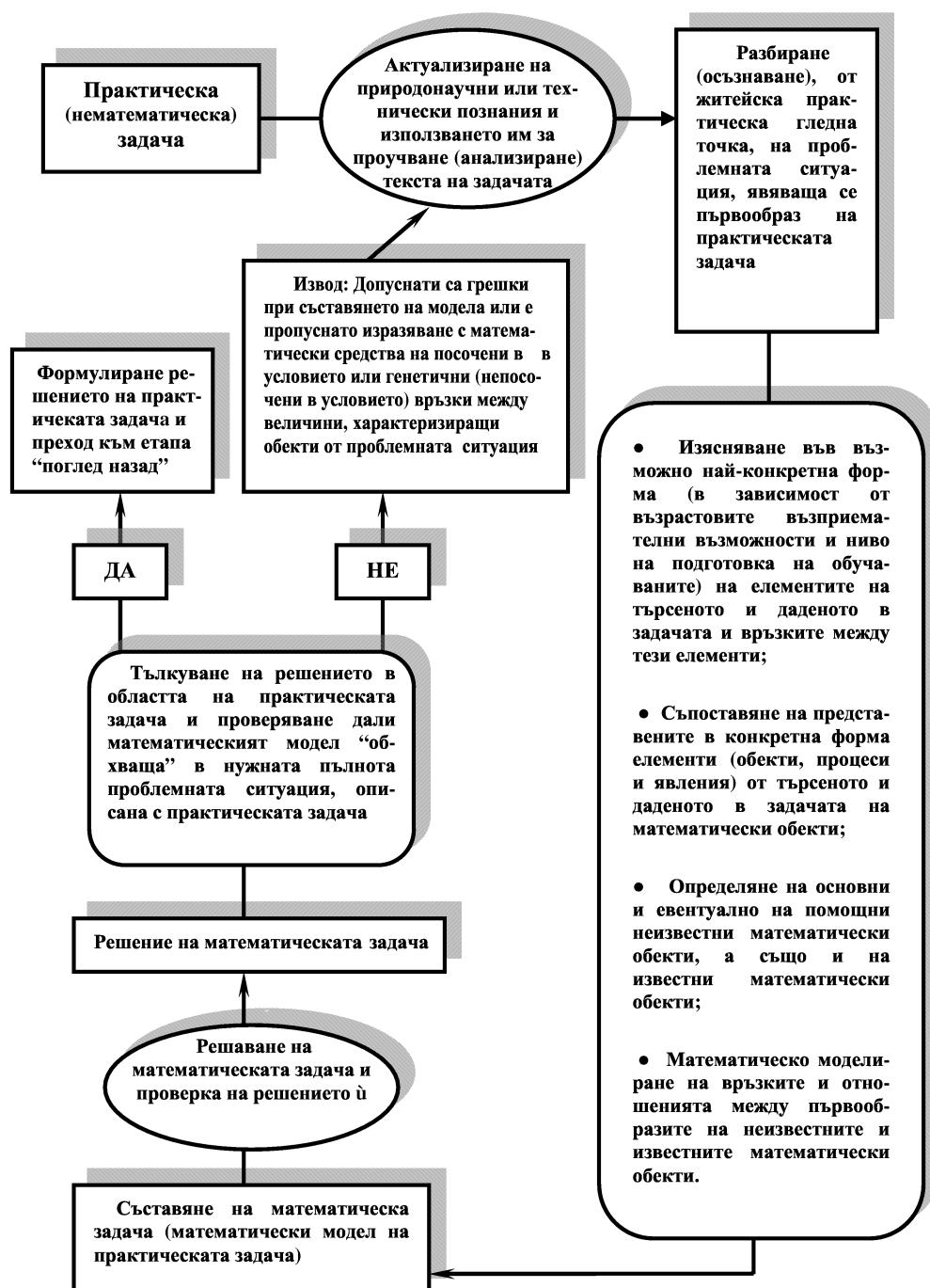
2.2. определяне на теоретичния базис на математическия модел на практическата задача и определяне мястото на последната в системата учебни задачи;

2.3. изясняване на структурата на решението на математическата задача, явяваща се модел на практическата, и обособяване на нейните задачи–компоненти;

2.4. конструиране на система от въпроси към учениците, чрез които се осъществява разбор за търсене и откриване на решения;

2.5. планиране на дейности за осъществяване на етапа „Поглед назад“.

3. Съставяне на съответна дидактическа система от задачи.



Фиг. 1

4. Методическо осигуряване на процесите на решаване на задачите от дидактическата система.

5. Анализиране на получените резултати и извеждане на съответни изводи за следващата дейност по този проблем.

Въз основа на анализ на методиката на съставяне на математически модели, описана в [3, с. 174–179], [1, с. 83–95], [7] и др., а също и нашия личен опит, разработихме общ модел за решаване на практически задачи (подетап 2.1, който представяме схематично на фиг. 1.

