

*МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2005
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2005
Proceedings of the Thirty Fourth Spring Conference of
the Union of Bulgarian Mathematicians
Borovets, April 6–9, 2005*

**ИЗМЕРВАНЕ НА ВИСШИ ПОЗНАВАТЕЛНИ
СПОСОБНОСТИ**

Георги П. Симидчиев

Представеният тук материал е опит да се приложат общи идеи от областта на съставянето на изпитни задачи към специфичната сфера на обучението и съставянето на задачи по математика, като се предложат конкретни примери за концепциите, представени в гл. 2 (стр. 103 – 145) на [2]. Тези примери се ограничават в рамките на задачите с множествен избор на отговор, като това е продиктувано от съображения за краткост и от това, че тази форма най-добре съответства на общите идеи, представени в [2], без да се претендира, че тази форма е единствената, или дори най-подходящата, за проверка на постиженията, особено в такава област. Акцентите са поставени върху създаването на контекстно зависими системи от задачи и употребата на така наречените схеми за тяхното създаване.

Измерването на висшите познавателни способности е важен въпрос, продиктуван от широко разпространеното убеждение, че развитието на тези способности е основна задача на средното образование. При опитите да се измерва сложно поведение се изхожда не толкова от специфични теоретични основания, колкото се стои в определени теоретични рамки, позволяващи ни поне някаква съгласувана терминология и известна систематичност. Творческото мислене рядко се описва по начин, удобен за преподаване и проверка. Допълнително усложнява нещата фактът, че експертът работи по памет, докато новакът прилага по-сложни стратегии при решаването на проблеми. Всъщност това, което се поставя днес като основна цел в средното образование, а именно развитието на определена компетентност, означава компетентното лице да има по-ниски когнитивни изисквания за една и съща задача в сравнение с некомпетентното. Това е основната дилема за всяка учебна задача – тя измерва различни характеристики при компетентния (опитния) и некомпетентния (неопитния) в решаването на задачи от даден тип ученик. Във всеки случай някои общоприети теоретични рамки са най-вече добре известните таксономия на Блум – 1956, йерархията на Ганье – 1968 и др., както и по-съвременни работи като напр. тази на Ройер, Сизеро, Карло – 1993, представляваща теоретичен анализ на познавателните поведения, основаващ се на теорията за учене на Андерсон (вж [1]).

Учебното съдържание и познавателните способности. Според възприетата тук работна класификация учебното съдържанието се дели на факти, понятия, принципи и процедури.

Фактът е неоспоримо вярно декларативно твърдение.

ПРИМЕРИ:

А. *София е столица на България.*

Б. *Наречието не се съгласува със съществителното.*

В. $2 + 2 = 4$

Г. $2 + 2 = 1$ в Z_3

Понятието е клас от обекти или събития, които притежават обща система от характеристики.

ПРИМЕРИ: *любов, специфично тегло, число, функция, графика на функция.*

Принцип е твърдение за отношение, обикновено между две или повече понятия. Често има вида „Ако... , то... “. Принципът може да е вероятностен или абсолютен.

ПРИМЕРИ:

Вероятностен: *Ако се хвърля 10 пъти монета, обикновено не се получават 10 „езита“.*

Абсолютен: *Горещият въздух се издига, студеният въздух се спуска.*

Процедурата е последователност от свързани действия, водещи до поставена цел или желан резултат. Процедурите биват умствени и физически.

ПРИМЕРИ:

Умствена: *решаване на система от две линейни уравнения с две неизвестни; написване на есе по зададена тема.*

Физическа: *хирургична операция, свирене на пиано, набиране на телефонен номер*

Познавателните способности от своя страна се делят в случая на възпроизвеждане, разбиране, предвиждане, оценяване и способност за решаване на задачи (проблеми). Всяка от тези способности може да се комбинира с всеки елемент от съдържанието. Така имаме:

Група 1.