Поради ограничения обем на статията, ще илюстрираме приложимостта само на отделни компоненти от дейността на учителя за СУВПС, както и приложимостта само на отделни етапи от модела за решаване на практически задачи.

В [5] сме разработили следната пострителна задача (която може да се разгледа във формите ЗИП и СИП):

Задача(*). Дадени са отсечки a и b , $a > b$ и остър ъгъл α , чрез които се построява равнобедрен трапец $ABCD$ с основи, равни на a и b и ъгъл при голямата основа, равен на α . Да се построят две окръжности $k_1(O_1, R_1)$ и $k_2(O_2, R_2)$ такива, че:

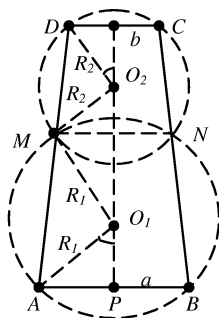
1) k_1 да минава през върховете A и B , а k_2 – през върховете C и D , при това k_1 и k_2 да се пресичат в точки M и N , лежащи съответно върху бедрата AD и BC и $O_1O_2 > R_1$;

2) стойността на сумата $R_1^2 + R_2^2$ да е най-малка.

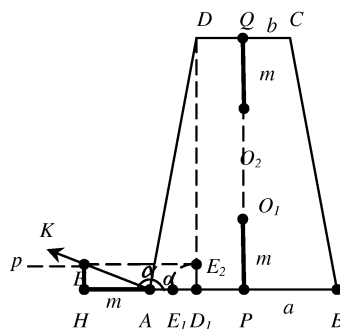
Както се вижда от [5], решението на тази задача само по себе си е интересно и сравнително сложно, което е предпоставка за СУВПС при усвояване и затвърдяване знанията на учениците за синусовата теорема. Същевременно задачата изисква актуализиране и затвърдяване на знания за понятията равнобедрен трапец и съответните му елементи и параметри, тригонометрични функции и др., както и на знания и умения за решаване на основни пострителни задачи, за решаване на системи уравнения, съдържащи тригонометрични функции и др. Всички тези знания и умения могат да се овладеят и затвърдят на по-високо равнище, ако се провокира познавателна активност у учещите се, например с помощта на практическа задача, математическият модел, на която е Задача (*). Освен за създаване на проблемност и интерес у учещите, сюжетът ѝ трябва да оказва и определено възпитателно въздействие. Така например, отношение към екологичното възпитание (в т.ч. възпитаване в стремеж към пестене на вода) има сюжетът на следната

Задача 1. Паркова площ с форма на равнобедрен трапец трябва да бъде засята с цветя. Планира се площта да се напоява последователно с помощта на две устройства, поливащи кръгови площи $k_1(O_1, R_1)$ и $k_2(O_2, R_2)$, както е показано на фиг. 2. Дължините на радиусите R_1 и R_2 могат да се регулират чрез налягането на водата в съответните устройства. Необходимо е предварително да бъдат определени местоположенията O_1 и O_2 на устройствата, както и общата част на двата кръга k_1 и k_2 , за да бъде засята тя с цветя, изискващи два пъти повече поливане от останалите цветя. Да се „построят“ O_1 и O_2 така, че да се полива най-малко площ извън трапеца.

Техническите познания, необходими за усвояване съдържанието на тази практическа задача могат да се актуализират в процеса на анализиране на нейния текст.



Фиг. 2



Фиг. 3

Предполага се, че учещите са наблюдавали описаните в задачата поливни устройства. Определено време работи устройството, разположено например в точка O_1 , а след това, също толкова време – устройството, разположено в точка O_2 . „Луничката с рогчета“ M и N се напоява два пъти повече и затова тя трябва да се засади с цветя от II вид. За да има по-малко разхищение на вода, трябва точките O_1 и O_2 да се „построят“ така, че двата кръга k_1 и k_2 да „покриват“ изцяло трапецовидната площ (фиг. 2), а намокрената част извън нея да бъде най-малка. Тези разсъждения помагат на учещите да вникнат в проблема, породил задачата, и по този начин да се заинтересуват и мотивират за усвояване на математическите знания и умения, необходими за решаване на съответната математическа задача.