а) възпроизвеждане на факт

ПРИМЕР $2.7 = ?$

Обърнете внимание, че тук просто проверяваме дали е запомнена таблицата за умножение, а не напр. дали $2.7 = 7 + 7$;

б) възпроизвеждане на понятие

ПРИМЕР: *Как се нарича четиризъгълник, чиито срещуположни страни са успоредни?*

А. *успоредник*; Б. *трапец*; В. *ромб*;

в) възпроизвеждане на принцип

ПРИМЕР: *Кой от следните принципи гарантира верността на твърдението, че 0 е четно число?*

А. *0 се дели на всяко число*;

Б. *Деленето на 0 е невъзможно*;

В. *0 не е отрицателно число*;

г) Възпроизвеждане на процедура:

ПРИМЕР: *Коя стъпка НЕ е задължителна в процедурата за намиране на най-голяма стойност на дадена диференцируема функция в даден интервал?*

- А. намиране на първата производна;
- Б. намиране на стойностите на функцията в краищата на интервала;
- В. намиране на втората производна.

Група 2. Разбиране

а) по дадена дефиниция да се установи правилният факт, понятие, принцип или процедура като се избира от списък на правдоподобни факти, понятия, принципи или процедури.

ПРИМЕР: *Най-малкото положително цяло число е:*

А. 0; Б. 1 В. Няма такова

б) по дадено понятие, принцип или процедура да се посочи правилната дефиниция, избрана от списък на правдоподобни дефиниции.

ПРИМЕР: *Окръжността е:*

- А. Геометричното място на точки, равноотдалечени от дадена точка;
- Б. Геометричното място на точки от които дадена отсечка се вижда под даден ъгъл;
- В. Геометричното място на точки, които са равноотдалечени от краищата на даден диаметър.

в) по дадени няколко правдоподобни примера на понятие, принцип или процедура да се избере пример, който съответства максимално точно на понятието, принципа или процедурата.

ПРИМЕР:

Дефиниция: Едно небесно тяло в слънчевата система се нарича спътник, ако съществува друго небесно тяло, около което то се върти.

Кои небесни тела са примери за спътници? Отбележете с (А), ако е спътник, и с (Б), ако не е.

А. Земя (А); Б. Слънце (Б); В. Луна (А);

г) по дадено понятие, принцип или процедура да се избере най-близкия пример, който съответства на понятието, принципа или процедурата.

ПРИМЕР: *Кое от следните е най-добрия пример за кълбо?*

А. Земя; Б. Топка; В. Яйце;

д) по дадени няколко отличителни характеристики на факт, понятие, принцип или процедура да се определи правилният факт, понятие, принцип или процедура.

ПРИМЕР: *Равни страни и ъгли има:*

А. ромба; Б. шестоъгълника; В. равностранный триъгълник;

е) по дадени понятие, принцип или процедура да се определят отличителните характеристики на понятието принципа или процедурата.

ПРИМЕР: *По какво се различава нулата от всички останали числа?*

- А. въведена е по-късно от останалите числа;
- Б. с нея не може да се дели;
- В. не е просто число.

Група 3. Предвиждане, т.е. определяне на последствията от дадена ситуация.

Главни форми: Ако ... то какво ще стане? Какви са последствията от...? Какво ще стане, ако...?

ПРИМЕРИ: *Какво НЯМА да се случи, ако две различни равнини имат обща точка?*

- А. Те ще имат друга обща точка;
- Б. Те ще имат трета обща точка, образуваща с останалите две триъгълник;
- В. Те ще имат обща права.

Кое от числата НЕ е решение на параметричното уравнение $3^a x^3 + 3a^2 x^2 = 0$ за някоя стойност на параметъра a :

А. -3 ; Б. 0 ; В. 3 .

Група 4. Оценяване – да се избира според критерии.

а). Да се използва предварителен критерий за вземане на решение

ПРИМЕР: Намерете приближение на число с точност до един знак след десетичната запетая

б) Да се намери критерий за обосновка на избор.

ПРИМЕР: От числата $-1, 2, 3, 5$ е отстранено числото 2 . Защо?