Следващият етап от решаването на практическата задача включва действия по съставяне на математическия ѝ модел. На реалните обекти, описани в задачата, и техните отношения трябва да се съпоставят едновременно геометрични и алгебрични обекти и релации. С $ABCD$ означаваме трапеца, който представя площта с цветя, с S – лицето му, а с S_1 и S_2 – лицата съответно на кръговете площи $k_1(O_1, R_1)$ и $k_2(O_2, R_2)$. Ясно е, че поливаната площ извън трапеца е най-малка, когато стойността на израза $S_1 + S_2 - S$ е най-малка. Тъй като $S = \text{const}$, то тази стойност е най-малка, когато стойността на израза $S_1 + S_2$ е най-малка. Понеже $S_1 + S_2 = \pi(R_1^2 + R_2^2)$ и $\pi = \text{const}$, то поливаната площ извън трапеца $ABCD$ ще е най-малка, когато стойността на израза $R_1^2 + R_2^2$ е най-малка. Фигурата „трапец“ се параметризира до еднаквост с 4 параметъра, в случая например – равнобедреност, основи a и b , $a > b$ и ъгъл при голямата му основа, равен на α . Така може да се формулира Задача (*), като математически модел на Задача 1. Решението на Задача (*) е представено подробно в [5]. То се основава на следните ключови равенства (виж фигура 2):

$$\begin{aligned} \angle AO_1P &= \varphi_1, \quad \angle DO_2Q = \varphi_2, \quad \angle MO_1O_2 = 2\alpha + \varphi_1 - \pi; \\ \angle MO_2O_1 &= \pi - (2\alpha - \varphi_2); \quad \cotg \varphi_2 = -\frac{a}{b} \cotg \varphi_1 - \frac{a-b}{b} \cotg 2\alpha; \\ 4(R_1^2 + R_2^2) &= a^2(1 + \cotg^2 \varphi_1) + b^2(1 + \cotg^2 \varphi_2); \\ 4(R_1^2 + R_2^2) &= 2a^2(\cotg \varphi_1)^2 + 2(a-b)a \cotg 2\alpha (\cotg \varphi_1) + (a-b)^2 \cotg^2 2\alpha + a^2 + b^2; \\ \cotg \varphi_1 &= -\frac{a-b}{2a} \cotg 2\alpha; \quad O_1P = O_2Q = \frac{a-b}{4} \cotg(\pi - 2\alpha). \end{aligned}$$

При тълкуването на решението ѝ в областта на практическата задача би могло да се отбележи, че определянето на местоположението на центровете O_1 и O_2 може да стане по два начина.

При единия се измерват a , b и α и се изчисляват, макар и приблизително, разстоянията на O_1 и O_2 съответно до средите на голямата и малката основа на трапеца. При втория начин всички построения могат да се реализират на „място“, с помощта на „земерски инструментариум“, като: колчета (за фиксиране на точки), въжета (за моделиране на части от прави линии), земерен пергел и рулетка (за построяване на ъгли). Тези построения са отразени на фигура 3 ($EH = D_1E_2 = D_1E_1 = \frac{a-b}{4}$;

$\angle EAH = \pi - 2\alpha$; $HA = PO_1 = QO_2 = \frac{a-b}{4} \cotg(\pi - 2\alpha)$) и подробно са описани в [5].

В заключение ще отбележим, че и за други, интересни в математическо отношение задачи, може по аналогичен начин да се съставят подходящи практически задачи, на които те се явяват съответни модели. По такъв начин се очертава и осъществява един ефективен подход за формиране и развиване мотивационната сфера на учещите се в обучението по математика.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Я. Вишин. Методика за решаване на математически задачи. С., 1965.
- [2] Т. ГАЙДАРОВ. Познавателни интереси и дейности. Части I и II. Смолян, 1978.
- [3] И. ГАНЧЕВ, Л. ПОРТЕВ, Б. БАЕВ, П. ТОДОРОВА. Методика на обучението по математика 5.–7. клас. Пловдив, „Макрос 2000“, 1997.
- [4] В. Й. КРУПИЧ. Теоретическите основи обучения решению школьных математических задач. М., „Прометей“, 1995.
- [5] В. Б. МИЛУШЕВ, Д. Г. ФРЕНКЕВ. Модел за решаване на задачи за построение от определен вид. *Научни трудове на ПУ „Паисий Хилендарски“*, т. 41, кн. 2 – Методика на обучението, 2004 (под печат).
- [6] Л. ПОРТЕВ, В. МИЛУШЕВ, Н. НИКОЛОВ, Р. МАВРОВА. Проблемност при обучението по математика. С., „Народна просвета“, 1983.
- [7] Д. П. ПЕТРОВ. Моделирането чрез уравнения при решаване на текстови задачи от движение на тела. *Методи и методика за решаване на задачи*, Част II, ПУ „Паисий Хилендарски“, Пловдив, 2002, с. 83–97.

Васил Борисов Милушев
ул. „П. Д. Петков“ 39, ап. 8
4000 Пловдив, България
e-mail: boiking@plovdiv.techno-link.com

Димитър Георгиев Френкев
ул. „Деспот Слав“ 28
4700 Смолян, България

AN APPROACH TO THE FORMATION AND DEVELOPMENT OF A STUDENT'S MOTIVATION IN THE EDUCATION OF MATHEMATICS

Vassil B. Miloushev, Dimitar G. Frenkev

On the basis of some prominent ways and means of motivating students for effective school work, an approach to the use of practical problems is developed in order to create problem situations. A common model for solving practical problems is proposed. Some elements of the approach and the model are illustrated by means of an instructive example.