- А. Защото е най-малко;
- Б. Защото е единственото просто;
- В. Защото е единственото четно;

в) Да се намери критерий и да се направи избор.

ПРИМЕР: Кое ще си купите?

- А. 200-грамово пакетче чипс за 50 ст;
- Б. 350-грамово пакетче чипс за 1 лв;
- В. 300-грамово пакетче чипс за 80 ст.

Група 5. Решаване на проблеми – въвлечени са всички процеси, споменати дотук.

ПРИМЕР 1. Петър пазарува в магазин „Европа“ и има двоен купон за 50 ст. В магазина се намира нова напитка, пакетирана по два начина – в пакети по 6 малки кутии по 100 г на цена 1 лв 49 ст. или в по-големи кутии от 380 г на цена 79 ст. Ако Петър купи две от тези кутии той може да използва същия двоен купон.

1. Каква е цената на пакет от 6 малки кутии при приложен двоен купон?

А. 1.49 лв; Б. 0.99 лв; В. 0.49 лв;

2. Каква е цената на две големи кутии при приложен двоен купон?

А. 0 лв; Б. 0.58 лв; В. 0.79 лв;

3. Петър решава, че за рожденият си ден в неделя трябва да разполага с количество от напитката, не по-малко от 4 пакета с малки кутии. Коя от комбинациите изброени по-долу е най-изгодна за него?

- А. 4 пакета по 6 малки кутии;
- Б. 9 големи кутии;
- В. 1 пакет малки и 7 големи кутии;
- Г. 3 пакета малки и 2 големи кутии.

ПРИМЕР 2. Следващите 5 задачи са свързани с показаната редица от фигури, от които са показани първите три:

1. Ако n е броят на квадратите в някой от членовете, на колко е равен броят на кръговете?

А. $4n + 1$; Б. $4n - 1$; В. $3n + 2$; Г. $2n + 2$;

2. Ако редицата е продължена до 10-та фигура, какъв е общият брой на нарикуваните кръгове?

А. 130; Б. 120; В. 110; Г. 22;

3. Ако n е броят на кръговете в някой от членовете, на колко е равен общият брой на фигурите в този член?

А. $\frac{n-2}{2}$; Б. $\frac{2n-2}{2}$; В. $\frac{3n-2}{2}$; Г. $\frac{4n-2}{2}$;

4. Ако това са лехи в градина, като във всеки връх на квадрат и център на окръжност се засажда по една роза и знаем, че общо са били засадени 26 рози, то този брой съответства на фигура с номер:

А. 2; Б. 3; В. 4; Г. 5;

5. Ако това са отново лехи в градина, но сега във всеки център на окръжност се засажда лале, а във всеки връх на квадрат – роза, за какъв брой квадрати броят на розите ще стане два пъти по-голям от броя на лалетата?

А. никога; Б. 4; В. 8; Г. 16.

Разбира се, сериозен проблем е създаването на задачи от описаните типове. Макар това да е по-скоро въпрос на натрупан опит и изкуство, възможно е да се предложат известни общи подходи, улесняващи тяхното създаване. Един от тях са така наречените схеми на тестови въпроси. Съгласно възприетата терминология схемата е „празна“ тестова задача, съдържаща синтактична структура, полезна за написване на системи от подобни задачи. Схемите

- подпомагат неопитните автори на тестови задачи;
- могат да се прилагат в различни ситуации;
- лесно се създават;
- могат да се използват при обучение на автори на тестови задачи;
- подпомагат оглаждането на добри по идея тестови задачи;
- допълват традиционните методи за създаване на тестови задачи;
- подпомагат изясняването на идеите за съдържанието на теста като цяло.

ПРИМЕР: Кое е пример за [произволно понятие (напр. полином)]?

А. Пример $((1/2)x + 3)$;

Б. Правдоподобен, но неверен израз $(1/x)$;

В. Правдоподобен, но неверен израз $(x/(x + 3))$;

За да се пристъпи към разработване на схеми, като предварително условие трябва да се операционализират:

– **разбирането на понятията;**

Коя е най-добрата дефиниция на (понятието)?

Какво означава (понятието)?

Кое е синоним на това понятие?

Кое (понятие) е подобно на (понятието)?

Какво е характерно за това (понятие)?

Кое е пример за това (понятие)?

– **разбирането на принципи;**

Каква е най-добрата дефиниция на ...?

Кое твърдение съответства на принципа на ...?

Какво е обяснението на ... или каква е причината за ...?

Каква е връзката между ... и ...?

Кое е пример за (приложение на) принципа за ...?

– **предвиждането въз основа на принципи;**

Какво ще се случи, ако ...?

Ако (действие), какво ще стане?

Какви са последиците от (действие)?

Дадена е информация. Какъв е очакваният резултат?

Какво отличава (едно понятие от друго)?

– **оценяването чрез факти и понятия**

Кое е най-важното, най-значимото, най-ефикасното...?

Кое е по-доброто, по-лошото, по-високото, по-ниското, по-далечното, по-близкото, по-тежкото, по-лекото, ...?

Кое се различава най-малко, най-много...?

Каква е разликата между...и...?

Каква е приликата между...и...?

– **оценяването въз основа на принципи**

Кой от следните принципи се прилага, за да се оцени нещо?

Кой е най-важният фактор, допринасящ за...?

– **оценяването на процедури**

Коя от следните процедури е най-подходяща за решаване на (проблем)

– **решаване на проблеми**

Представен е проблем. Какъв е най-добрият начин да го решим?

Представен е проблем. Какво е решението?

По-нататък се пристъпва към анализ на отговорите на задачите, идентифициране на типа когнитивно поведение, представено от задачата, идентифициране на съдържанието, което проверява задачата и поредица от стъпки за създаване на задачата, на която ще се спрем по-подробно.

Стъпка 1.

Идентифицирайте условието на качествена задача

ПРИМЕР: Какъв е броят на решенията на уравнението

$$|x| = -x$$

Стъпка 2.

Подчертайте ключовите думи и фрази, които представят задачата

ПРИМЕР: Какъв е броят на решенията на уравнението

$$|x| = -x$$

Стъпка 3.

Посочете варианти за всяка ключова дума или фраза

ПРИМЕР: *Брой на решенията: вид на решенията, запис на решенията; формула за решенията, интервал, в който се намират решенията; разположение на решенията.*

Уравнение: неравенство, система от уравнения, система от неравенства

Стъпка 4.

Изберете някои от вариантите

ПРИМЕР: *Горна граница на решенията, неравенство*

Стъпка 5.

Напишете условието

Кое от избраните числа е най-малката горна граница на решенията на неравенството

$$|x| \leq -x?$$

Стъпка 6.

Напишете правилния отговор

ПРИМЕР: 0

Стъпка 7.

Напишете искания брой дистрактори.

ПРИМЕР: *Няма най-малка горна граница*

1

–1

ЛИТЕРАТУРА

- [1] JOHN R. ANDERSON. Psychology and its Implementation. 5th edition, Worth Publishers, 2002; [Руски превод: Когнитивная психология, изд. Питер, 2002].
- [2] THOMAS M. HALADYNA. Developing and Validating Multiple – Choice Test Items. LEA, London, 1999

СУ „Св. Климент Охридски“

ФМИ – ОМИ

ул. Джеймс Баучър 5А

1164 София

e-mail: gsimidchiev@fmi.uni-sofia.bg

MEASUREMENT OF THE HIGHER LEVEL THINKING

Gueorgui P. Simidchiev

What is presented here is an attempt to apply some general ideas about constructing test items to a specific domain of mathematical education and constructing mathematical problems. Some examples from the domain of mathematics are proposed to illustrate the conceptions presented in Chapter 2 of [2]. These examples are restricted to the multiple choice items because of the considerations for brevity as well as of the fitness of this form to the general ideas presented in [2], without pretending that this is the unique or the most convenient form to measure the achievements especially in this domain. The accents are put on writing problem-solving item sets and the use of item shells for elaborating of the test items.